

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{5}{\sqrt{2021-x}+2022}$ là

- A. $x < 2021$. B. $x > 2021$. C. $x \leq 2021$. D. $x \geq 2021$.

Câu 2. Đường thẳng $y = mx + m^2$ cắt đường thẳng $y = x + 1$ tại một điểm trên trục tung khi và chỉ khi

- A. $m = 1$ hoặc $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -1$.

Câu 3. Tung độ góc của đường thẳng $y = x + m - 1$ (với m là tham số) khi đi qua điểm $A(1, -3)$ là

- A. 2. B. -4. C. -2. D. 0.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ (với a là tham số) có nghiệm duy nhất khi

- A. $a \neq 1$. B. $a \neq 0$. C. $a \neq -2$. D. $a \neq 2$.

Câu 5. Điều kiện để đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = 2x + m - 1$ (m là tham số) chỉ có một điểm chung duy nhất là

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m > 0$. D. $m < 0$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, biết $CH = 6\text{cm}$ và $BC = 8\text{cm}$. Độ dài đường cao AH là

- A. $\sqrt{3}\text{cm}$. B. $3\sqrt{3}\text{cm}$. C. $2\sqrt{3}\text{cm}$. D. $4\sqrt{3}\text{cm}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. $100\pi\text{cm}^2$. B. $25\pi\text{cm}^2$. C. $36\pi\text{cm}^2$. D. $64\pi\text{cm}^2$.

Câu 8. Cho hình nón có đường sinh bằng hai lần bán kính đáy. Biết thể tích của hình nón là $3\pi(\text{cm}^3)$, khi đó chiều cao của hình nón là

- A. $\sqrt{3}\text{cm}$. B. 3 cm. C. $2\sqrt{3}\text{cm}$. D. $3\sqrt{3}\text{cm}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$.

1) Rút gọn biểu thức P.

2) Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $P \cdot (\sqrt{x} + 1) \geq x - 6\sqrt{x} + 7$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 6m - 4 = 0$ (với m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $(2m - 2)x_1 + x_2^2 = 4x_2 + 4$

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{y+2} = -1 \\ y(2x-1) + 4x(x-1) = -1 \end{cases}$

Bài 4. (3,0 điểm). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Kẻ BH vuông góc với AO tại H và BD là đường kính của đường tròn (O), tia AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Từ điểm O vẽ đường thẳng vuông góc với AO cắt tia AB tại C.

1) Chứng minh: $BC \cdot BA = OH \cdot OA$.

2) Chứng minh: $\widehat{HOE} = \widehat{HDE}$.

3) Gọi M là trung điểm đoạn thẳng BO. Chứng minh: $CM \perp AD$.

Bài 5 (1 điểm): 1) Giải phương trình: $x^2 - 2x + 3 = (x+1)\sqrt{x^2 - 3x + 3}$

2) Cho các số $a, b, c > 0$ và $a + b + c \leq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$