

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức: $A = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$; $B = \frac{3}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+5}{x-1}$ với $x \geq 0$, $x \neq 1$.

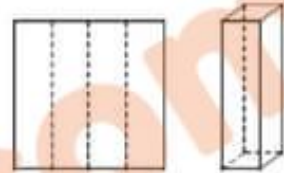
- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Xét biểu thức $K = A.B$. Tìm tất cả giá trị của x thỏa mãn $K \leq 4$.

Bài II (2,5 điểm).

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một đội xe theo kế hoạch phải chuyên 180 tấn cát trong một thời gian quy định, mỗi ngày chuyên được khối lượng cát như nhau. Nhờ bổ sung thêm xe, thực tế mỗi ngày đội chuyên thêm được 10 tấn so với kế hoạch. Vì vậy chẳng những hoàn thành công việc sớm hơn thời gian quy định một ngày, mà còn chuyên vượt mức kế hoạch 20 tấn. Tính khối lượng cát mà đội dự định phải chuyên trong một ngày theo kế hoạch.

- 2) Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh 4 cm, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dán kín lên các mặt bên của một hình lăng trụ tứ giác đều như hình vẽ (không có phần giấy nào chồng lên nhau). Tính thể tích của khối lăng trụ này.



Bài III (2,0 điểm).

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} + \frac{3}{|y|} = 4 \\ 2\sqrt{2x+1} - \frac{1}{|y|} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = \frac{3}{2}x + 1$ và parabol $(P): y = x^2$.

- a) Tìm tọa độ hai giao điểm A, B của đường thẳng (d) và parabol (P) rồi vẽ hai đồ thị này trong cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên trục Ox . Gọi I là giao điểm của đường thẳng (d) và trục Oy . Chứng minh tam giác IHK là tam giác vuông tại I .

Bài IV (3,0 điểm). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, dựng các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm) và dựng đường kính AC của đường tròn (O) . Gọi D, I lần lượt là trung điểm của AO, MO ; gọi H là giao điểm của MO với AB . Đường thẳng qua M vuông góc với MA cắt OB tại E .

- a. Chứng minh: Bốn điểm M, A, O, B nằm trên cùng một đường tròn.
- b. Chứng minh: Tam giác EMO là tam giác cân tại E và $ID.IO = IE.OD$.
- c. Gọi K là giao điểm của DE với AB . Tính giá trị của tích $AH.AK$ theo R .

Bài V (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K = \frac{a}{\sqrt{a^4+7}} + \frac{b}{\sqrt{b^4+7}} + \frac{c}{\sqrt{c^4+7}}$.

----- HẾT -----

Ghi chú:

- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài;
- Giáo viên làm nhiệm vụ coi thi không giải thích gì thêm.

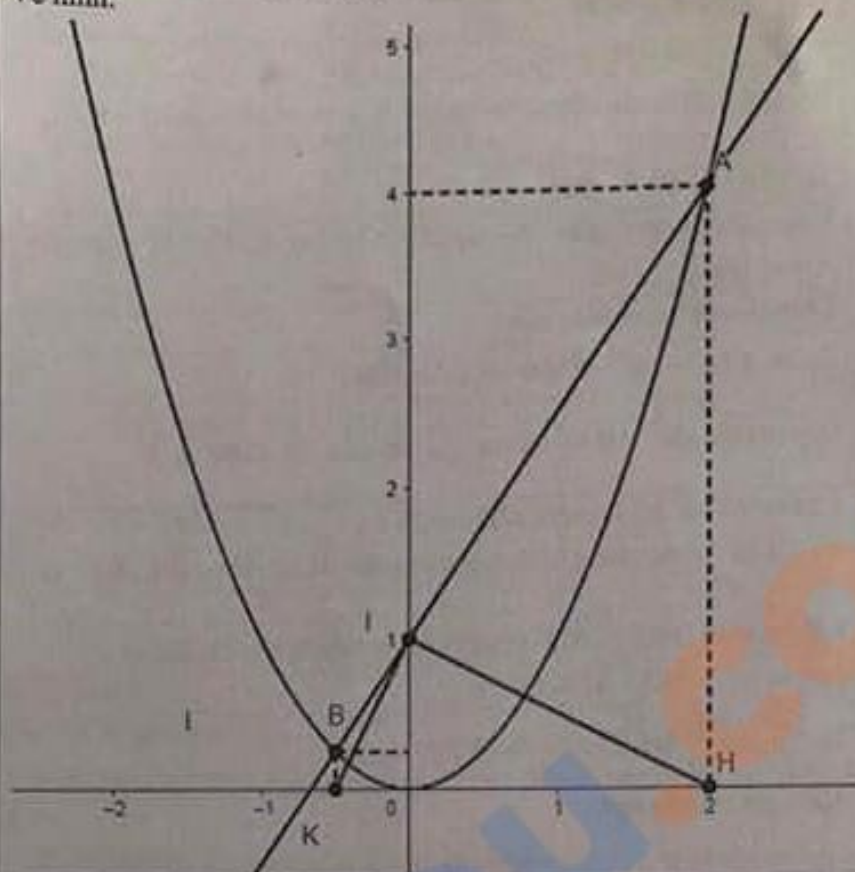
Họ tên học sinh: Số báo danh: Trường THCS

