

Môn thi: ToánThời gian làm bài: **120 phút**, không kể thời gian giao đề**Câu 1. (2,5 điểm)**

a) Rút gọn: $A = (2\sqrt{44} - 3\sqrt{77}) : \sqrt{11} + \sqrt{63}$

b) Chứng minh đẳng thức $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x-9}{6} = 1$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

c) Lập phương trình đường thẳng (d) biết: (d) đi qua điểm A(1; 5) và song song với đường thẳng $y = 2x - 4$ **Câu 2. (2,0 điểm)** Cho phương trình ẩn x tham số m: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1)a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$ b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 < 10$ **Câu 3. (1,5 điểm)**

Hai tổ công nhân cùng làm một công việc. Nếu mỗi tổ làm riêng thì tổ A cần 20 giờ, tổ B cần 15 giờ. Người ta giao cho tổ A làm trong một thời gian rồi nghỉ, và tổ B làm tiếp cho xong. Biết thời gian tổ A làm ít hơn tổ B làm là 3 giờ 20 phút. Tính thời gian mỗi tổ đã làm?

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có dây BC cố định không đi qua tâm O. Điểm A di động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Các đường cao BE và CF của tam giác ABC (E thuộc AC, F thuộc AB) cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC, đoạn thẳng KA cắt (O) tại điểm M. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) $\widehat{KMF} = \widehat{KEA}$.

c) Đường thẳng KH vuông góc với AI (I là trung điểm của BC).

Câu 5. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2+y^2+1} - \sqrt{x^2-y^2} = 3 \end{cases}$$

..... Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu 1. 2,5 điểm	a. 1,0	$A = (2\sqrt{44} - 3\sqrt{77}) : \sqrt{11} + \sqrt{63} = 2\sqrt{44} : \sqrt{11} - 3\sqrt{77} : \sqrt{11} + \sqrt{63}$	0,25
		$= 2\sqrt{4} - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$	0,25
		$2\sqrt{4} = 4$	0,5
	b. 1,0	Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$, ta có VT = $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x-9}{6}$	0,25
		$= \frac{6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x-9}{6}$	0,25
		$= \frac{6}{x-9} \cdot \frac{x-9}{6}$	0,25
		$= 1 = VP$. Vậy $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x-9}{6} = 1$.	0,25
	c. 0,5	Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$. Do (d) đi qua A(1;5) nên $a + b = 5$ (1)	
		Do (d) song song với đường thẳng $y = 2x - 4$ nên $a = 2$, $b \neq -4$	0,25
		Thay $a = 2$ vào (1) tìm được $b = 3$ (t/m)	
Vậy pt đường thẳng (d) là $y = 2x + 3$		0,25	
2	a	Thay $m = 2$ vào (1) giải đúng	1,0
	b	Do $a = 1 \neq 0$ với mọi m nên (1) là phương trình bậc hai $\Delta' = (m-1)^2 - (m^2-3) = -2m+4$ $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$ (*)	0,25
		Theo Vi – Ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$	
		Nên: $x_1^2 + x_2^2 < 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 < 10$ $\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 2(m^2-3) < 10$ $\Leftrightarrow 2m^2 - 8m < 0$ $\Leftrightarrow 0 < m < 4$	0,25
		Kết hợp (*) ta có với $0 < m \leq 2$ thì $x_1^2 + x_2^2 < 10$	0,25
Câu 3. 1,5 điểm		Đổi 3 giờ 20 phút = $\frac{10}{3}$ giờ Mỗi giờ tổ A làm được $\frac{1}{20}$, tổ B làm được $\frac{1}{15}$ công việc	

