

GIẢI BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP LỚP 10

Trả lời câu hỏi SGK Bài 3: Phương trình elip lớp 10

Trả lời câu hỏi Toán 10 Hình học Bài 3 trang 85:

Quan sát mặt nước trong cốc nước cầm nghiêng (h.3.18a). Hãy cho biết đường được đánh dấu bởi mũi tên có phải là đường tròn hay không ?



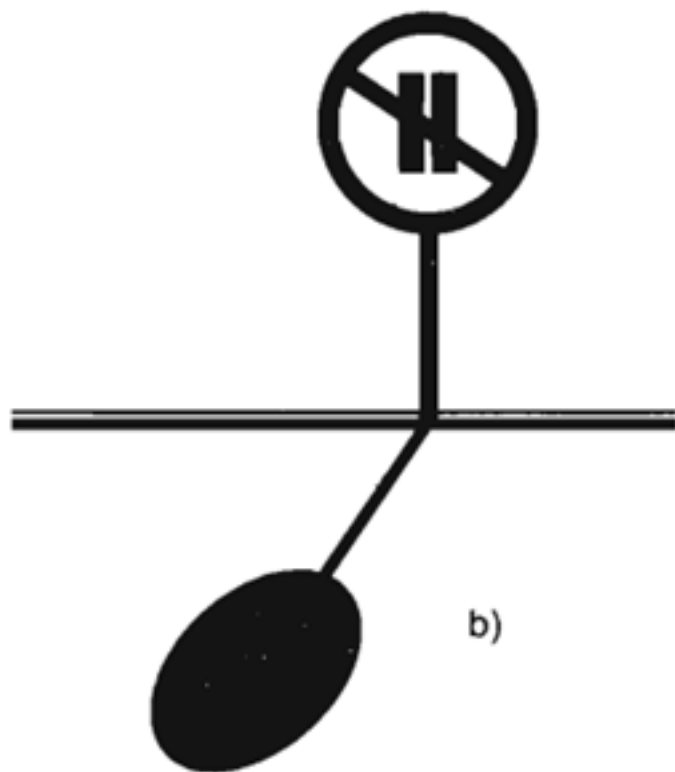
a)

Lời giải

Đường được đánh dấu bởi mũi tên không phải là đường tròn.

Trả lời câu hỏi Toán 10 Hình học Bài 3 trang 85:

Hãy cho biết bóng của một đường tròn trên một mặt phẳng (h.3.18b) có phải là một đường tròn hay không ?

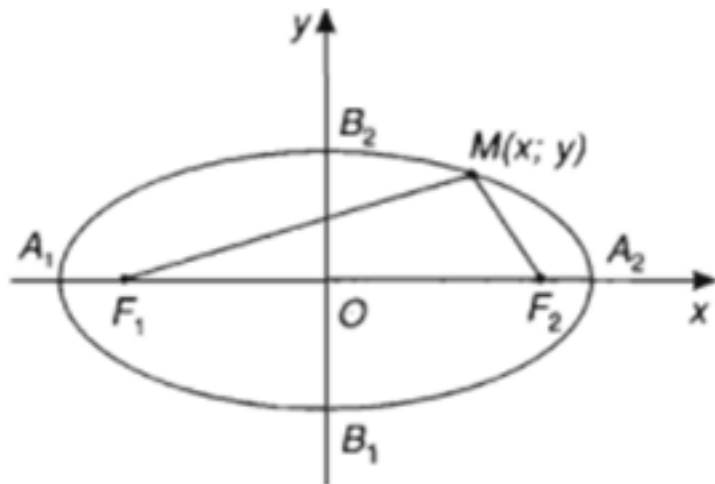
**Lời giải**

Bóng của đường tròn trên mặt phẳng không phải là đường tròn.

Trả lời câu hỏi Toán 10 Hình học Bài 3 trang 86:

Trong phương trình (1) hãy giải thích vì sao ta luôn đặt được $b^2 = a^2 - c^2$.

Lời giải



Ta có $F_1 = (-c ; 0)$ và $F_2 = (c ; 0) \Rightarrow F_1F_2 = 2c$.

Ta luôn có $MF_1 + MF_2 \geq F_1F_2 \Rightarrow 2a \geq 2c \Rightarrow a \geq c \Rightarrow a^2 - c^2 \geq 0$.

Do đó ta luôn đặt được $b^2 = a^2 - c^2$.

