

Đề thi thử Toán vào 10 năm 2021 trường THCS Trưng Nhị - Hà Nội

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2x + 3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \text{ và } B = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \text{ (với } x > 0)$$

- 1) Tính giá trị của B với $x = 16$
- 2) Rút gọn $M = AB$
- 3) Tìm $x \in \mathbb{R}$ để M nhận giá trị là số nguyên

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tìm số tự nhiên có 2 chữ số. Biết tổng hai chữ số của chúng bằng 13 và tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 25.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P): $y = x$ và đường thẳng (d): $y = x + 2$

a) Tìm tọa độ các giao điểm A và B của (P) và đường thẳng (d).

b) Tính diện tích tam giác AOB (với O là gốc tọa độ)

Bài IV: (3,0 điểm) Cho đường tròn (O;R) và dây CD cố định. Điểm M thuộc tia đối của tia CD. Qua M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (A thuộc cung lớn CD). Nối OM cắt AB tại H.

- 1) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp.
- 2) Chứng minh: $MB^2 = MC \cdot MD$
- 3) Chứng minh: $MH \cdot MO = MC \cdot MD$

4) Chứng minh HB là phân giác của góc CHD

Bài V: (0,5 điểm) Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2 + 5x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} = 9x - 3$$

Đáp án đề thi thử Toán vào 10 năm 2021 trường THCS Trưng Nhị - Hà Nội

Bài I:

1) Thay $x = 16$ (thỏa mãn) vào B có: $B = \frac{16 - \sqrt{16} + 1}{\sqrt{16}} = \frac{16 - 4 + 1}{4} = \frac{13}{4}$

Vậy với $x = 16$ thì $B = \frac{13}{4}$

2)

$$\begin{aligned} A &= \frac{2x + 3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{2x + 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} - \frac{x - \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{2x + 3\sqrt{x} + (\sqrt{x} + 1) - (x - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{2x + 3\sqrt{x} + \sqrt{x} + 1 - x + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{x + 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} \end{aligned}$$

Có

$$\begin{aligned} M = A.B &= \frac{x + 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 5)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

$$3) \text{ Có } x > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 1 > 0 \\ \sqrt{x} + 5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} > 0$$

$$M = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1 + 4}{\sqrt{x} + 1} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Có } x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 1 \Rightarrow 1 + \frac{4}{\sqrt{x} + 1} < 5$$

Vậy $0 < M < 5$

Mà M nhận giá trị là số nguyên nên $M \in \{1; 2; 3; 4\}$

$$\text{Với } M = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} = 1 \Leftrightarrow 5 = 1 \text{ (vô lý)}$$

$$\text{Với } M = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} = 2 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Với } M = 3 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} = 3 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Với } M = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} = 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy với $x \in \left\{ \frac{1}{9}; 1; 9 \right\}$ thì M nhận giá trị là số nguyên

Bài II:

Gọi chữ số hàng chục của số đó là a ($a < 9; a \in \mathbb{N}^*$)

Chữ số hàng đơn vị của số đó là b ($b < 9; b \in \mathbb{N}$)

Số đã cho có dạng $\overline{ab} = 10a + b$

Tổng hai chữ số của chúng bằng 13 nên ta có phương trình $a + b = 13$ (1)

Tích hai chữ số nhỏ hơn số đã cho 25 đơn vị nên ta có phương trình $10a + b - ab = 25$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + b = 13 \\ 10a + b - ab = 25 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $a = 6$ và $b = 7$

Vậy số tự nhiên có hai chữ số cần tìm là 67

Bài III:

1) ĐKXD:
$$\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

Đặt
$$\begin{cases} a = \sqrt{x+3} (a \geq 0) \\ b = \sqrt{y+1} (b \geq 0) \end{cases}$$

Hệ phương trình trở thành
$$\begin{cases} a - 2b = 2 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$$

Với $a = 2 \Rightarrow x = 1$ (thỏa mãn)

