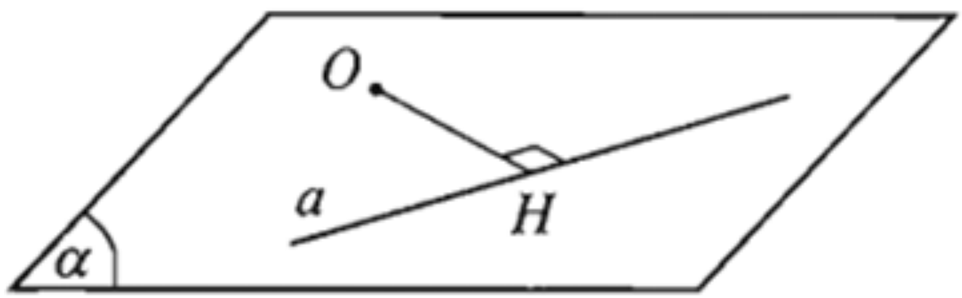
GIẢI TOÁN HÌNH 11 BÀI: KHOẢNG CÁCH

Trả lời câu hỏi SGK Toán 11 bài khoảng cách

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 5 trang 115:

Cho điểm O và đường thẳng a. Chứng minh rằng khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng a là bé nhất so với các khoảng cách từ O đến một điểm bất kì của đường thẳng a

Lời giải



Hình 3.38

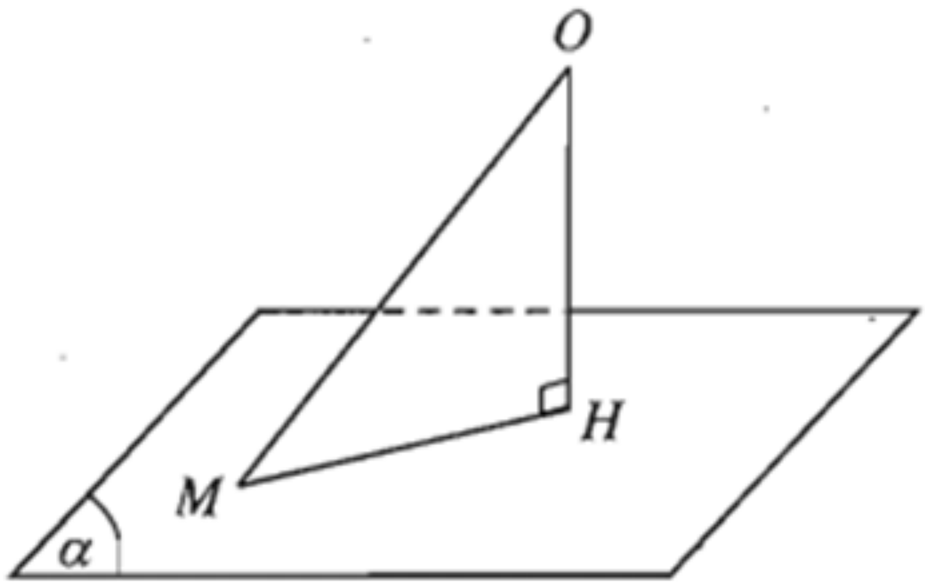
Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng a là OH (H là hình chiếu vuông góc của O trên a)

Dựa vào quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc ⇒ khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng a là bé nhất so với các khoảng cách từ O đến một điểm bất kì của đường thẳng a

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 5 trang 115:

Cho điểm O và mặt phẳng (α). Chứng minh rằng khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α) là bé nhất so với các khoảng cách từ O tới một điểm bất kì của mặt phẳng (α).

