

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Họ, tên học sinh:.....

Số báo danh:.....Phòng thi số:.....

Bài I (2,0 điểm). Cho biểu thức: $P = (1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1}) : (\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}-x-1}) - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$ với $0 \leq x \neq 1$.

- 1) Rút gọn biểu thức P .
- 2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 4$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P cũng nhận giá trị nguyên.

Bài II (2,0 điểm).

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một ô tô dự định đi từ A đến B dài 80 km với một vận tốc dự kiến. Trên thực tế, nửa quãng đường đầu ô tô đi với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự kiến là 6 km/h; nửa quãng đường còn lại ô tô đi với vận tốc nhanh hơn vận tốc dự kiến là 12 km/h. Biết rằng ô tô đến B đúng thời gian định trước, tìm vận tốc dự kiến của ô tô.

2. Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính của đường tròn đáy. Biết diện tích xung quanh của hình trụ là $50\pi \text{ cm}^2$. Tính bán kính đường tròn đáy và thể tích khối trụ đó.

Bài III (2,5 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3y}{x-1} + \frac{2x}{y+1} = 3 \\ \frac{2y}{x-1} - \frac{5x}{y+1} = 2 \end{cases}$$

2. Cho phương trình: $x^2 - 6x + 2m - 3 = 0$. (1)

- a) Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$(x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4)(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4) = 2.$$

Bài IV (3,0 điểm). Cho đường tròn tâm O bán kính R và đường thẳng d không đi qua O , cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F . Lấy điểm M bất kỳ trên tia đối của tia FE . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm).

1. Chứng minh rằng tứ giác $MCOD$ nội tiếp trong một đường tròn.
2. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng FE . Chứng minh rằng KM là phân giác của góc CKD .
3. Đường thẳng đi qua O và vuông góc với OM cắt các tia MC, MD theo thứ tự tại R, T .

Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác RMT nhỏ nhất.

Bài V (0,5 điểm). Cho $x; y$ là hai số dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}$$

-----HẾT-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Bài I	ĐÁP ÁN	Thang điểm
1	Rút gọn biểu thức A (1 điểm)	2
	$A = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1}\right) - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x} + 1}$	
	$= \left(\frac{\sqrt{x} + x + 1}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{(x+1)(\sqrt{x}-1)}\right) - \frac{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1}$	0,25
	$= \left(\frac{\sqrt{x} + x + 1}{x+1}\right) \cdot \left(\frac{x+1}{\sqrt{x}-1}\right) - (\sqrt{x} + 1)$	0,25
	$= \left(\frac{\sqrt{x} + x + 1}{\sqrt{x}-1}\right) - (\sqrt{x} + 1)$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
2	Tìm tất cả các giá trị của x để P < 4 (0,5 điểm)	
	$P < 4 \Leftrightarrow 4 - P = 4 - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > 2 \\ \sqrt{x} < 1 \end{cases}$	0,25
	TH1: $\sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow x > 4$; TH2: $\sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$. Kết luận: $0 \leq x < 1$ hoặc $x > 4$.	0,25
3	Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P cũng nhận giá trị nguyên	0.5
	Ta có: $P = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}-1}$ là số nguyên thì $\frac{3}{\sqrt{x}-1}$ là số nguyên khi $\sqrt{x}-1$ là ước của 3.	0,25
	$\sqrt{x}-1 \in \{-1; 1; -3; 3\}$. Từ đó tìm được $x \in \{0; 4; 16\}$.	0,25

Bài II	ĐÁP ÁN	Thang điểm
1	Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:	
	Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h) (x > 6)	
	Khi đó thời gian ô tô dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{80}{x}$ (h)	0,25
	Thời gian thực tế ô tô đi nửa quãng đường đầu là $\frac{40}{x-6}$ (h)	0,25
	Thời gian thực tế ô tô đi nửa quãng đường còn lại là $\frac{40}{x+12}$ (h)	
	Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{40}{x-6} + \frac{40}{x+12} = \frac{80}{x}$	0,25
	Giải phương trình ta được x = 24 (thỏa mãn)	0,5
	Vậy vận tốc dự kiến của ô tô là 24km/h.	0,25

2	Tính bán kính đường tròn đáy và thể tích hình trụ.	0,5
	$S_{xq} = 2\pi.r.h$ mà $h = r \Rightarrow S = 2\pi.r^2$ $\Rightarrow r^2 = \frac{S_{xq}}{2\pi} = \frac{50\pi}{2\pi} = 25$ $\Rightarrow r = h = 5$ (cm)	0,25
	$V = \pi.r^2.h = \pi.5^2.5 = 125\pi$ (cm ³).	0,25