Với $b = 0 \Rightarrow y = -1$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -1)$

2)

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

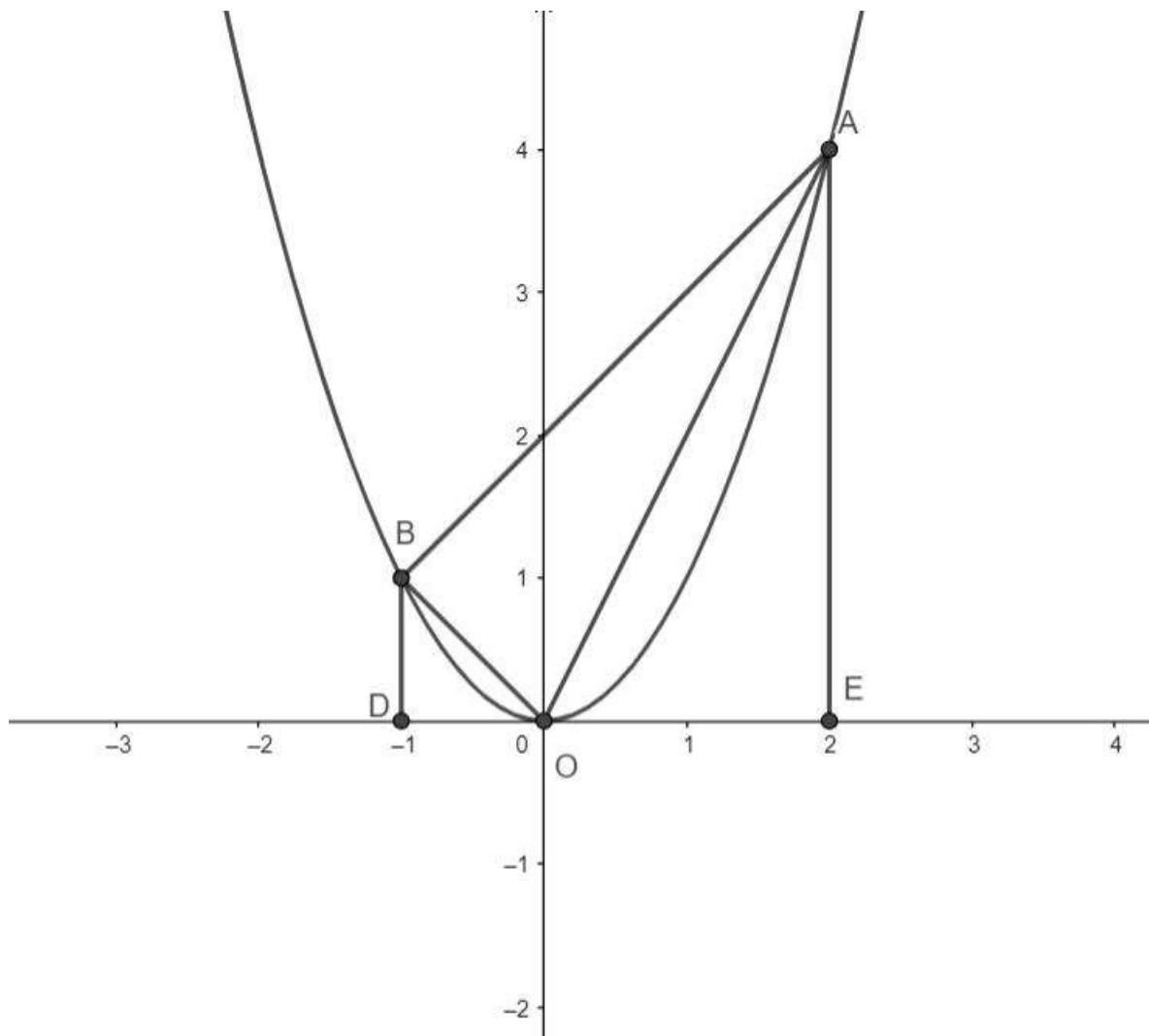
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Với $x = 2 \Rightarrow y = 2^2 = 4 \Rightarrow A(2; 4)$

