

GIẢI TOÁN 12 CHƯƠNG 2 BÀI 2: HÀM SỐ LŨY THỪA

Trả lời câu hỏi SGK Toán Giải tích 12 Bài 2 (Chương 2):

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 2 trang 57:

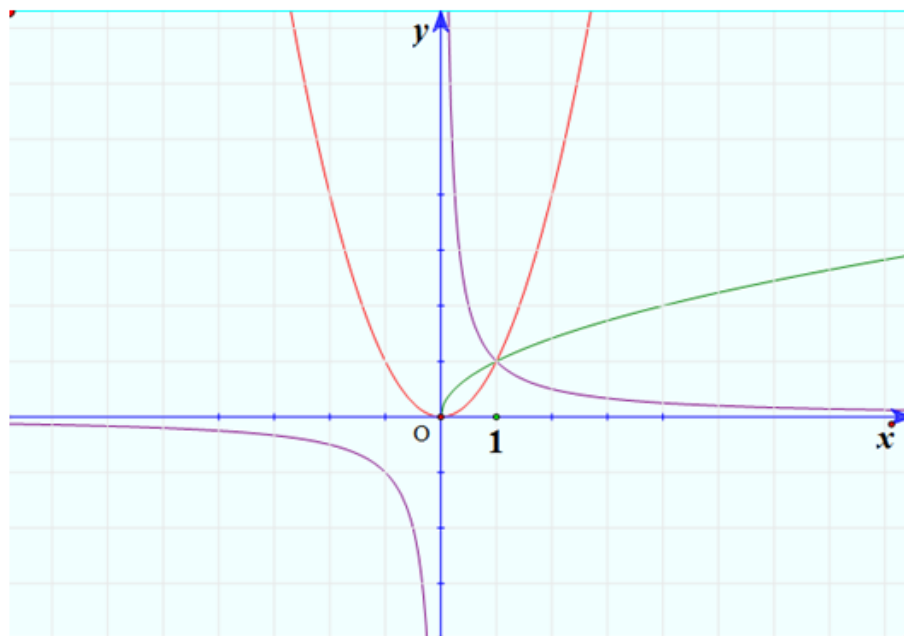
Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị của các hàm số sau và nêu nhận xét về tập xác định của chúng: $y = x^2$, $y = x^{(1/2)}$, $y = x^{(-1)}$.

Lời giải:

Đồ thị của hàm số $y = x^2$: đường màu đỏ.

Đồ thị của hàm số $y = x^{(1/2)}$: đường màu xanh.

Đồ thị của hàm số $y = x^{(-1)}$ đường màu tím.



Ta có:

Tập xác định của hàm số $y = x^2$ là \mathbb{R} .

Tập xác định của hàm số $y = x^{(1/2)}$ là $[0, +\infty)$.

Tập xác định của hàm số $y = x^{(-1)}$ là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 2 trang 57: Tính đạo hàm của các hàm số:

Lời giải:

$$\left(x^{\frac{-2}{3}}\right)' = \frac{-2}{3} \cdot x^{\left(\frac{-2}{3}-1\right)} = \frac{-2}{3} \cdot x^{\left(\frac{-5}{3}\right)}$$

$$\left(x^{\Pi}\right)' = \pi x^{\Pi-1}.$$

$$\left(x^{\sqrt{2}}\right)' = \sqrt{2} \cdot x^{\sqrt{2}-1}$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 2 trang 58:

Tính đạo hàm của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{(-\sqrt{2})}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} y' &= [(3x^2 - 1)^{(-\sqrt{2})}]' \\ &= -\sqrt{2} \cdot (3x^2 - 1)^{(-\sqrt{2}-1)} \cdot (3x^2 - 1)' \\ &= -\sqrt{2} \cdot (3x^2 - 1)^{(-\sqrt{2}-1)} \cdot 6x \\ &= -6\sqrt{2} x \cdot (3x^2 - 1)^{(-\sqrt{2}-1)}. \end{aligned}$$

Giải bài tập SGK Toán Giải tích 12 Bài 2 (Chương 2):

Bài 1 (trang 60 SGK Giải tích 12):

Tìm tập xác định của các hàm số:

a) $y = (1 - x)^{-\frac{1}{3}}$;

b) $y = (2 - x^2)^{\frac{3}{5}}$;

c) $y = (x^2 - 1)^{-2}$;

d) $y = (x^2 - x - 2)^{\sqrt{2}}$.

