

ĐỀ THI THỬ VÀO 10 TOÁN THCS HOÀN KIẾM – HÀ NỘI 2021

Trường THCS Hoàn Kiếm - Năm học 2020 - 2021

Đề khảo sát toán 9

Thời gian làm bài 90 phút

Bài 1 (2đ): Cho 2 biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{3\sqrt{x}}{x-25} \text{ với } x > 0, x \neq 25$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 81$

b) Cho $P = A.B$. Chứng minh rằng $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$

c) So sánh \sqrt{P} với P.

Bài 2 (2đ): Theo kế hoạch một người công nhân phải hoàn thành 84 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm được nhiều hơn 2 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch. Vì vậy, người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân phải làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3 (2đ)

1) Giải hệ phương trình sau:

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m-1)x + m^2 + 2m$ (m là tham số).

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi m

b) Với $m = 2$. Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 hệ trục tọa độ

Bằng tính toán, xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P)

Bài 4 (3,5đ): Cho đường (O; R) và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là hai tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt (O; R) tại B và C ($AB < AC$). Gọi I là trung điểm của BC

a) Chứng minh năm điểm A, M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh $AM^2 = AB.AC$

c) Đường thẳng qua B, song song với AM cắt MN tại E. Chứng minh rằng IE song song với MC

d) Chứng minh khi d thay đổi quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC luôn nằm trên một đường tròn cố định

Bài 5 (0,5đ): Với a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$.

Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

ĐÁP ÁN

Bài 1:

Bài 1:

a) Với $x = 81$, ta có:

$$A = \frac{\sqrt{81} - 5}{\sqrt{81}} = \frac{9 - 5}{9} = \frac{4}{9}$$

KL...

b) Với $x > 0; x \neq 25$, ta có:

$$P = A \cdot B$$

$$= \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} - \frac{3\sqrt{x}}{x - 25} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 5) - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 5} \quad (\text{ĐPCM})$$

KL.....

c) Với $x > 0; x \neq 25$, để thấy $P > 0$.

Ta có:

$$P^2 - P = \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{(\sqrt{x} + 5)^2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 5}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + 2)^2 - (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} + 5)}{(\sqrt{x} + 5)^2}$$

$$= \frac{x + 4\sqrt{x} + 4 - x - 7\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} + 5)^2}$$

$$= \frac{-3\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 5)^2}$$

Để thấy $-3\sqrt{x} - 6 < 0 \Rightarrow P^2 - P = \frac{-3\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 5)^2} < 0$

$\Leftrightarrow P^2 < P$
 $\Leftrightarrow P < \sqrt{P} \quad (\text{vì } P > 0)$

KL.....

Bài 2:

Gọi mỗi giờ người công nhân đó phải làm A sản phẩm ($A \in \mathbb{N}^*$) theo kế hoạch.
 Theo kế hoạch ra ta có:

Số giờ theo kế hoạch để người đó hoàn thành 84 sản phẩm là:
 $\frac{84}{A}$ (giờ)

Số giờ để người đó hoàn thành 84 sản phẩm sau khi cải tiến là:

$$\frac{84}{A+2} = \frac{84}{A} - 1$$

$$\Leftrightarrow 84A = 84(A+2) - (A+2)A$$

$$\Leftrightarrow A^2 + 2A - 168 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 12 & (\text{tm đk xt}) \\ A = -14 & (\text{loại}) \end{cases}$$

KL ...

Bài 3:

1) ĐKXB: $x \neq \frac{4}{3}; y > -1$. Ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{3x-4} + 3\sqrt{y+1} = 2 \\ \frac{3}{3x-4} + 5\sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3x-4} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{y+1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4 = 2 \\ y+1 = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad (\text{tm})$$

$$\text{KL } (x, y) = \left(2; -\frac{3}{4}\right).$$

Bài 3:

a) Xét PT hoành độ giao điểm.

$$x^2 = 2(m-1)x + m^2 + 2m$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - (m^2 + 2m) = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (m-1)^2 + m^2 + 2m$$

$$= 2m^2 + 1 > 0 \quad \forall m$$

hay (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$

hay (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi m (dpcm)

b) HS tự vẽ.

Tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=2$ là:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2(2-1)x - (2^2 + 2 \cdot 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow y = 16 \\ x = -2 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Bài 4:

Bài 5:

Bài 5.

Vì $a, b, c > 0 \rightarrow$ giả thiết

$$\Leftrightarrow \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 6 \quad (*)$$

Đặt $\frac{1}{a} = x$

$\frac{1}{b} = y$

$\frac{1}{c} = z \quad (x, y, z > 0)$

Ta có: $(*) \Leftrightarrow xy + yz + zx + x + y + z = 6$

$$\Leftrightarrow xy + yz + zx = 6 - (x + y + z) \leq \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{3}$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z)^2 + 3(x + y + z) - 18 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z - 3)(x + y + z + 6) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + z \geq 3 \quad (\text{vì } x, y, z > 0)$$

BĐT cần chứng minh $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

$$\Leftrightarrow (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \geq 3$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z)^2 - 2[6 - (x + y + z)] \geq 3$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z)^2 + 2(x + y + z) - 15 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x + y + z - 3)(x + y + z + 5) \geq 0 \quad (**)$$

Đề thay $(*)$ luôn đúng do $\begin{cases} x, y, z > 0 \\ x + y + z \geq 3 \end{cases}$ (cmr)

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$$

hay $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$ (dpcm).

Đấu = xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$.