Với $x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 = 1 \Rightarrow B(-1; 1)$

Vậy đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(2; 4)$ và $B(-1; 1)$

b)



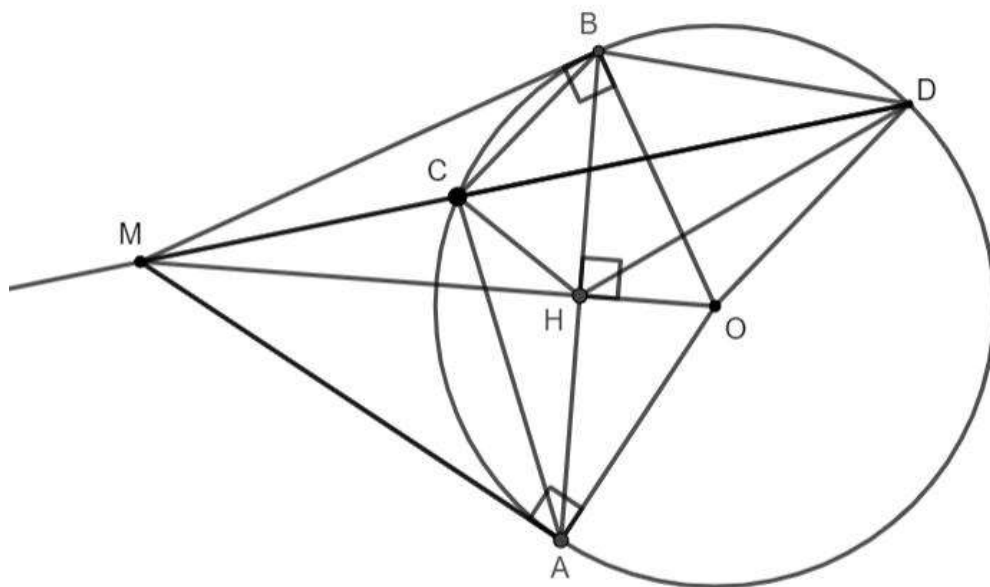
Gọi D là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống $Ox \Rightarrow D(-1; 0)$ và $|BD| = 1$ (đvđđ)

E là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống $Ox \Rightarrow E(2; 0)$ và $|AE| = 4$ (đvđđ)

Độ dài đoạn $DE = OD + OE = 1 + 2 = 3$ (đvdd)

$$\text{Có } SOAB = SABDE - SOBD - SOAE = \frac{(1+4) \cdot 3}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2} - \frac{2 \cdot 4}{2} = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} - 4 = 3 \text{ (đvdt)}$$

Bài IV:



a) + Có MA và MB là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M (gt)

$$\Rightarrow \begin{cases} OBM = 90^\circ \\ OAM = 90^\circ \end{cases} \text{ (t/c)}$$

+ Xét tứ giác OBMA có:

$$OBM + OAM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc ở vị trí đối nhau

\Rightarrow Tứ giác OBMA nội tiếp đường tròn (đpcm)

b) + Có MBC là góc tạo bởi tiếp tuyến MB và dây BC chắn cung BC

BDC là góc nội tiếp chắn cung BC

$$\Rightarrow MBC = BDC$$

+ Chứng minh được hai tam giác MBC và MDB đồng dạng với nhau (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MB} \Rightarrow MB^2 = MC.MD$$

c) + Chứng minh hai tam giác MBH và MOB đồng dạng với nhau (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MB}{MO} = \frac{MH}{MB} \Rightarrow MB^2 = MO.MH$$

Mà $MB^2 = MC.MD$ (câu b)

$$\Rightarrow MH.MO = MC.MD$$