Lời giải:a) Hàm số $y = (1 - x)^{-1/3}$ xác định

$$\Leftrightarrow 1 - x > 0$$

$$\Leftrightarrow x < 1.$$

Vậy tập xác định $D = (-\infty; 1)$.b) Hàm số $y = (2 - x^2)^{3/5}$ xác định

$$\Leftrightarrow 2 - x^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 < 2$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}.$$

Vậy tập xác định $D = (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.c) Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$ xác định khi và chỉ khi:

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

d)

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ hoặc } x > 2$$

Vậy tập xác định $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Bài 2 (trang 61 SGK Giải tích 12):

Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $y = (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}};$

b) $y = (4 - x - x^2)^{\frac{1}{4}};$

c) $y = (3x + 1)^{\frac{\pi}{2}};$

d) $y = (5 - x)^{\sqrt{3}}.$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } y' &= \frac{1}{3} \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (2x^2 - x + 1)' \\ &= \frac{1}{3} \cdot (2x^2 - x + 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (4x - 1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } y' &= \frac{1}{4} \cdot (4 - x - x^2)^{\frac{1}{4}-1} \cdot (4 - x - x^2)' \\ &= \frac{1}{4} \cdot (4 - x - x^2)^{-\frac{3}{4}} \cdot (-1 - 2x). \\ &= -\frac{2x + 1}{4} \cdot (4 - x - x^2)^{-\frac{3}{4}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } y' &= \frac{\pi}{2} \cdot (3x + 1)^{\frac{\pi}{2}-1} \cdot (3x + 1)' \\ &= \frac{3\pi}{2} \cdot (3x + 1)^{\frac{\pi}{2}-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } y' &= \sqrt{3} \cdot (5 - x)^{\sqrt{3}-1} \cdot (5 - x)' \\ &= -\sqrt{3} \cdot (5 - x)^{\sqrt{3}-1}. \end{aligned}$$

Bài 3 (trang 61 SGK Giải tích 12):

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = x^{\frac{4}{3}}$;

b) $y = x^{-3}$.

b) $y = x^{-3}$

Lời giải:a) Xét hàm số $y = x^{4/3}$ ta có:- Tập khảo sát : $(0 ; +\infty)$.

- Sự biến thiên:

+

với $\forall x > 0$.

Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

+ Giới hạn:

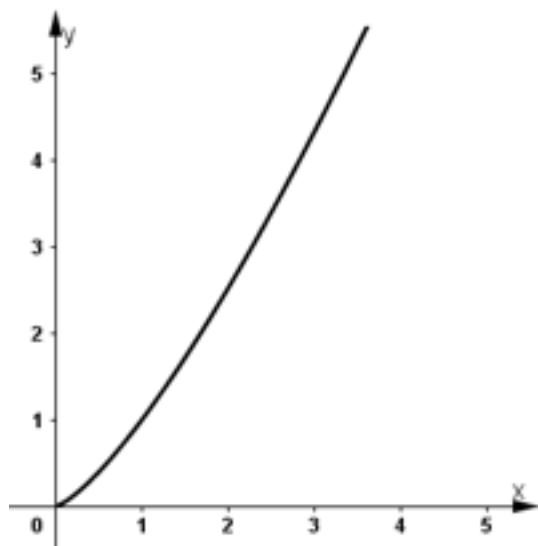
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{4}{3}} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{4}{3}} = +\infty$$

+ Tiệm cận : Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

+ Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
y'		+
y	0	$+\infty$

- Đồ thị hàm số:



b) Xét hàm số $y = x^{-3}$, ta có :

- Tập khảo sát : $(0 ; +\infty)$.

- Sự biến thiên:

$$+ y' = -3.x^{-3-1} = -3.x^{-4} < 0 \text{ với } \forall x > 0.$$

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định.

+ Giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-3} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-3} = 0$$

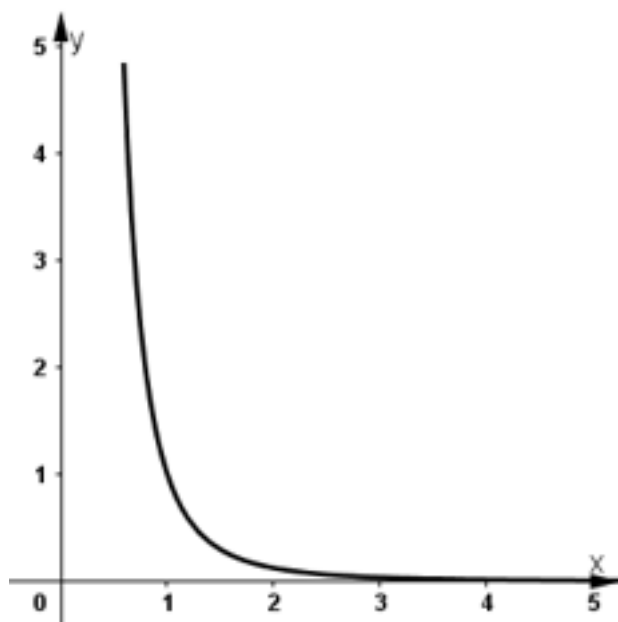
$\Rightarrow x = 0$ (trục Oy) là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = 0$ (trục Ox) là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
y'		-
y	$+\infty$	0

- Đồ thị:



Bài 4 (trang 61 SGK Giải tích 12):

Hãy so sánh các số sau với 1:

a) $(4,1)^{2,7}$;

b) $(0,2)^{0,3}$;

c) $(0,7)^{3,2}$;

d) $(\sqrt{3})^{0,4}$

Lời giải:

a) Cách 1. Ta có: $2,7 > 0$ nên hàm $y = x^{2,7}$ luôn đồng biến trên $(0 ; +\infty)$.

Vì $4,1 > 1 \Rightarrow (4,1)^{2,7} > 1^{2,7} = 1$.

Cách 2. Ta có $4,1 > 1$ và $2,7 > 0$ nên ta có :

$(4,1)^{2,7} > (4,1)^0$ hay $(4,1)^{2,7} > 1$

b) Ta có : $0,3 > 0$ nên hàm số $y = x^{0,3}$ đồng biến trên $(0 ; +\infty)$.

Vì $0,2 < 1 \Rightarrow 0,2^{0,3} < 1^{0,3} = 1$.

c) Ta có: $3,2 > 0$ nên hàm số $y = x^{3,2}$ đồng biến trên $(0 ; +\infty)$

Vì $0,7 < 1 \Rightarrow 0,7^{3,2} < 1^{3,2} = 1$.

d) Ta có: $0,4 > 0$ nên hàm số $y = x^{0,4}$ đồng biến trên $(0 ; +\infty)$

Vì $\sqrt{3} > 1 \Rightarrow (\sqrt{3})^{0,4} > 1^{0,4} = 1$.

Bài 5 (trang 61 SGK Giải tích 12):

So sánh

a) $(3,1)^{7,2}$ và $(4,3)^{7,2}$;

b) $\left(\frac{10}{11}\right)^{2,3}$ và $\left(\frac{12}{11}\right)^{2,3}$;

c) $(0,3)^{0,3}$ và $(0,2)^{0,3}$.

Lời giải:

Hàm số $y = x^\alpha$ luôn đồng biến trên $(0 ; +\infty)$ với $\alpha > 0$

a) Ta có : $7,2 > 0$

Vì $3,1 < 4,3$ nên $(3,1)^{7,2} < (4,3)^{7,2}$.

b) Ta có : $2,3 > 0$

Vì $\frac{10}{11} < \frac{12}{11}$ nên $\left(\frac{10}{11}\right)^{2,3} < \left(\frac{12}{11}\right)^{2,3}$

c) Ta có : $0,3 > 0$

Vì $0,3 > 0,2$ nên $(0,3)^{0,3} > (0,2)^{0,3}$.