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài	Ý	Đáp án - Hướng dẫn chấm	Điểm
I (2,0 điểm)	1)	Tính giá trị của A...	0,50
		Ta có $x = 16$ (TMĐK) $\Rightarrow \sqrt{x} = 4$.	0,25
		Thay vào A, ta tính được $A = \frac{16}{4+1} = \frac{16}{5}$.	0,25
	2)	Rút gọn B...	1,0
		$B = \frac{3}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+5}{x-1}$	0,25
		$= \frac{3(\sqrt{x}-1) - (1+\sqrt{x}) + x+5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$= \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	3)	Tìm x để ...	0,50
		$K = A.B = \frac{x}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$	0,25
$K \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}-1} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0$		0,25	
Vì $(\sqrt{x}-2)^2 \geq 0$ nên $\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{x}-2)^2 > 0 \\ \sqrt{x}-1 < 0 \\ (\sqrt{x}-2)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ x = 4 \end{cases}$		0,25	
Kết hợp ĐKXĐ, ta có $\begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ x = 4 \end{cases}$ KL...			
II (2,0 điểm)	Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc...	2,0	
	Gọi khối lượng cát mà đội xe dự định chuyển trong 1 ngày theo kế hoạch là x (tấn) ($0 < x < 180$).	0,25	
	Suy ra khối lượng cát mà đội thực tế chuyển được trong 1 ngày là $x+10$ (tấn).	0,25	
	Vì khối lượng cát cần chuyển là 180 tấn nên ta có:	0,25	
	Thời gian dự định đội chuyển xong là $\frac{180}{x}$ ngày.	0,25	
	Vì đội đó chuyển vượt mức kế hoạch 20 tấn nên thực tế đội đã chuyển được $180+20=200$ (tấn).	0,25	
Thời gian đội chuyển xong khối lượng cát trong thực tế là $\frac{200}{x+10}$ ngày.	0,25		

	<p>Vi đội hoàn thành công việc sớm hơn dự định một ngày nên ta có phương trình:</p> $\frac{180}{x} - \frac{200}{x+10} = 1.$	0,25
	Giải phương trình được $x = 30$ (TMĐK); $x = -60$ (loại).	0,50
	Kết luận.	0,25
	<u>Lưu ý:</u> Nếu HS giải bài toán bằng cách lập HPT mà đúng, giám khảo vẫn cho điểm tối đa.	
	2) Tính thể tích của lăng trụ...	0,5
	Độ dài chiều cao của lăng trụ là: $4(\text{cm})$.	0,25
	Cạnh đáy hình vuông của lăng trụ là: $4 : 4 = 1(\text{cm})$.	0,25
	Diện tích đáy là: $1.1 = 1(\text{cm}^2)$.	0,25
	Vậy thể tích của lăng trụ là: $4.1 = 4(\text{cm}^3)$.	
III (2,0 điểm)	1) Giải hệ phương trình ...	1,0
	ĐKXD: $x \geq -\frac{1}{2}; y \neq 0$.	0,25
	Giải hệ phương trình, tìm được $\begin{cases} \sqrt{2x+1} = 1 \\ \frac{1}{ y } = 1 \end{cases}$.	0,5
	Từ đó: $\begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 1 \end{cases}$ (TM ĐKXD).	0,25
	Kết luận: $S = \{(0;1), (0;-1)\}$.	
	2) Cho parabol ...	1,0
	a) Chứng minh ...	0,50
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm $\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ x = \frac{-1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \end{cases}$</p> <p>Vậy hai giao điểm là $A(2;4), B\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{4}\right)$</p>	0,25

Vẽ hình:



0,25

b) Tìm giá trị...