		Gọi thời gian tổ A làm là x (h) ĐK: $x > 0$	0,25
		Thì thời gian tổ B làm là $x + \frac{10}{3}$ (h)	0,25
		Phần việc tổ A làm là $\frac{x}{20}$, tổ B làm là $(x + \frac{10}{3}) \cdot \frac{1}{15} = \frac{3x+10}{45}$	0,25
		Do cả hai tổ cùng làm xong công việc nên ta có pt $\frac{x}{20} + \frac{3x+10}{45} = 1$	0,25
		Giải pt tìm được $x = \frac{20}{3}$ (t/m đk)	0,25
		Vậy thời gian tổ A làm là $\frac{20}{3}$ giờ = 6 giờ 40 phút	
		Thời gian tổ B làm là 6 giờ 40 phút + 3 giờ 20 phút = 10 giờ	0,25
		<p>Chú ý: Học sinh vẽ hình đến hết câu a cho 0,25 điểm; vẽ hình đến hết câu b cho 0,5 điểm.</p>	0,5
Câu 4. 3,0 điểm		Xét tứ giác BCEF có: $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (GT) $\widehat{BFC} = 90^\circ$ (GT)	0,25
	a.	$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$	0,25
	1,0	\Rightarrow BCEF nội tiếp được một đường tròn (do hai đỉnh E và F nhìn cạnh BC dưới cùng một góc 90°) suy ra bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.	0,25
	b.	Xét $\triangle KBF$ và $\triangle KEC$ có \widehat{K} chung $\widehat{KBF} = \widehat{KEC}$ (do tứ giác BCEF nội tiếp) $\Rightarrow \triangle KBF \sim \triangle KEC$ (g.g)	0,25
	1,0	Suy ra $\frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC}$ hay $KB.KC = KE.KF$ (1)	0,25
		Tương tự $\Rightarrow \triangle KMB \sim \triangle KCA \Rightarrow KB.KC = KM.KA$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $KM.KA = KE.KF$.	0,25	

		$\Delta KMF \sim \Delta KEA$ vì \widehat{K} chung và $\frac{KM}{KE} = \frac{KF}{KA}$ (suy ra từ câu b) $\Rightarrow \widehat{KMF} = \widehat{KEA}$	
c. 0,5		Theo câu b) $\widehat{KMF} = \widehat{KEA} \Rightarrow$ tứ giác MAEF nội tiếp. Dễ thấy tứ giác AEHF nội tiếp suy ra 5 điểm M, A, E, H, F cùng thuộc một đường tròn \Rightarrow AMHE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AMH} = 90^\circ$ (vì $\widehat{AEH} = 90^\circ$) MH cắt (O) tại N suy ra AN là đường kính của đường tròn (O)	0,25
		Ta có BH // NC (cùng \perp AC); Tương tự CH // NB, suy ra BNCH là hình bình hành. Suy ra I là trung điểm của NH nên M, H, I, N thẳng hàng. Do đó IM \perp AK. Lại có AH \perp BC (H là trực tâm của tam giác ABC); Suy ra H cũng là trực tâm của tam giác KAI nên KH \perp AI.	0,25
Câu 5. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 & (1) \\ \sqrt{x^2+y^2+1} - \sqrt{x^2-y^2} = 3 & (2) \end{cases}$			
Câu 5. 1,0 điểm		Điều kiện: $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \end{cases}$	
		Đặt $a = x+y$; $b = x-y$ ($a, b \geq 0$)	
		Ta có $x^2+y^2 = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{2} = \frac{a^2+b^2}{2}$	0,25
		Nên hệ pt trở thành $\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 & (3) \\ \sqrt{\frac{a^2+b^2+2}{2}} - \sqrt{ab} = 3 & (4) \end{cases}$	0,25
		Từ (3) suy ra Đk $a \geq b$ và bình phương hai vế ta được $a+b = 2\sqrt{ab}+4$ (5) Thế vào (4) ta được (4) $\Leftrightarrow \sqrt{ab+8\sqrt{ab}+9} - \sqrt{ab} = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{ab+8\sqrt{ab}+9} = \sqrt{ab} + 3$ $\Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$	0,25
	+) Với $a = 0 \Rightarrow b = 4$ (loại) +) Với $b = 0 \Rightarrow a = 4$ Nên $\begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 2$ (T/mdk)	0,25	

-----Hết-----

Chú ý:

- Mọi cách giải khác giám khảo cho điểm tương ứng với hướng dẫn chấm.
- Học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai ở câu 4 thì không chấm điểm câu 4.