

Bài I (2 điểm)

Cho các biểu thức $A = \left(\frac{x+5\sqrt{x}-27}{x-16} + \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+4}$ và $B = \sqrt{x}-4$ với $x \geq 0; x \neq 16$

- 1) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$
- 2) Rút gọn biểu thức A;
- 3) Đặt $M = A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức M.

Bài II (2, 5 điểm)

1) Một hộp sữa hình trụ có bán kính đáy là 4cm, chiều cao là 10cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên một vỏ hộp sữa đó nếu tỉ lệ hao hụt là 5%?

2) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong. Nếu đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\frac{9}{20}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong công việc đó trong bao lâu?

Bài III (2, 0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x}-2} + \frac{9}{\sqrt{y}+4} = 2 \\ \frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{y}+4} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$ (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài IV (3, 0 điểm). Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R), vẽ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ AB lấy một điểm C bất kì, vẽ CP vuông góc với MA, CQ vuông góc với MB (P thuộc MA, Q thuộc MB).

- 1) Chứng minh rằng tứ giác MPCQ nội tiếp đường tròn.
- 2) Vẽ CH vuông góc với AB (H ∈ AB). Chứng minh: $\widehat{CHQ} = \widehat{CAB}$ và $CP \cdot CQ = CH^2$
- 3) Xác định vị trí của C trên cung nhỏ AB để tích $CP \cdot CQ \cdot CH$ đạt giá trị lớn nhất

Bài V (0,5 điểm). Cho hai số dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T = \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \frac{1}{a^2 + b^4 + 2a^2b}$.

---Hết---