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (α) ⇒ OH = khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α)

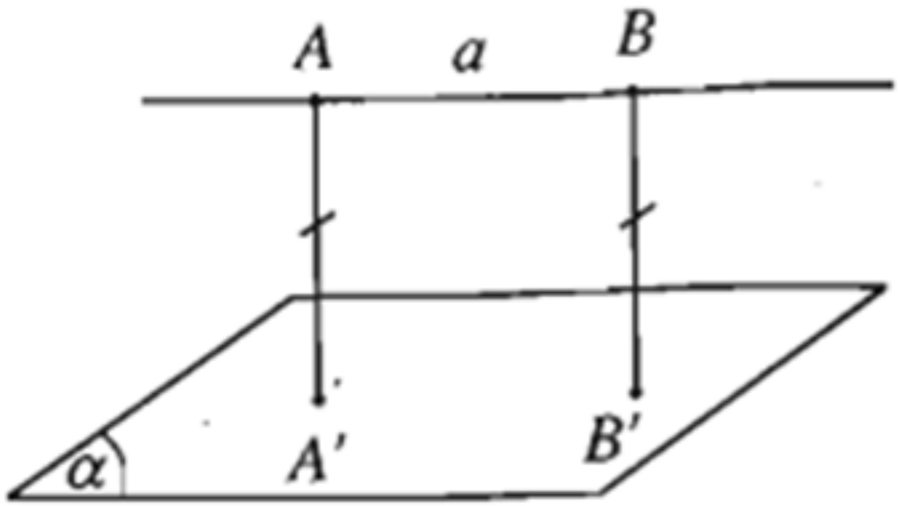
M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng (α), xét quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu OH < OM

Vậy khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α) là bé nhất so với các khoảng cách từ O tới một điểm bất kì của mặt phẳng (α).

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 5 trang 116:

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Chứng minh rằng khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là bé nhất so với khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc a tới một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (α).

Lời giải



Lấy điểm A ∈ a, A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng (α) ⇒ AA' = khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α)

Mà khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) là bé nhất so với các khoảng cách từ A tới một điểm bất kì của mặt phẳng (α).

Vậy khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là bé nhất so với khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc a tới một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (α).

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 5 trang 116:

Cho hai mặt phẳng (α) và (β). Chứng minh rằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) và (β) là nhỏ nhất trong các khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này tới một điểm bất kì của mặt phẳng kia.

Lời giải

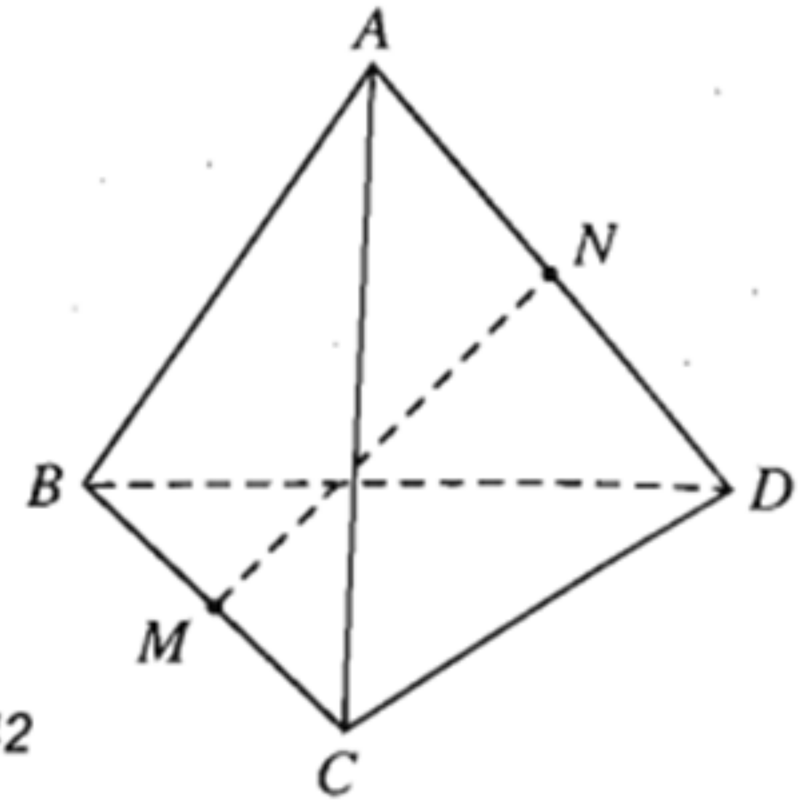
hai mặt phẳng song song (α) và (β) nên có 1 đường thẳng a ∈ (α) và a // (β)

⇒ Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (β) là bé nhất so với khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc a tới một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (β).