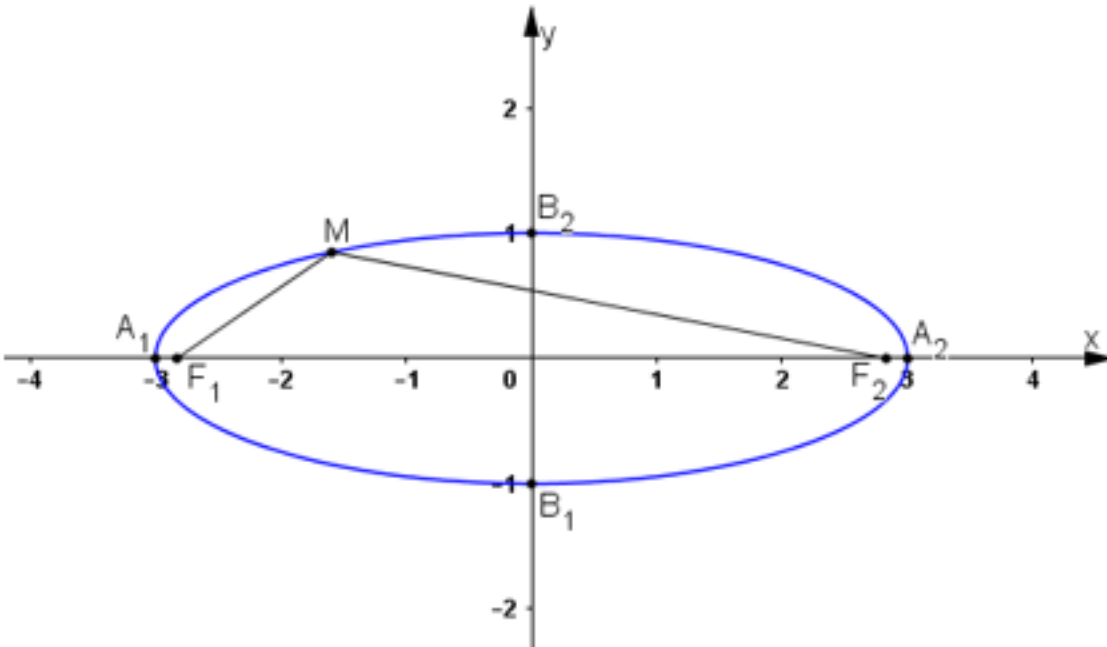
Trả lời câu hỏi Toán 10 Hình học Bài 3 trang 87:

Hãy xác định tọa độ các tiêu điểm và hình vẽ elip trong ví dụ trên.

Lời giải

$$(E) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \quad \text{có } a^2 = 9, b^2 = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 8 \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$$

\Rightarrow Các tiêu điểm là $F_1 (-2\sqrt{2}; 0)$ và $F_2 (2\sqrt{2}; 0)$



Giải bài tập SGK Bài 3 Phương trình elip toán 10

Bài 1 (trang 88 SGK Hình học 10):

Xác định độ dài các trục, tọa độ các tiêu điểm, tọa độ các đỉnh của các elip có phương trình sau:

a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$;

b) $4x^2 + 9y^2 = 1$;

c) $4x^2 + 9y^2 = 36$.

Lời giải

a) (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có $a = 5, b = 3 \Rightarrow c = \sqrt{(a^2 - b^2)} = 4$.

Tọa độ các đỉnh là $A_1 = (-5 ; 0) ; A_2 = (5 ; 0) ; B_1 = (0 ; -3) ; B_2 = (0 ; 3)$

Tọa độ hai tiêu điểm là $F_1 = (-4 ; 0)$ và $F_2 = (4 ; 0)$

Độ dài trục lớn bằng $A_1A_2 = 10$

Độ dài trục nhỏ bằng $B_1B_2 = 6$.

$$b) 4x^2 + 9y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 1$$

$$(E) : \frac{x^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 1 \text{ có}$$

$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

Tọa độ các đỉnh là

$$A_1 = \left(-\frac{1}{2}; 0 \right), A_2 = \left(\frac{1}{2}; 0 \right),$$

$$B_1 = \left(0; -\frac{1}{3} \right), B_2 = \left(0; \frac{1}{3} \right)$$

Tọa độ hai tiêu điểm là

$$F_1 = \left(-\frac{\sqrt{5}}{6}; 0 \right) \text{ và } F_2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{6}; 0 \right)$$

Độ dài trục lớn bằng $A_1A_2 = 2.a = 1$

Độ dài trục nhỏ bằng $B_1B_2 = 2b = \frac{2}{3}$.

$$c) 4x^2 + 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$(E) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ có } a = 3, b = 2$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5}$$

Tọa độ các đỉnh là : $A_1 = (-3 ; 0) ; A_2 = (3 ; 0) ; B_1 = (0 ; -2) ; B_2 = (0 ; 2)$

Tọa độ hai tiêu điểm là $F_1 = (-\sqrt{5} ; 0)$ và $F_2 = (\sqrt{5} ; 0)$

Độ dài trục lớn là $A_1A_2 = 2a = 6$

Độ dài trục nhỏ là $B_1B_2 = 2b = 4$.