Bài III	ĐÁP ÁN	Thang điểm
1	ĐKXĐ : $x \neq 1; y \neq -1$	0,25
	Giải được $\frac{y}{x-1} = 1; \frac{x}{y+1} = 0$	0,25
	Từ đó ta có $\begin{cases} \frac{y}{x-1} = 1 \\ \frac{x}{y+1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$, với $y = -1$ không TMDKXĐ	0,25
	Vậy hệ phương trình vô nghiệm.	0,25
2	a) Giải phương trình (1) với $m = 4$	1
	Thay $m=4$ vào phương trình (1) ta có phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$ Ta có $a + b + c = 1 - 6 + 5 = 0$	0,5
	Vậy PT có nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 5$	0,5
	b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thoả mãn	0,5
	$(x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4)(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4) = 2$	0,25
	Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = \dots = -8m + 48$. Để PT (1) có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 6$ Vậy $m < 6$ thì PT (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 nên theo vi ét ta có $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 6; x_1x_2 = \frac{c}{a} = 2m - 3$	0,25
	Ta có $x^2 - 6x + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 2m - 4 = x - 1$ Vì x_1, x_2 là nghiệm PT $x^2 - 6x + 2m - 3 = 0$ nên x_1, x_2 là nghiệm PT $x^2 - 5x + 2m - 4 = x - 1$ nên ta có $x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4 = x_1 - 1$ và $x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4 = x_2 - 1$ $\Rightarrow (x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4)(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4) = (x_1 - 1)(x_2 - 1)$ Mà $(x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4)(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4) = 2$ nên ta có $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 2$ $\Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 2 \Leftrightarrow 2m - 3 - 6 + 1 = 2 \Leftrightarrow 2m = 10 \Leftrightarrow m = 5$	0,25

Bài IV	ĐÁP ÁN	Thang điểm
1		0,25
	CM: tứ giác MCOĐ nội tiếp trong một đường tròn.	0,75
	$MCO = 90^0$ (T/c của tiếp tuyến)	0,25
	$MDO = 90^0$ (T/c của tiếp tuyến)	0,25
	$MDO + MCO = 180^0$ (Hai góc đối) Suy ra tứ giác MCOĐ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính OM.	0,25
2	Chứng minh KM là phân giác của góc CKD	1
	Ta có K là trung điểm của EF $\Rightarrow OK \perp EF$ nên K thuộc đường tròn đường kính MO \Rightarrow 5 điểm M, D, C, K, O cùng thuộc một đường tròn đường kính MO. $\Rightarrow DKM = DOM$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung MD)	0,25
	Và $CKM = COM$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC)	0,25
	Lại có $DOM = COM$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)	0,25
	$\Rightarrow DKM = CKM$ \Rightarrow KM là phân giác của góc CKD	0,25
3	Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác RMT nhỏ nhất.	1
	Ta có $S_{RMT} = 2S_{MOR} = OC.MR = R.(MC + CR) \geq 2R\sqrt{CM.CR}$ có	0,25
	Mặt khác, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMR ta có: $CM.CR = OC^2 = R^2$ (không đổi)	0,25
	$\Rightarrow S_{MRT} \geq 2R^2$	0,25
	Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow CM = CR = R\sqrt{2}$. Khi đó M là giao điểm của d với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$.	0,25

Vậy M là giao điểm của d với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$ thì diện tích tam giác MRT nhỏ nhất.	
---	--

Bài V	ĐÁP ÁN	Thang điểm
	$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy} \\ &= 1 + \frac{2xy}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{xy} + 2 \\ &= 3 + \left(\frac{2xy}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{2xy} \right) + \frac{x^2+y^2}{2xy} \end{aligned}$	0,25
	<p>Do x; y là các số dương suy ra</p> $\frac{2xy}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{2xy} \geq 2 \sqrt{\frac{2xy}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2+y^2}{2xy}} = 2 ; \llcorner = \gg$ $\Leftrightarrow \frac{x^2+y^2}{2xy} = \frac{2xy}{x^2+y^2} \Leftrightarrow (x^2+y^2)^2 = 4x^2y^2 \Leftrightarrow (x^2-y^2)^2 = 0$ $x^2 = y^2 \Leftrightarrow x = y (x; y > 0)$ $x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{2xy} \geq 1 ; \llcorner = \gg \Leftrightarrow x = y$ <p>Cộng các bất ta được $S \geq 6$ $S = 6 \Leftrightarrow x = y$. Vậy Min S = 6 khi và chỉ khi $x = y$</p>	0,25

Lưu ý:

- 1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước chính của lời giải hoặc nêu kết quả. Trong bài làm, thí sinh phải trình bày lập luận đầy đủ.
- 2) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 3) Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) phải đảm bảo không làm thay đổi tổng số điểm của mỗi câu, mỗi ý trong hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 4) Các điểm thành phần và điểm cộng toàn bài phải giữ nguyên không được làm tròn