Vậy khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) và (β) là nhỏ nhất trong các khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này tới một điểm bất kì của mặt phẳng kia.

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 5 trang 116:

Cho tứ diện đều ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AD. Chứng minh rằng: MN ⊥ BC và MN ⊥ AD (h.3.42)



Hình 3.42

Lời giải

Tứ diện đều ABCD nên các mặt của tứ diện là các tam giác đều bằng nhau

Ta có: ΔBAD = ΔCAD (c.c.c)

Suy ra hai đường trung tuyến tương ứng bằng nhau: BN = CN

⇒ ΔBNC cân tại N.

Do NM là đường trung tuyến của tam giác cân BNC nên NM đồng thời là đường cao:

⇒ MN ⊥ BC

Chứng minh tương tự MN ⊥ AD

Trả lời câu hỏi Toán 11 Hình học Bài 5 trang 118:

Chứng minh rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là bé nhất so với khoảng cách giữa hai điểm bất kì lần lượt nằm trên hai đường thẳng ấy.

Lời giải

Theo nhận xét trang 117

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng đó đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường thẳng còn lại

Áp dụng chứng minh câu 3 trang 116, ta có đpcm

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

Áp dụng chứng minh câu 4 trang 116, ta có đpcm

Giải bài tập SGK Toán hình 11 bài khoảng cách trang 119:

Bài 1 (trang 119 SGK Hình học 11):

Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào là đúng?

a) Đường thẳng Δ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng a và b nếu Δ ⊥a và Δ ⊥b.

b) Gọi (P) là mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng a và b chéo nhau thì đường vuông góc chung của a và b luôn luôn vuông góc với (P).

c) Gọi Δ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b thì Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (a, Δ) và (b, Δ).

d) Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Đường thẳng nào đi qua một điểm M trên a đồng thời cắt b tại N và vuông góc với b thì đó là đường vuông góc chung của a và b.

e) Đường vuông góc chung Δ của hai đường thẳng chéo nhau a và b nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.

Lời giải:

a) Sai

Sửa lại: "Đường thẳng Δ là đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b nếu Δ cắt cả a và b, đồng thời Δ ⊥ a và Δ ⊥ b"

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Sửa lại: Đường thẳng đi qua M trên a và vuông góc với a, đồng thời cắt b tại N và vuông góc với b thì đó là đường vuông góc chung của a và b.

e) Sai.

Bài 2 (trang 119 SGK Hình học 11):

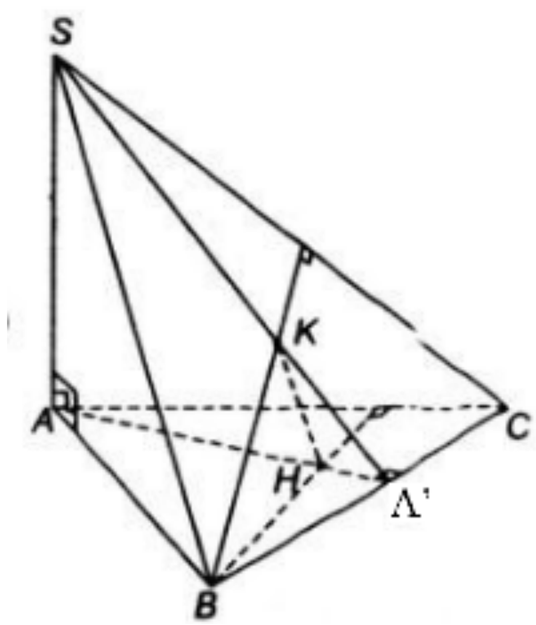
Cho tứ diện S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi H , K lần lượt là trực tâm của tam giác ABC và SBC.

a) Chứng minh ba đường thẳng AH, SK, BC đồng quy.

b) Chứng minh rằng SC vuông góc với mặt phẳng (BHK) và HK vuông góc với mặt phẳng (SBC).

c) Xác định đường vuông góc chung của BC và SA.

