

GIẢI TOÁN 12 BÀI 1: LŨY THỪA

Trả lời câu hỏi bài 1: Luỹ thừa 12

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 1 trang 49:

Tính $(1,5)^4$; $((-2)/3)^3$; $(\sqrt{3})^5$.

Lời giải:

$$(1,5)^4 = 5.0625; ((-2)/3)^3 = (-8)/27; (\sqrt{3})^5 = 9\sqrt{3}$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 1 trang 50:

Dựa vào đồ thị của các hàm số $y = x^3$ và $y = x^4$ (H.26, H.27), hãy biện luận theo b số nghiệm của các phương trình $x^3 = b$ và $x^4 = b$.

Lời giải:

Số nghiệm của phương trình $x^3 = b$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = b$ và $y = x^3$.

Dựa vào H26 ta có đồ thị hàm số $y = x^3$ luôn cắt đường thẳng $y = b$ tại một điểm duy nhất với mọi b nên phương trình $x^3 = b$ luôn có nghiệm duy nhất với mọi b .

Số nghiệm của phương trình $x^4 = b$ (1) là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = b$ và $y = x^4$. Dựa vào hình 27 ta có:

- + Với $b < 0$ hai đồ thị hàm số trên không giao nhau, vậy phương trình (1) vô nghiệm.
- + Với $b = 0$, hai đồ thị hàm số tiếp xúc nhau tại $(0,0)$, vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 0$.
- + Với $b > 0$, hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt, vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 1 trang 52:

Chứng minh tính chất $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.

Lời giải:

Đặt $\sqrt[n]{a} = x$, $\sqrt[n]{b} = y$. Khi đó: $x^n = a$, $y^n = b$.

Ta có $(xy)^n = x^n \cdot y^n = a \cdot b$. Vậy xy là căn bậc n của ab .

Suy ra $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 1 trang 54:

Hãy nhắc lại các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Lời giải:

Các tính chất về đẳng thức

1. $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$
2. $a^m : a^n = a^{(m-n)}$ ($m \geq n$).
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(a/b)^m = a^m / b^m$ ($b \neq 0$)
5. $(ab)^m = a^m \cdot b^m$

Các tính chất về bất đẳng thức

- Với $a > 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$.
- Với $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$.
- $0 < a < b$ thì $a^m > b^m$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 1 trang 55:

Rút gọn biểu thức:

Lời giải:

$$\frac{(a^{\sqrt{3}} - 1)^{\sqrt{3} + 1}}{a^{\sqrt{5} - 3} \cdot a^{4 - \sqrt{5}}} = \frac{a^{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}}{a^{\sqrt{5} - 3 + 4 - \sqrt{5}}} = \frac{a^{(3-1)}}{a^1} = a$$

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 1 trang 55:

So sánh các số $\left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{8}}$ và $\left(\frac{3}{4}\right)^3$.

Lời giải:

Ta có $0 < \frac{3}{4} < 1$, và $\sqrt{8} < 3$ nên $\left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{8}} > \left(\frac{3}{4}\right)^3$

Giải bài tập SGK Toán 12 bài Lũy thừa

Bài 1 (trang 55 SGK Giải tích 12):

Tính

a) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$;

b) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$;

c) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{-\frac{5}{2}}$;

d) $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{\frac{-2}{3}}$

Lời giải:

$$a) 9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$$

$$= (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}}$$

$$= (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^{5 \cdot \frac{2}{5}} = 3^2 = 9.$$

$$b) 144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = (144 : 9)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}}$$

$$= (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 2^3 = 8$$

$$c) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{\frac{-5}{2}} = (2^{-4})^{\frac{-3}{4}} + (2^{-2})^{\frac{-5}{2}}$$

$$= 2^{-4 \cdot \frac{-3}{4}} + 2^{-2 \cdot \frac{-5}{2}} = 2^3 + 2^5 = 8 + 32 = 40.$$

$$d) (0,04)^{-1,5} - (0,125)^{\frac{-2}{3}}$$

$$= \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{-3}{2}} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{-2}{3}} = (5^{-2})^{\frac{-3}{2}} - (2^{-3})^{\frac{-2}{3}}$$

$$= 5^{-2 \cdot \frac{-3}{2}} - 2^{-3 \cdot \frac{-2}{3}} = 5^3 - 2^2 = 125 - 4 = 121$$