Bài 2 (trang 88 SGK Hình học 10):

Lập phương trình chính tắc của elip, biết:

a, Độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 8 và 6.

b, Độ dài trục lớn bằng 10 và tiêu cự bằng 6.

Lời giải

a) Độ dài trục lớn bằng 8 $\Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$

Độ dài trục nhỏ bằng 6 $\Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $x^2/16 + y^2/9 = 1$

b) Độ dài trục lớn bằng 10 $\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$

Tiêu cự bằng 6 $\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$

$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16 \Rightarrow b = 4.$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $x^2/25 + y^2/16 = 1$

Bài 3 (trang 88 SGK Hình học 10):

Lập phương trình chính tắc của elip trong các trường hợp sau:

a) Elip đi qua các điểm $M(0; 3)$ và ;

b) Elip có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và điểm $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ nằm trên elip.

Lời giải

Gọi Elip cần tìm có dạng : (E) : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\text{a) } M(0 ; 3) \in (E) \Rightarrow \frac{0}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{9}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 9$$

$$\text{N} \left(3; \frac{-12}{5} \right) \in (E) \Rightarrow \frac{3^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{-12}{5} \right)^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3^2}{a^2} + \frac{144}{25 \cdot 9} = 1 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Vậy phương trình chính tắc của elip:

$$\text{b) } F_1(-\sqrt{3}; 0) \text{ là tiêu điểm của } (E) \Rightarrow a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow a^2 = b^2 + 3$$

$$M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (E) \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1$$

Thay $a^2 = 3 + b^2$ ta được :

$$\frac{1}{3 + b^2} + \frac{3}{4b^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{4b^2 + 9 + 3b^2}{4b^2(3 + b^2)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{7b^2 + 9}{4b^4 + 12b^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow 4b^4 + 12b^2 = 7b^2 + 9$$

$$\Leftrightarrow 4b^4 + 5b^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 1 \\ b^2 = \frac{-9}{4} (L) \end{cases}$$

Từ $b^2 = 1 \Rightarrow a^2 = 4$.

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$$

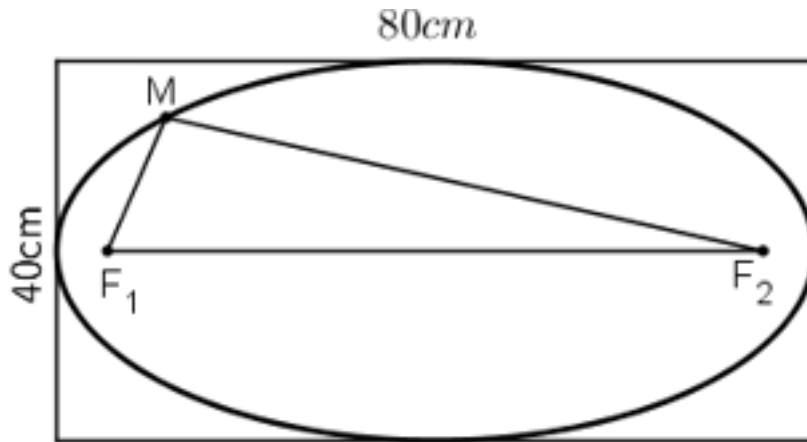
Phương trình chính tắc của Elip là :

Bài 4 (trang 88 SGK Hình học 10):

Đề một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn là 80cm và trục nhỏ là 40cm từ một tấm ván ép hình chữ nhật có kích thước 80cm x 40cm, người ta vẽ hình elip trên tấm ván

ép như hình dưới. Hỏi phải ghim hai cái đinh cách mép tấm ván ép bao nhiêu và lấy vòng dây có độ dài là bao nhiêu?

Lời giải



Giả sử Elip có phương trình:

$$\text{Độ dài trục lớn bằng } 80\text{cm} \Rightarrow 2a = 80\text{cm} \Rightarrow a = 40\text{cm}$$

$$\text{Độ dài trục nhỏ bằng } 40\text{cm} \Rightarrow 2b = 40\text{cm} \Rightarrow b = 20\text{cm}$$

$$\text{Khi đó } c = \sqrt{a^2 - b^2} = 20\sqrt{3} \Rightarrow F_1F_2 = 2c = 40\sqrt{3} \text{ cm}$$

