

Bài 1 (2,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}-1)^2}$

và $B = 9\sqrt{x}$ (với $x > 0, x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của B khi $x = \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A-B$

Bài 2 (2,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 90m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 20% thì chu vi mảnh đất giảm đi 18m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu?

Bài 3 (2,0 điểm)

Câu 1: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{1}{x-y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$$

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -mx + m + 1$

a) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

b) Xác định tọa độ giao điểm E, F của (P) và (d) và tính diện tích tam giác OEF khi $m=1$.

Bài 4 (3,5 điểm)

Câu 1: Thang xếp chữ A gồm 2 thang đơn tựa vào nhau. Để an toàn mỗi thang đơn tựa với mặt đất một góc khoảng 75 độ. Nếu muốn tạo một thang xếp chữ A cao 2m tính từ mặt đất thì mỗi thang đơn phải dài bao nhiêu? (đơn vị độ dài là mét, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 2:

Cho đường tròn (O,R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M bất kì thuộc đoạn OA (M khác O và A). Tia DM cắt đường tròn (O) tại N.

a) Chứng minh tứ giác OMNC nội tiếp.

b) Chứng minh $DM \cdot DN = DO \cdot DC = 2R^2$

c) Tiếp tuyến tại C với đường (O) cắt tia DM tại E, đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt BC tại F. Chứng minh $DF \parallel AN$.

d) Nối B với N cắt OC tại P. Tìm vị trí của điểm M để $\frac{OM}{AM} + \frac{OP}{CP}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{2x^2 + 6x - 8} + \sqrt{2x^2 + 4x - 6} = 3(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+3}) + 1$