TOÁN 11 BÀI 3: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

Trả lời câu hỏi SGK Toán hình 11 Bài 3:

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 3 trang 100:

Muốn chứng minh đường thẳng d vuông góc với một mặt phẳng (α), người ta phải làm như thế nào?

Lời giải

Muốn chứng minh đường thẳng d vuông góc với một mặt phẳng (α), người ta phải chứng minh d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (α)

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 3 trang 100:

Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Một đường thẳng d vuông góc với a và b. Khi đó đường thẳng d có vuông góc với mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng song song a và b không ?

Lời giải

Không vì trái với định lí (a // b thì a và b không cắt nhau).

Giải bài tập SGK Toán hình 11 Bài 3:

Để giải các bài tập đường thẳng vuông góc với mặt phẳng lớp 11 hay và chính xác nhất, nội dung giải bài tập SGK Toán 11 Bài 3 dưới đây sẽ chia sẻ đến các em phương pháp giải hay được chúng tôi chọn lọc.

Bài 1 (trang 104 SGK Hình học 11):

Cho mặt phẳng (α) và hai đường thẳng a, b. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Nếu $a \,//\, (\alpha)$, $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$.

b) Nếu $a \,//\, (\alpha)$, $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.

c) Nếu $a \,//\, (\alpha)$, $b \,//\, (\alpha)$ thì $b \,//\, a$.

d) Nếu $a \perp (\alpha)$, $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.

Lời giải:

a) Đúng

b) Sai

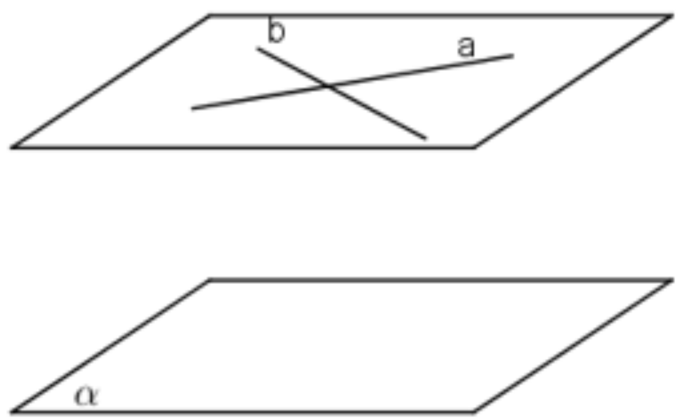
c) Sai

d) Sai

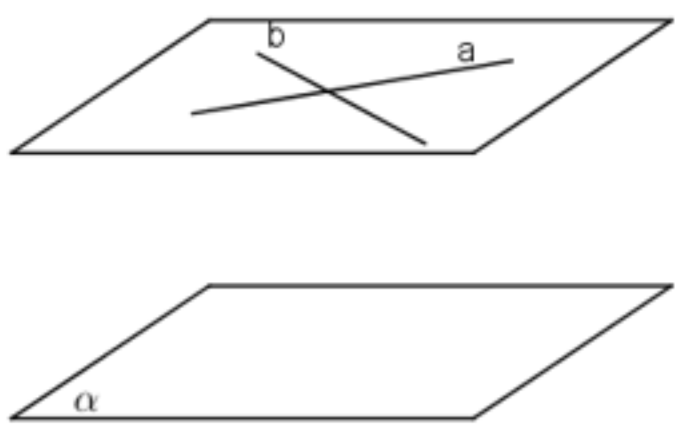
Giải thích:

a) Dựa vào tính chất 3a).

b) Ví dụ: a // (α); b ⊥ a nhưng b // (α).



c) Ví dụ: a // (α); b // (α) nhưng a ∩ b.



d) a ⊥ (α) và b ⊥ a thì b có thể nằm trong mp(α).

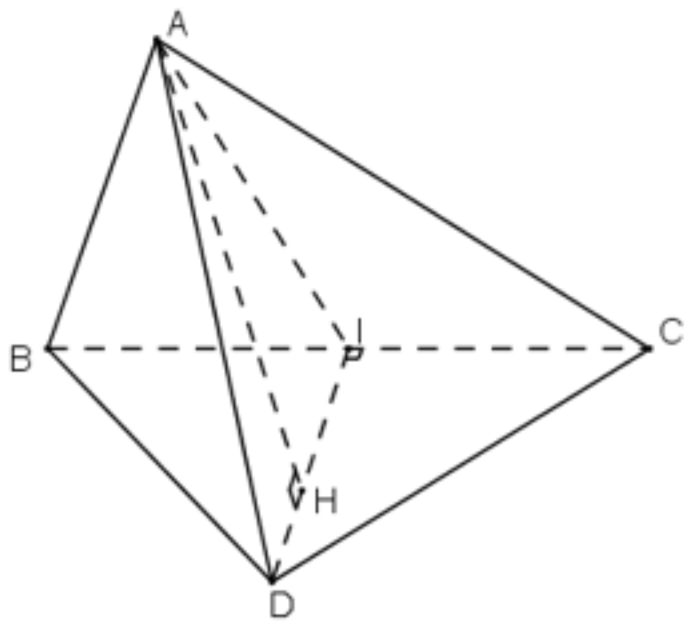
Bài 2 (trang 104 SGK Hình học 11):