0,5

H, K là hình chiếu của $A(2;4), B\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ trên Ox nên $H(2;0), K\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$ và

$$HK = \frac{5}{2}$$

0,25

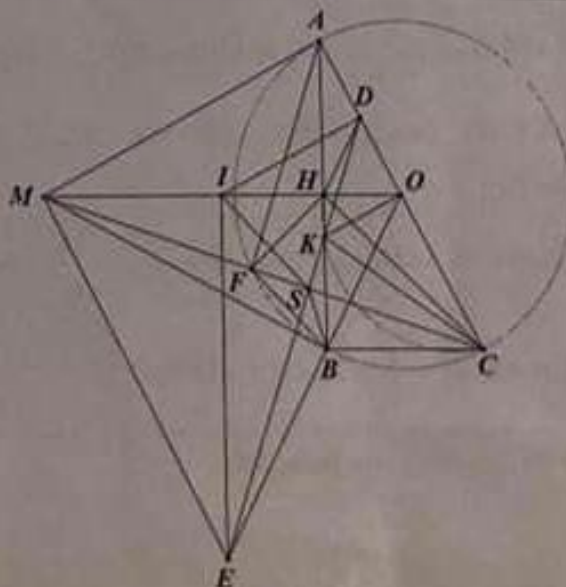
I là giao điểm của (d) và Oy nên $I(0;1)$.

Dựa vào các tam giác vuông IOK, IOH ta tính được $IK = \frac{\sqrt{5}}{2}, IH = \sqrt{5}$.

0,25

Ta có: $IK^2 + IH^2 = HK^2$ suy ra tam giác IHK là tam giác vuông ở I .

IV
(3
điểm)



		1,0
1)	Chứng minh 4 điểm	0,25
	Vẽ hình dùng đến câu 1).	
	Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$	0,25
	Vậy $MAOB$ là tứ giác nội tiếp (DHNB) hay 4 điểm M, A, O, B thuộc cùng một đường tròn.	0,25
2a)	Chứng minh tam giác cân	0,5
	Ta có $\widehat{EMO} = 90^\circ - \widehat{EMA} = \widehat{AOM} = \widehat{BOM}$	0,25
	Suy ra tam giác MEO cân tại E , dẫn đến $EI \perp OM$. (1)	0,25
2b)	Chứng minh $ID \cdot IO = IE \cdot OD$	1,0
	Vì ID là đường trung bình của tam giác AOM nên $ID \perp AO$ ($ID \parallel MA \perp AO$)	0,25
	Kết hợp với $\widehat{DOI} = \widehat{IOE}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)	0,25
	Suy ra $\Rightarrow \triangle IDO \sim \triangle EIO$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{ID}{EI} = \frac{OD}{OI} \Leftrightarrow ID \cdot IO = IE \cdot OD. \Rightarrow$ đpcm.	0,25
3)	Tính giá trị của tích...	0,5
	Từ chứng minh ở câu b ta có: $\frac{ID}{EI} = \frac{OD}{IO} = \frac{2OD}{2IO} = \frac{OC}{OM}$ suy ra	
	$\triangle DIE = \triangle COM$ (c.g.c) nên $\widehat{FED} = \widehat{CMC}$.	
	Gọi S là giao điểm của DE với MC thì tứ giác $MISE$ nội tiếp nên $\widehat{MSE} = \widehat{MIE} = 90^\circ$ hay $DE \perp MC$.	
	Gọi F là giao điểm MC với (O) (F khác C) thì $\widehat{AFM} = 90^\circ$ nên $AHFM$ là	0,25
	tứ giác nội tiếp nên $\widehat{FHM} = \widehat{FAM} = \widehat{PCA}$ nên tứ giác $FHOC$ nội tiếp. Ta có biến đổi góc:	
	$\widehat{FHM} = \widehat{PCO} = \widehat{FCO} = \widehat{HFC} \Rightarrow \widehat{PHB} = \widehat{BHC} \Rightarrow \widehat{BHC} = \frac{1}{2} \widehat{PHC} = \frac{1}{2} \widehat{POC} = \widehat{PAC}$	
	mà $DK \parallel AF$ (cùng vuông góc với MC) nên $\widehat{PAC} = \widehat{KDC}$ dẫn đến $\widehat{BHC} = \widehat{KDC}$.	
	Suy ra $\triangle ADK \sim \triangle AHC$ (g.g) dẫn đến $\frac{AD}{AH} = \frac{AK}{AC}$ hay	0,25
	$AH \cdot AK = AD \cdot AC = \frac{1}{2} AO \cdot 2AO = AO^2 = R^2$.	
V	Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức	0,5

(0,5
điểm)

Ta có:
$$\frac{a}{\sqrt{a^4+7}} = \frac{a}{\sqrt{(a^4+1)+6}} \leq \frac{a}{\sqrt{2a^2+6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+c}} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a+c} \right)$$

Do đó:

$$K \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a+c} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} + \frac{c}{c+b} \right) = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

Vậy GTLN của K là $\frac{3\sqrt{2}}{4}$, xảy ra khi $a=b=c=1$.

0,25

0,25

Cán bộ chấm thi lưu ý:

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- Các câu hoặc các ý có cách làm khác với hướng dẫn ở trên nếu đúng vẫn được điểm tối đa của câu hay ý đó.
- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.