Lời giải:



a) Chứng minh AH, SK, BC đồng qui:

• Gọi AA' là đường cao của ΔABC thì $H \in AA'$

• $\begin{cases} BC \perp AA' \\ AA' \text{ là hình chiếu của } SA' \text{ trên } (ABC) \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp SA'$

Vậy SA' là đường cao của ΔSBC nên $K \in SA'$.

Do đó AH, SK, BC đồng qui tại A'.

b) Chứng minh $SC \perp (BHK)$, $HK \perp (SBC)$

• Vì H là trực tâm trên ΔABC nên $BH \perp AC$

mà AC là hình chiếu của SC trên ABC $\Rightarrow BH \perp SC$

K là trực tâm của ΔSBC nên $BK \perp SC$.

Vậy SC vuông góc với BH, BK nên $SC \perp (BHK)$

• $\left.\begin{matrix} (BHK) \perp SC \\ SC \subset (SBC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (BHK) \perp (SBC)$

$\left.\begin{matrix} (SAA') \perp BC \\ BC \subset (SBC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (SAA') \perp (SBC)$

Vậy (BHK) và (SAA') cùng vuông góc với (SBC)

nên giao tuyến của chúng là HK cũng vuông góc với (SBC).

c) Xác định đường vuông góc chung của BC, SA

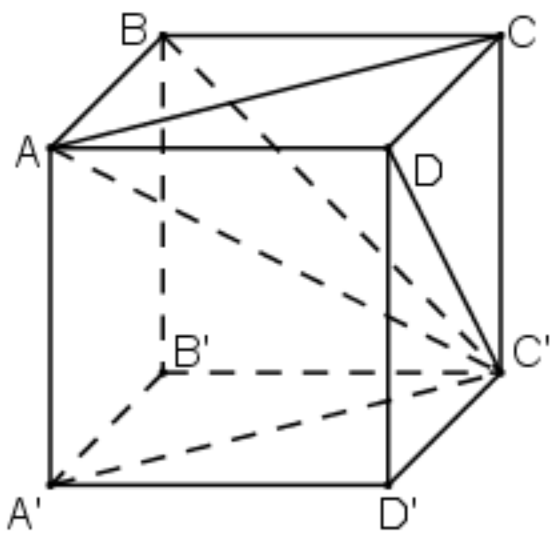
Ta có $AA' \perp BC$ tại A'. Do $SA \perp (ABC)$ nên $AA' \perp SA$ tại A

$\Rightarrow$ AA' là đường vuông góc chung của BC, SA.

Bài 3 (trang 119 SGK Hình học 11):

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Chứng minh rằng các khoảng cách từ các điểm B, C, D, A', B' và D' đến đường chéo AC' đều bằng nhau. Tính khoảng cách đó.

Lời giải:



a) Ta có: Δ ABC' = Δ C'CA = ΔADC'=Δ AA'C' =Δ C'B'A = ΔC'D'A (c.c.c)

⇒ Các đường cao hạ từ B; C; D; A'; B'; D' xuống AC' bằng nhau

(chú ý: các tam giác trên đều có chung cạnh AC')

Gọi khoảng cách đó là h.

Ta có: CC' = a; $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

ΔC'AC vuông tại C, có hai cạnh góc vuông là CA và CC'. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có:

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2}=\frac{1}{CA^2}+\frac{1}{CC'^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{3}{2a^2}$$

$$\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$