

Câu 1 (1,0 điểm). Cho đường thẳng (d): $y = 3x + 1$.

- Hãy cho biết hệ số góc của đường thẳng (d).
- Gọi M là điểm thuộc đường thẳng (d) và có hoành độ bằng 1. Tìm tung độ của M.

Câu 2 (3,0 điểm).

1. Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi giá trị của x thỏa mãn $x + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

2. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 5 = 0$ (*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 3$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m - 9 = 0.$$

Câu 3 (1,5 điểm). Bác Hùng dự tính cần 130.000 đồng để mua xoài và cam với giá mỗi cân xoài là 20.000 đồng và giá mỗi cân cam là 35.000 đồng. Nhưng khi đến siêu thị thì giá xoài giảm 25% và giá cam giảm 20% nên bác chỉ tốn 101.000 đồng để mua được lượng xoài và cam theo dự định. Hỏi bác Hùng đã mua bao nhiêu cân xoài và bao nhiêu cân cam?

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Cho nửa đường tròn đường kính AB. Từ A và B, kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Gọi C là một điểm thuộc đoạn thẳng AB (C khác A, C khác B) và M là một điểm thuộc nửa đường tròn (M khác A, M khác B). Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với MC, cắt Ax và By lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.

b) $\widehat{MDC} = \widehat{MAC}$. Từ đó chứng minh tam giác CDE là tam giác vuông.

2. Bố của bạn Mai vừa mua một chiếc bồn đựng nước dạng hình trụ. Mai đo thấy chiều cao của bồn bằng 150 cm và chu vi đáy bằng 314 cm. Hỏi chiếc bồn này có thể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (bỏ qua chiều dày của chất liệu làm bồn nước và lấy $\pi \approx 3,14$)

Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 4y^2 = 9$.

2. Khi nuôi thí nghiệm một loại cá trong đầm, nếu trên mỗi đơn vị diện tích mặt đầm thả n con cá thì đến khi thu hoạch, mỗi con cá nặng trung bình $960 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt đầm để đến khi thu hoạch, tổng khối lượng cá trong đầm là lớn nhất?

—Hết—

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....
Chữ kí của giám thị 1:..... Chữ kí của giám thị 2:.....

Câu	Gợi ý đáp án	Điểm
1 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm) Đường thẳng (d): $y = 3x + 1$ có hệ số góc là $a = 3$.	0,5
	b. (0,5 điểm) Thay $x = 1$ vào phương trình đường thẳng (d): $y = 3x + 1$ ta được $y = 3 \cdot 1 + 1 = 4$.	0,25
	Vậy M có tọa độ là (1; 4).	0,25
2 (3,0 điểm)	1) (1,5 điểm)	
	a) (0,75 điểm)	
	$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$P = \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0.$	0,25
	b) (0,75 điểm)	
	Cách 1: $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1}$	0,25
	$x = \frac{1-2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = 1 \text{ (tmdk).}$	0,25
	Thay $x = 1$ ta được $P = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$.	0,25
	Cách 2: $x + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \Leftrightarrow x + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1}$	0,25
	$\Leftrightarrow x + \sqrt{2} = \sqrt{2} + 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tmdk).}$	0,25
	Thay $x = 1$ ta được $P = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$.	0,25
	2) (1,5 điểm)	
a) (0,75 điểm)		
Thay $m = 3$ vào phương trình (*) ta được $x^2 - 8x + 1 = 0$.	0,25	
Có $\Delta' = 4^2 - 1 \cdot 1 = 15$.	0,25	
Vi $\Delta' > 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 4 + \sqrt{15}; x_2 = 4 - \sqrt{15}$.	0,25	
b) (0,75 điểm)		
$\Delta' = [-(m+1)]^2 - 1 \cdot (2m-5) = m^2 + 6 > 0 \forall m$ nên phương trình (*) luôn có hai	0,25	