Bài 2 (trang 55 SGK Giải tích 12):

Cho a, b là những số thực dương. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

a) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$;

b) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$;

c) $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$;

d) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải:

a) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$

$$= a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$$

b) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$

$$= b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = b^1 = b$$

c) $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$

$$= a^{\frac{4}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = a^1 = a$$

d) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$

$$= b^{\frac{1}{3}} : b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = b^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{b} .$$

Bài 3 (trang 56 SGK Giải tích 12): Viết các số sau theo thứ tự tăng dần:

a) $1^{3,75}$; 2^{-1} ; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

b) 98^0 ; $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$; $32^{\frac{1}{5}}$

Lời giải:

a) Ta có:

$$1^{3,75} = 1;$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2};$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = (2^{-1})^{-3} = 2^3 = 8$$

Vì $\frac{1}{2} < 1 < 8$ nên ta có:

$$2^{-1} < 1^{3,75} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

b) Ta có:

$$98^0 = 1;$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3};$$

$$32^{\frac{1}{5}} = (2^5)^{\frac{1}{5}} = 2^{5 \cdot \frac{1}{5}} = 2^1 = 2$$

Vì $1 < 2 < \frac{7}{3}$ nên ta có: $98^0 < 32^{\frac{1}{5}} < \left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$

Bài 4 (trang 56 SGK Giải tích 12): Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot \left(a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}} \right)};$$

$$\text{b) } \frac{b^{\frac{1}{5}} \left(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}} \right)}{b^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}} \right)}$$

$$\text{c) } \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{-1}{3}} - a^{\frac{-1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$$

$$\text{d) } \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}.$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot \left(a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}} \right)} = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{-1}{4}}} \\
 & = \frac{a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} + a^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a + 1)}{a + 1} = a
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{b^{\frac{1}{5}} \left(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}} \right)}{b^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}} \right)} = \frac{b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{4}{5}} - b^{\frac{-1}{5}} \right)}{b^{\frac{2}{3}} \cdot \left(b^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{-2}{3}} \right)}$$

$$= \frac{b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{4}{5}} - b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{-1}{5}}}{b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{-2}{3}}} = \frac{b^{\frac{1}{5} + \frac{4}{5}} - b^{\frac{1}{5} - \frac{1}{5}}}{b^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}}} = \frac{b - 1}{b - 1} = 1$$

$$\text{c) } \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{-1}{3}} - a^{\frac{-1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} = \frac{a^{\frac{-1}{3}} \cdot b^{\frac{-1}{3}} \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}}$$

$$= a^{\frac{-1}{3}} \cdot b^{\frac{-1}{3}} = (ab)^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{(ab)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$$

$$\text{d) } \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}}$$

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}}$$

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}} \right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{ab}$$

Bài 5 (trang 56 SGK Giải tích 12): Chứng minh rằng:

$$a) \left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}} ;$$

$$b) 7^{6\sqrt{3}} > 7^{3\sqrt{6}} .$$

Lời giải:

$$a) \text{ Ta có: } 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20} ;$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$\text{Do } \sqrt{20} > \sqrt{18} \text{ nên } 2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$$

$$\text{Mà } 0 < \frac{1}{3} < 1 \text{ nên } \left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}}$$

$$b) \text{ Ta có: } 6\sqrt{3} = \sqrt{6^2 \cdot 3} = \sqrt{108} ;$$

$$3\sqrt{6} = \sqrt{3^2 \cdot 6} = \sqrt{54}$$

$$\text{Do } \sqrt{108} > \sqrt{54} \text{ nên } 6\sqrt{3} > 3\sqrt{6} .$$

$$\text{Mà } 7 > 1 \text{ nên } 7^{6\sqrt{3}} > 7^{3\sqrt{6}} .$$