

ĐỀ BÀI

**Câu 1: (2điểm).**

1) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $3x^2 - 4x + 1 = 0$

b)  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

2) Lập phương trình bậc hai nhận  $x_1 = 3 - \sqrt{2}$  và  $x_2 = 3 + \sqrt{2}$  là nghiệm.

**Câu 2: (2điểm).** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{7}$

1) Rút gọn biểu thức  $A$

2) Tìm  $x$  để  $A = 4$

**Câu 3: (2điểm).**

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = x + 1 - m$

Tìm  $m$  để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2

2) Cho phương trình:  $x^2 - 3x + m = 0$

Tìm các giá trị  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3}$$

**Câu 4: (3điểm).** Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MC và cát tuyến MBD tới đường tròn (O) (A, C là các tiếp điểm, B nằm giữa M và D, cát tuyến MBD không đi qua tâm O). Gọi H là giao điểm của OM và AC. Từ C kẻ đường thẳng song song với BD cắt đường tròn (O) tại E (E khác C), gọi K là giao điểm của AE và BD. Chứng minh:

1) Tứ giác OAMC nội tiếp.

2) K là trung điểm của BD.

3) HA là tia phân giác của góc BHD.

**Câu 5: (1điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương, chứng minh:

$$\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \frac{(a+b+c)^3}{abc} \geq 28$$

**ĐÁP ÁN THI THỬ VÀO LỚP 10 LẦN II**

Năm học: 2020-2021

Môn: Toán 9

Câu	Đáp án sơ lược	Biểu chấm
<p><b>Câu 1</b> (2 điểm)</p>	<p>1) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:</p> <p>a) Phương trình: <math>3x^2 - 4x + 1 = 0</math> có tổng các hệ số  <math>a+b+c = 3-4+1=0</math> nên có hai nghiệm phân biệt  <math>x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{3}</math></p> <p align="center">b)</p> $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x+2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+2y=6 \\ 3x+2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ 10+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  <math>(x; y) = (5; -7)</math></p> <p>2) Ta có: <math>x_1 + x_2 = 3 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} = 6</math>  <math>x_1 x_2 = (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7</math>                  Vậy <math>x_1; x_2</math> là nghiệm của phương trình <math>x^2 - 6x + 7 = 0</math></p>	<p>0,5 0,75 0,25 0,5</p>
<p><b>Câu 2</b> (2 điểm)</p>	<p>1) Rút gọn biểu thức A                  ĐKXĐ: <math>x \geq 0</math></p> $A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{7}$ $A = \frac{x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{7}$ $A = \frac{x+2+x+\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{7}$ $A = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{7}$ $A = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{7}{(\sqrt{x}+1)}$ $A = \frac{7}{x-\sqrt{x}+1}$	<p>0.25 0.25 0.5</p>
	<p>2) <math>A = 4 \Leftrightarrow \frac{7}{x-\sqrt{x}+1} = 4 \Leftrightarrow 4x - 4\sqrt{x} + 4 = 7 \Leftrightarrow 4x - 4\sqrt{x} - 3 = 0</math></p> $\Delta = (-2)^2 - 4(-3) = 4 + 12 = 16 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{16} = 4$ $\sqrt{x_1} = \frac{2+4}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{9}{4} \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ)}$ $\sqrt{x_2} = \frac{2-4}{4} = -\frac{1}{2} \text{ (loại)}$ <p>Vậy  <math>A = 4 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}</math></p>	<p>0.5 0.5</p>

2) Cho phương trình:  $x^2 - 3x + m = 0$

Tìm các giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3}$$

Ta có:

$$\Delta = 9 - 4m$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow -4m > -9 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$$

Theo hệ thức Vi-ét ta có:

$$x_1 + x_2 = 3; x_1 x_2 = m$$

Theo đề bài:

$$\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1^2 + 1 + x_2^2 + 1 + 2\sqrt{(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)} = 27$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2\sqrt{x_1^2 x_2^2 + x_1^2 + x_2^2 + 1} = 25$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2\sqrt{x_1^2 x_2^2 + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 1} = 25$$

Suy ra:

$$9 - 2m + 2\sqrt{m^2 + 9 - 2m + 1} = 25 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 2m + 10} = 2m + 16$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 2m + 10} = m + 8 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 10 = m^2 + 16m + 64 (m \geq -8)$$