Cho tứ diện ABCD có hai mặt ABC và BCD là hai tam giác cân có chung đáy BC. Gọi I là trung điểm của cạnh BC.

a) Chứng minh rằng BC vuông góc với mặt phẳng (ADI)

b) Gọi AH là đường cao của tam giác ADI, chứng minh rằng AH vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Lời giải:



a) Tam giác ABC cân tại A có AI là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao:

$AI \perp BC$

+) Tương tự, tam giác BCD cân tại D có DI là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao:

$DI \perp BC$

+) Ta có: $$\begin{cases} AI \perp BC; DI \perp BC \\ AI \cap DI = I \\ AI, DI \subset (ADI) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADI)$$

b)* Ta có: $\left.\begin{matrix} BC \perp (ADI) \\ AH \subset (ADI) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AH \perp BC$

* Lại có; $\left.\begin{matrix} AH \perp BC(cmt) \\ AH \perp DI(gt) \\ BC, DI \subset (BCD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AH \perp (BCD)$

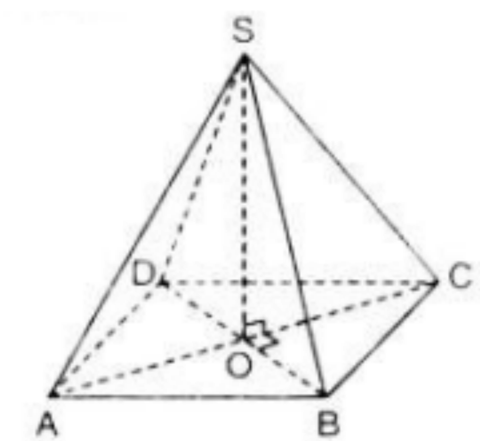
Bài 3 (trang 104 SGK Hình học 11):

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD tâm O và có SA = SB = SC = SD. Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng (ABCD)

b) Đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) và đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).

Lời giải:



a) Ta có: SA= SC nên tam giác SAC là tam giác cân tại S.

Lại có, SO là đường trung tuyến nên $SO \perp AC$

* Tương tự có: $SO \perp BD$

* Do: $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC, BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

b) *Chứng minh $AC \perp (SBD)$:

Do ABCD là hình thoi nên ta có: $BD \perp AC$

Ta có: $\begin{array}{l} AC \perp SO(cmt) \\ AC \perp BD \\ SO \cap BD = O \\ SO, BD \subset (SBD) \end{array} \Rightarrow AC \perp (SBD)$

* Chứng minh $BD \perp (SAC)$:

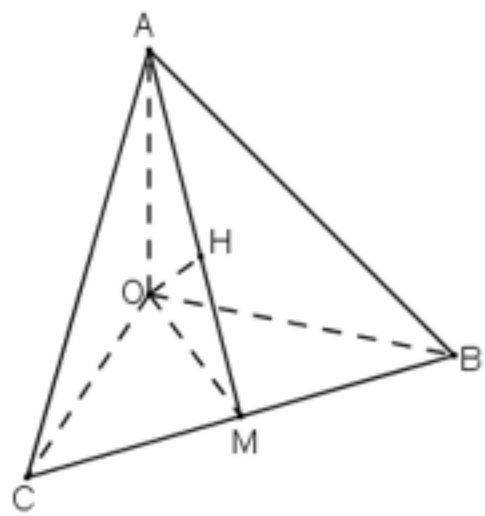
Ta có: $\begin{array}{l} BD \perp SO(cmt) \\ BD \perp AC \\ SO \cap AC = O \\ SO, AC \subset (SAC) \end{array} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Bài 4 (trang 105 SGK Hình học 11):

Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB và OC đôi một vuông góc. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O tới mặt phẳng (ABC). Chứng minh rằng :

a) H là trực tâm của tam giác ABC

Lời giải:



a) Ta có:

Do H là chân đường vuông góc hạ từ O tới mặt phẳng (ABC) nên:

OH ⊥ (ABC) ⇒ OH ⊥ BC (2)

Mà OA; OH ⊂ (OAH); OA ∩ OH = O (3)

Từ (1); (2) và (3) ⇒ BC ⊥ (OAH)

⇒ BC ⊥ AH

Chứng minh tương tự ta có: AC ⊥ BH

Xét tam giác ABC ta có:

⇒ H là trực tâm ΔABC.

b) Gọi M = AH ∩ BC.