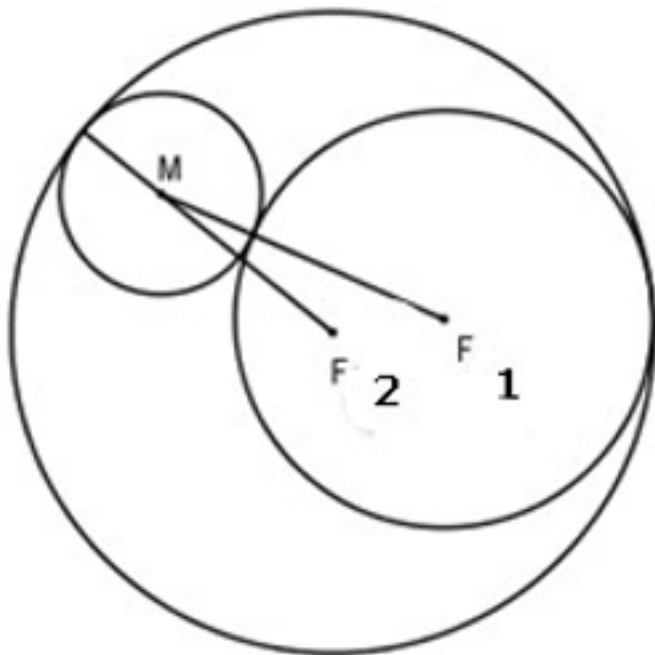
Khoảng cách từ vị trí hai chiếc đinh F₁, F₂ đến hai mép là:

$$\frac{2a - 2c}{2} = \frac{80 - 40\sqrt{3}}{2} = 40 - 20\sqrt{3} \approx 5,36 \text{ (cm)}$$

$$\text{Độ dài vòng dây cuốn: } MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 2a + 2c = 80 + 40\sqrt{3} \approx 149,3\text{cm.}$$

Bài 5 (trang 88 SGK Hình học 10):

Cho hai đường tròn C₁(F₁,R₁) và C₂(F₂,R₂) . C₁ nằm trong C₂ và F₁ ≠ F₂ . Đường tròn C thay đổi luôn tiếp xúc ngoài với C₁ và tiếp xúc trong với C₂. Hãy chứng tỏ rằng tâm M của đường tròn C di động trên một elip.



Lời giải

Gọi $C(M; R)$.

C tiếp xúc ngoài với $C_1 \Rightarrow MF_1 = R + R_1$

C tiếp xúc trong với $C_2 \Rightarrow MF_2 = R_2 - R$

$\Rightarrow MF_1 + MF_2 = R + R_1 + R_2 - R = R_1 + R_2 = \text{const.}$

Điểm M có tổng các khoảng cách $MF_1 + MF_2$ đến hai điểm cố định F_1 và F_2 bằng một độ dài không đổi $R_1 + R_2$.

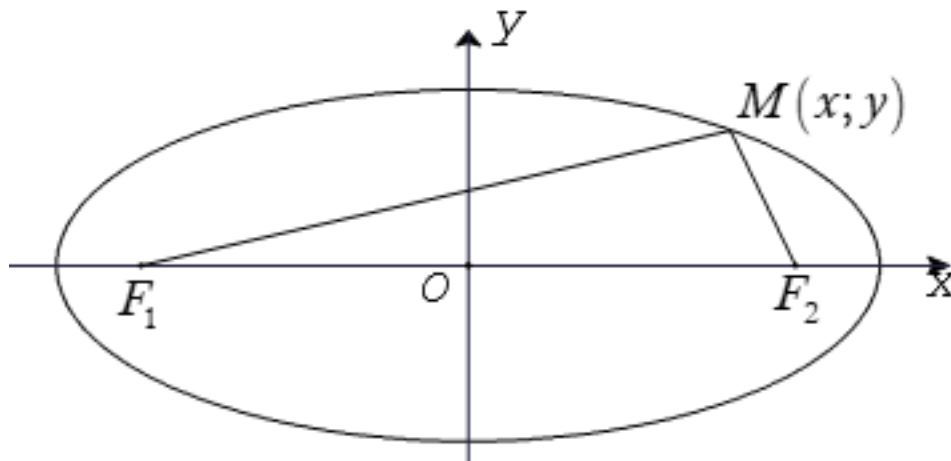
Vậy M nằm trên elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và có độ dài trục lớn bằng $R_1 + R_2$.

Lý thuyết Phương trình đường Elip lớp 10 (Ngắn gọn)

Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 với $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$). Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MF_1 + MF_2 = 2a$ (a không đổi và $a > c > 0$) là một đường Elip.

+) F_1, F_2 là hai tiêu điểm.

+) $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của Elip



Phương trình chính tắc của Elip

(E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a^2 = b^2 + c^2$

Do đó điểm $M(x_0; y_0) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và $|x_0| \leq a, |y_0| \leq b$.

Tính chất và hình dạng của Elip

- + Trục đối xứng Ox (chứa trục lớn), Oy (chứa trục bé).
- + Tâm đối xứng O.
- + Tọa độ các đỉnh $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- + Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- + Tiêu điểm $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- + Tiêu cự $2c$.