

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Tính $(\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}}) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$

b) Tìm m để đồ thị của hàm số $y = (m-1)x + 2$ đi qua điểm $A(1; 3)$

c) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình bậc 2: $x^2 + 4x - m^2 - 1 = 0$ (1) (với m là tham số)a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

c) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{-5}{2}$

Câu 3. (1,5 điểm)

Hai học sinh cùng làm vệ sinh một phòng học trong $\frac{40}{9}$ phút thì xong. Nếu học sinh thứ nhất làm một mình trong 4 phút rồi nghỉ, học sinh thứ hai làm tiếp một mình trong 5 phút nữa thì vệ sinh xong phòng học đó. Hỏi nếu mỗi học sinh làm riêng một mình thì vệ sinh xong phòng học đó trong bao lâu? (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi học sinh không đổi).

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Vẽ các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh AEHF là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $DH \cdot DA = DE \cdot DF$ c) Lấy I (I khác B, C) thuộc cung nhỏ BC, gọi P, Q, L lần lượt là các hình chiếu vuông góc của I trên các đường thẳng BC, AB, AC. Chứng minh $\frac{BC}{IP} = \frac{AQ}{IQ} + \frac{AL}{IL}$

Câu 5. (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình sau với x, y, z là các số thực dương:

$$\begin{cases} (x+1)(y+3)(z+5) = 105 \\ \sqrt{\frac{x}{2(y^2+z^2)-x^2}} + \sqrt{\frac{y}{2(x^2+z^2)-y^2}} + \sqrt{\frac{z}{2(y^2+x^2)-z^2}} = \sqrt{3} \end{cases}$$

.....Hết.....