+ BC ⊥ (OAH) ⇒ BC ⊥ OM.

ΔOBC vuông tại O có đường cao OM

+ OA ⊥ (OBC) ⇒ OA ⊥ OM ⇒ ΔOAM vuông tại O.

OH ⊥ (ABC) ⇒ OH ⊥ AM.

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OA^2}$$

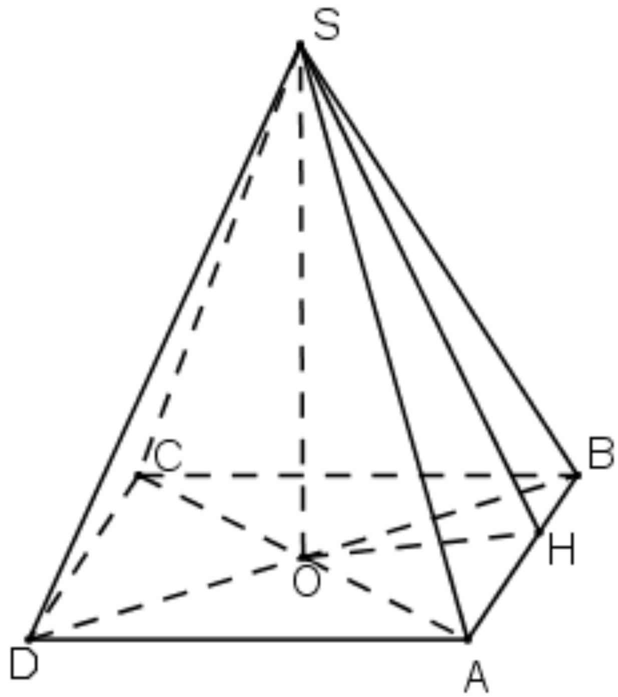
$$= \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OA^2}$$

Bài 5 (trang 105 SGK Hình học 11):

Trên mặt phẳng (α) cho hình bình hành ABCD tâm O. Gọi S là một điểm nằm ngoài mặt phẳng (α) sao cho SA = SC, SB = SD. Chứng minh rằng:

a) SO ⊥(α)

b) Nếu trong mặt phẳng (SAB) kẻ SH vuông góc với AB tại H thì AB vuông góc với mặt phẳng (SOH).



Lời giải:

a)

+ Do ABCD là hình bình hành có tâm O- giao điểm hai đường chéo

=> O là trung điểm AC và BD(tính chất hình bình hành)

* Xét tam giác SAC có SA= SC nên tam giác SAC cân tại S

Lại có SO là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao: SO ⊥ AC

+ Tương tự, tam giác SBD cân tại S có SO là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC, BD \subset (ABCD) \\ AC \cap BD = O \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

b) SO ⊥ (α) ⇒ SO ⊥ AB.

Lại có: SH ⊥ AB;

SO, SH ⊂ (SOH) và SO ∩ SH

⇒ AB ⊥ (SOH).

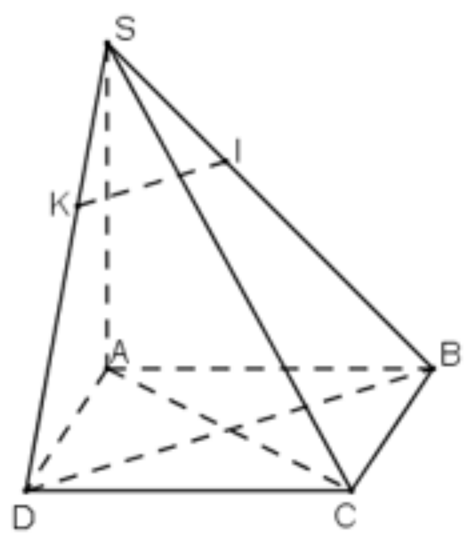
Bài 6 (trang 105 SGK Hình học 11):

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi I và K là hai điểm lần lượt lấy trên hai cạnh SB và SD sao cho SI/SB = SK/SD . Chứng minh:

a) BD ⊥ SC

b) IK ⊥mp(SAC)

Lời giải:



a) Cách 1:

Ta có BD ⊥ AC (đường chéo hình thoi)

$$\left.\begin{matrix} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow BD \perp SA$$

Vậy:

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$$

Cách 2: Sử dụng định lý 3 đường vuông góc:

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ \text{AC là hình chiếu của SC trên (ABCD)} \end{cases}$$

$\Rightarrow BD \perp AC$

b)

Do $\dfrac{SI}{SB} = \dfrac{SK}{SD}$ nên trong mp(SBD),

Ta có: $\left.\begin{matrix} IK // BD \\ BD \perp (SAC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow IK \perp (SAC)$

b) ΔSBD có: $\dfrac{SI}{SB} = \dfrac{SK}{SD}$

$\Rightarrow IK // BD.$

Mà $BD \perp (SAC)$

$\Rightarrow IK \perp (SAC).$

Bài 7 (trang 105 SGK Hình học 11):

