

## GIẢI BÀI 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT NHỎ NHẤT LỚP 12

Trả lời câu hỏi SGK Toán 12 Giá trị lớn nhất nhỏ nhất trang 20, 21, 23

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 20: Xét tính đồng biến, nghịch biến và tính giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a)  $y = x^2$  trên đoạn  $[-3; 0]$ ;

b)  $y = (x + 1)/(x - 1)$  trên đoạn  $[3; 5]$ .

**Lời giải:**

a)  $y' = 2x \leq 0$  trên đoạn  $[-3; 0]$ . Vậy hàm số nghịch biến trên đoạn  $[-3, 0]$ .

Khi đó trên đoạn  $[-3, 0]$ : hàm số đạt giá trị lớn nhất tại  $x = -3$  và giá trị lớn nhất bằng 9, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 0$  và giá trị nhỏ nhất = 0.

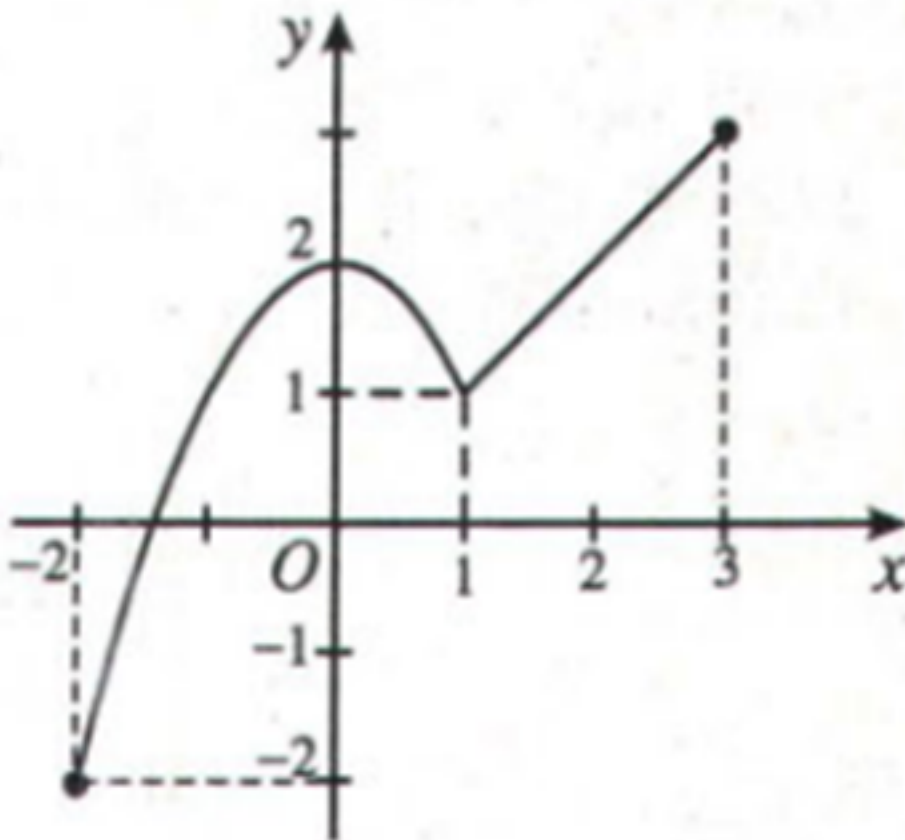
b)  $y' = (-2)/(x-1)^2 < 0$  trên đoạn  $[3; 5]$ . Vậy hàm số nghịch biến trên đoạn  $[3; 5]$ .

Khi đó trên đoạn  $[3, 5]$ : hàm số đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 3$  và giá trị lớn nhất bằng 2, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 5$  và giá trị nhỏ nhất = 1.5.

Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 21:

$$y = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{nếu } -2 \leq x \leq 1 \\ x & \text{nếu } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

Cho hàm số có đồ thị như Hình 10. Hãy chỉ ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 3]$  và nêu cách tính.



Hình 10

**Lời giải:**

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-2,3]$  là điểm thấp nhất của đồ thị trên đoạn đó. Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = -2$ . Thay  $x = -2$  vào hàm số  $y$  đã cho ta có giá trị nhỏ nhất là  $-2$ .

Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2,3]$  là điểm cao nhất của đồ thị trên đoạn đó. Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 3$ . Thay  $x = 3$  vào hàm số  $y$  đã cho ta có giá trị lớn nhất là  $3$ .

**Trả lời câu hỏi Toán 12 Giải tích Bài 3 trang 23:**

Lập bảng biến thiên của hàm số  $f(x) = (-1)/(1 + x^2)$ .

Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên tập xác định.

**Lời giải:**

1. TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

2.  $y' = 2x/(1 + x^2)^2$ . Cho  $y' = 0$  thì  $x = 0$ .

3. Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y'$		$0$	
$y$	$0$	$-1$	$0$

Diagram description: A sign chart for the derivative y'. The x-axis has points -∞, 0, and +∞. The y' row shows a minus sign (-) between -∞ and 0, and a plus sign (+) between 0 and +∞. The y row shows values 0 at -∞, -1 at 0, and 0 at +∞. Arrows point from the y values towards the x=0 line, indicating a decrease from 0 to -1 and an increase from -1 to 0.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là  $-1$  tại  $x = 0$ .

### **Giải bài tập toán 12 Giá trị lớn nhất nhỏ nhất SGK trang 24**

#### **Bài 1 (trang 23-24 SGK Giải tích 12):**

Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số:

a)  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$  trên các đoạn  $[-4; 4]$  và  $[0; 5]$  ;

b)  $y = x^4 - 3x^2 + 2$  trên các đoạn  $[0; 3]$  và  $[2; 5]$  ;

c)  $y = \frac{2 - x}{1 - x}$  trên các đoạn  $[2; 4]$  và  $[-3; -2]$  ;

d)  $y = \sqrt{5 - 4x}$  trên đoạn  $[-1; 1]$ .

#### **Lời giải:**

a) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 3x^2 - 6x - 9;$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$$

+ Xét hàm số trên đoạn  $[-4; 4]$  :

$$y(-4) = -41 ;$$

$$y(-1) = 40 ;$$

$$y(3) = 8$$

$$y(4) = 15.$$

$$\Rightarrow \min_{[-4;4]} y = y(-4) = -41 ;$$

$$\max_{[-4;4]} y = y(-1) = 40 .$$

+ Xét hàm số trên  $[0 ; 5]$ .

$$y(0) = 35 ;$$

$$y(3) = 8 ;$$

$$y(5) = 40.$$

$$\Rightarrow \min_{[0;5]} y = y(3) = 8 ;$$

$$\max_{[0;5]} y = y(5) = 40 .$$

b) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

$$y' = 4x^3 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot (2x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

+ Xét hàm số trên  $[0 ; 3]$  :

$$y(0) = 2 ;$$

$$y\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{-1}{4} ;$$

$$y(3) = 56.$$

$$\Rightarrow \min_{[0;3]} y = y\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{-1}{4} ;$$

$$\max_{[0;3]} y = y(3) = 56.$$

+ Xét hàm số trên [2; 5].

$$y(2) = 6;$$

$$y(5) = 552.$$

$$\Rightarrow \min_{[2;5]} y = y(2) = 6 ;$$

$$\max_{[2;5]} y = y(5) = 552.$$

c) TXĐ:  $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

$$y' = \frac{1}{(1-x)^2} > 0 \text{ với } \forall x \in D.$$

$\Rightarrow$  hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

$\Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên  $[2; 4]$  và  $[-3; -2]$

$$\text{Vậy } \min_{[2;4]} y = y(2) = 0;$$

$$\max_{[2;4]} y = y(4) = \frac{2}{3}$$

$$\min_{[-3;-2]} y = y(-3) = \frac{5}{4};$$

$$\max_{[-3;-2]} y = y(-2) = \frac{4}{3}.$$

d) TXĐ:  $D = (-\infty; 5/4]$

với  $\forall x \in (-\infty; 5/4)$

$\Rightarrow$  Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 5/4)$

$\Rightarrow$  Hàm số nghịch biến trên  $[-1; 1]$

$$\Rightarrow \min_{[-1;1]} y = y(1) = 1;$$

$$\max_{[-1;1]} y = y(-1) = 3.$$

**Bài 2 (trang 24 SGK Giải tích 12):**

Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16cm, hãy tìm hình chữ nhật có diện tích lớn nhất.