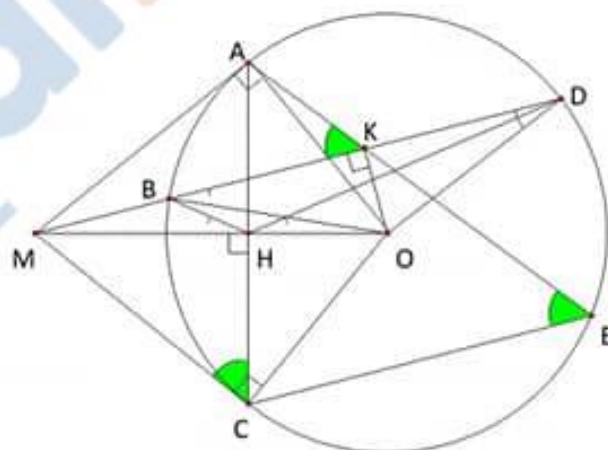
$$\Leftrightarrow 18m = -54 \Leftrightarrow m = -3$$

Ta thấy  $m = -3$  thỏa mãn điều kiện  $-8 \leq m < \frac{9}{4}$

Vậy  $m = -3$  thì phương trình  $x^2 - 3x + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3}$$

**Câu 4**  
(3 điểm)



1) Chứng minh tứ giác OAMC nội tiếp.

Do MA, MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C nên  $MA \perp OA, MC \perp OC \Rightarrow \angle OAM = \angle OCM = 90^\circ$

Tứ giác OAMC có :

$$\angle OAM + \angle OCM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác OAMC nội tiếp đường tròn đường kính OM.

2) Chứng minh K là trung điểm của BD.

Do  $CE \parallel BD$  nên  $\angle AKM = \angle AEC$  ( hai góc đồng vị)

Ta lại có

$\angle AEC = \angle ACM$  ( cùng chắn cung  $AC$  )  $\square \angle AKM = \angle ACM$ .

Tứ giác AKCM có hai đỉnh kề nhau K và C cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới hai góc bằng nhau.

Do đó tứ giác AKCM nội tiếp (1)

0.5

Theo chứng minh câu 1 ta có tứ giác OAMC nội tiếp

(2)

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm M, A, K, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM  $\square \angle OKM = 90^\circ$  hay OK vuông góc với BD.

0.5

Do đó K là trung điểm của BD.

3) HA là tia phân giác của góc BHD.

- Chứng minh

$MH \cdot MO = MA^2$ ,  $MA^2 = MB \cdot MD$  (Do các  $\triangle MBA, \triangle MAD$  đồng dạng)

$\square MH \cdot MO = MB \cdot MD$

0.25

- Chứng minh

$\triangle MBH, \triangle MOD$  đồng dạng  $\square \angle BHM = \angle ODM$

$\square$  tứ giác BHOD nội tiếp  $\square \angle MHB = \angle BDO$  (3)

Tam giác OBD cân tại O nên  $\angle BDO = \angle OBD$  (4)

Tứ giác BHOD nội tiếp nên  $\angle OBD = \angle OHD$  (5)

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $\angle MHB = \angle OHD$

- Chứng minh  $\angle BHA = \angle DHA$

0.25

Vì tia HA nằm giữa hai tia HB, HD và  $\angle BHA = \angle DHA$  nên

0.25

AC là phân giác của góc BHD.

0.25

**Câu 5**  
**(1 điểm)**

**Câu 5(1điểm)** Cho a,b,c là các số thực dương

Chứng minh:  $\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \frac{(a+b+c)^3}{abc} \geq 28$

Chứng minh các bất đẳng thức:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2; \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz} \geq 1$$

Với x, y, z là các số thực dương

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi x=y=z

Đặt

$$\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \frac{(a+b+c)^3}{abc} = P$$

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + (a+b+c)^2 \cdot \frac{(a+b+c)}{abc} \\ &= \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + (a^2+b^2+c^2 + 2ab + 2bc + 2ca) \cdot \frac{(a+b+c)}{abc} \end{aligned}$$

Áp dụng các bất đẳng thức trên, ta có

$$\begin{aligned} P &\geq \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + (a^2+b^2+c^2) \cdot \frac{9}{ab+bc+ca} + 2 \cdot 9 \\ &= \left( \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} \right) + 8 \cdot \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} + 18 \geq 2 + 8 + 18 = 28 \end{aligned}$$

Dấu = xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2 = ab+bc+ca \\ ab=bc=ca \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c$$

0.25

0.75

**Chú ý:** - Học sinh làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Câu 4 nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.