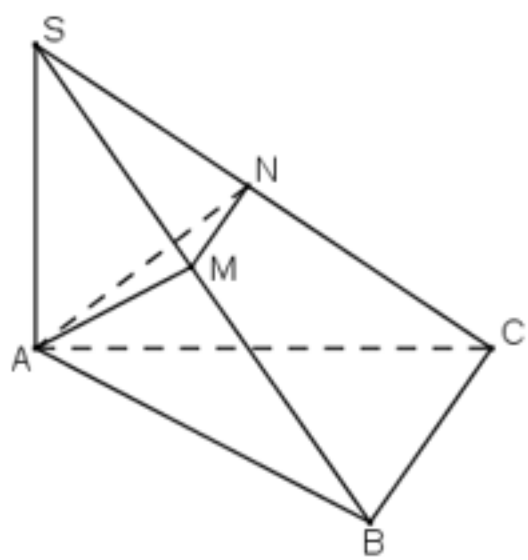
Cho tứ diện SABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông tại B. Trong mp(SAB), kẻ AM vuông góc với SB tại M. Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho SM/SB = SN/SC .

Chứng minh rằng:

a) BC ⊥ (SAB), AM ⊥ (SBC)

b) SB ⊥ AN

Lời giải:



a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$

Ta có:

- $BC \perp AB$ (vì tam giác ABC vuông ở B)
- $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABC)$)

$\Rightarrow BC \perp (SAB)$ (đpcm)

*Chứng minh $AM \perp (SBC)$

Ta có:

- $BC \perp (SAB) \supset AM$

$\Rightarrow BC \perp AM$ (1)

- $SB \perp AM$ (2) (giả thiết)

(1) và (2) $\Rightarrow AM \perp (SBC)$ (đpcm)

b) Chứng minh $SB \perp AN$

Ta có:

- $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} \Rightarrow MN // BC$ (3)
- $BC \perp (SAB)$ (chứng minh trên)

  $\Rightarrow BC \perp SB$ (4)

*(3) và (4) $\Rightarrow MN \perp SB$ (5)

*Theo giả thiết, ta có $AM \perp SB$ (6)

Từ (5) và (6), suy ra $SB \perp (AMN)$

$\Rightarrow SB \perp AN$ (đpcm).

Bài 8 (trang 105 SGK Hình học 11):

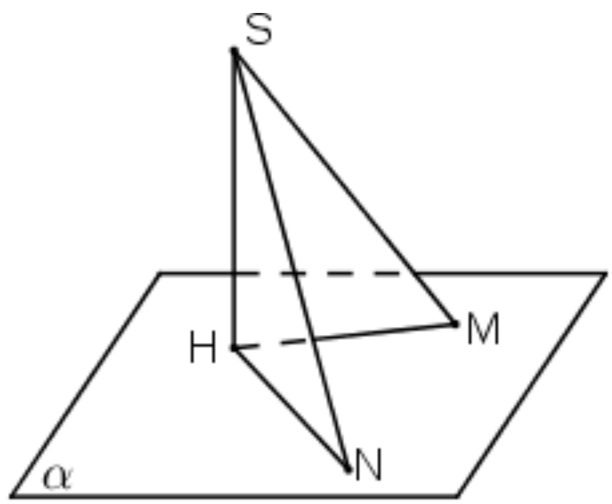
Cho điểm S không thuộc mặt phẳng (α) có hình chiếu trên (α) là điểm H. Với điểm M bất kì trên (α) và không trùng với H, ta gọi SM là đường xiên và đoạn HM là hình chiếu của đường xiên đó.

Chứng minh rằng:

a) Hai đường xiên bằng nhau khi và chỉ khi hai hình chiếu của chúng bằng nhau;

b) Với hai đường xiên cho trước, đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn và ngược lại, đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.

Lời giải:



Giả sử ta có hai đường xiên SM, SN và các hình chiếu HM, HN của chúng trên mp (α).

Vì SH ⊥ mp(α)

⇒ SH ⊥ HM và SH ⊥ HN

⇒ ΔSHN và ΔSHM vuông tại H.

Áp dụng định lí Py-ta- go vào hai tam giác vuông này ta có:

⇒ $SM^2 = SH^2 + HM^2$;

và $SN^2 = SH^2 + HN^2$.

a) $SM = SN \Leftrightarrow SM^2 = SN^2 \Leftrightarrow HM^2 = HN^2 \Leftrightarrow HM = HN$.

b) $SM > SN \Leftrightarrow SM^2 > SN^2 \Leftrightarrow HM^2 > HN^2 \Leftrightarrow HM > HN$.