**Lời giải:**

Nửa chu vi hình chữ nhật là:  $16 : 2 = 8\text{cm}$ .

Gọi độ dài 1 cạnh của hình chữ nhật là  $x$  (cm)

⇒ độ dài cạnh còn lại là :  $8 - x$  (cm)

⇒ Diện tích của hình chữ nhật là:

$$S = x(8 - x) = 8x - x^2 = 16 - (16 - 8x + x^2) = 16 - (x - 4)^2 \leq 16.$$

$$\Rightarrow S_{\max} = 16$$

Dấu bằng xảy ra khi  $(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ .

Vậy trong các hình chữ nhật có chu vi 16cm thì hình vuông cạnh bằng 4cm có diện tích lớn nhất bằng  $16\text{cm}^2$ .

### Bài 3 (trang 24 SGK Giải tích 12):

Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích  $48\text{ m}^2$ , hãy xác định hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất.

#### Lời giải:

Gọi độ dài một cạnh của hình chữ nhật là  $x$  (m) (điều kiện:  $x > 0$ ).

⇒ độ dài cạnh còn lại :  $48/x$  (m)

⇒ chu vi hình chữ nhật :

$$P(x) = 2x + \frac{96}{x}$$

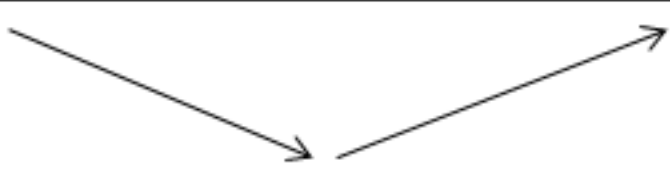
Xét hàm số trên  $(0; +\infty)$ :

$$P'(x) = 2 - \frac{96}{x^2}.$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{96}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 48 \Leftrightarrow x = 4\sqrt{3}$$

Bảng biến thiên trên  $(0; +\infty)$ :

x	0	$4\sqrt{3}$	$+\infty$	
$P'(x)$		-	0	+
$P(x)$				

$$\Rightarrow \min_{[0; +\infty)} P(x) = P(4\sqrt{3}) = 16\sqrt{3}$$

**Bài 4 (trang 24 SGK Giải tích 12):**

Tính giá trị lớn nhất của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{4}{1+x^2}$ ;

b)  $y = 4x^3 - 3x^4$

**Lời giải:**

a) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta thấy:  $1 + x^2 \geq 1$

$$\Rightarrow \max_{\mathbb{R}} y = 4 \quad \text{đạt được khi } 1 + x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$



b) TXĐ :  $D = \mathbb{R}$

$$\Rightarrow y' = 12x^2 - 12x^3 = 12x^2(1 - x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1$$

Bảng biến thiên:

X	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$	+	0	0	-
y				

Từ bảng biến thiên suy ra:  $\max y = y(1) = 1$ .

**Bài 5 (trang 24 SGK Giải tích 12):**

Tính giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = |x|$ ;

**Lời giải:**

a)

- Cách 1:

Ta có:  $y = |x| \geq 0 \forall x$

$\Rightarrow$  Hàm số có giá trị nhỏ nhất là  $\min y = 0$  khi  $x = 0$ .

- Cách 2:

$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \in [0; +\infty) \\ -x & \text{khi } x \in (-\infty; 0) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y'$		$-$	$+$
$y$	$+\infty$	$0$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra:  $\min y = 0$

b)  $D = (0; +\infty)$

$$y' = 1 - \frac{4}{x^2}$$

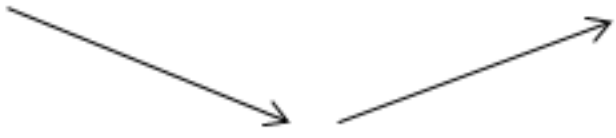
$$y' = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (loại } x = -2 \text{ vì } \notin (0; +\infty))$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Từ bảng biến thiên suy ra:  $\min y = y(2) = 4$