Câu	Gợi ý đáp án	
	nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Vì x_1 là nghiệm của phương trình nên $x_1^2 - 2(m+1)x_1 + 2m - 5 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 2(m+1)x_1 - 2m + 5$. Khi đó $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m - 9 = 0$ $\Leftrightarrow 2(m+1)x_1 - 2m + 5 + 2(m+1)x_2 + 2m - 9 = 0$ $\Leftrightarrow 2(m+1)(x_1 + x_2) - 4 = 0$. (**) Theo Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$. thay vào (**) ta được $4(m+1)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=1 \\ m+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-2 \end{cases}$ Vậy $m=0$ hoặc $m=-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
		0,25
3 (1,5 điểm)	Gọi số cân xoài và số cân cam bác Hùng dự định mua lần lượt là x (cân) và y (cân), $x > 0, y > 0$.	0,25
	Theo đề bài ta có $20\ 000.x + 35\ 000.y = 130\ 000$ (1)	0,25
	Sau khi giảm, giá của mỗi cân xoài là $(100\% - 25\%).20\ 000 = 15\ 000$ (đồng) và giá của mỗi cân cam là $(100\% - 20\%).35\ 000 = 28\ 000$ (đồng).	0,25
	Theo đề bài ta có $15\ 000.x + 28\ 000.y = 101\ 000$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} 20\ 000.x + 35\ 000.y = 130\ 000 \\ 15\ 000.x + 28\ 000.y = 101\ 000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ (tmdk).	0,25
	Vậy bác Hùng đã mua 3 cân xoài và 2 cân cam.	0,25
	1. (2,5 điểm)	
	Hình vẽ đủ làm bài câu a) cho 0,5 điểm	
3 (3,5 điểm)		0,50
	a) (1,0 điểm)	
	$AD \perp AB \Rightarrow \widehat{DAC} = 90^\circ$ (do AD là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A)	0,25
	$\widehat{CMD} = 90^\circ$ (do $DE \perp CM$)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{DAC} + \widehat{CMD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.	0,25
Do đó tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.	0,25	
b) (1,0 điểm)		
Trong đường tròn ngoại tiếp tứ giác ACMD có $\widehat{MDC} = \widehat{MAC}$ (các góc nội tiếp cùng chắn cung MC).	0,25	
Chứng minh tứ giác BCME nội tiếp, suy ra $\widehat{MEC} = \widehat{MBC}$ (các góc nội tiếp cùng chắn cung MC).	0,25	

Câu	Gợi ý đáp án	Điểm
	Lại có tam giác MAB vuông tại M (do cạnh AB là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác) nên $\widehat{MAC} + \widehat{MBC} = 90^\circ$.	0,25
	Lưu ý: Nếu học sinh sử dụng kết quả $\widehat{AMB} = 90^\circ$ do là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn thì chấm chức.	
	Ta có $\widehat{MDC} + \widehat{MEC} = \widehat{MAC} + \widehat{MBC} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle CDE$ vuông tại C.	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	Tính được bán kính đáy bồn nước: $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{314}{2 \cdot 3,14} = 50(\text{cm})$.	0,5
	Tính được thể tích bồn nước: $V = S_d \cdot h = 3,14 \cdot 50^2 \cdot 150 = 1\,177\,500(\text{cm}^3)$.	0,25
	Đổi $1\,177\,500(\text{cm}^3) = 1\,177,5(\text{lit})$.	0,25
	Vậy bồn nước có thể chứa được tối đa 1 177,5 lít nước.	
	1) (0,5 điểm)	
	$x^2 - 4y^2 = 9 \Leftrightarrow (x - 2y)(x + 2y) = 9$.	0,25
	Vì x, y là các số nguyên tố nên $x - 2y < x + 2y$ và $x + 2y > 0$.	
	Do đó ta chỉ có một trường hợp là $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases} (\text{tmdk})$.	0,25
	Kết luận: $x = 5; y = 2$.	
	2) (0,5 điểm)	
5 (1,0 điểm)	Theo đề bài, n là số con cá cần thả trên mỗi đơn vị diện tích mặt đầm ($n \in \mathbb{N}^*$). Do đó khi thu hoạch, tổng khối lượng cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt đầm là $A = n(960 - 2n)$ (gam). Để tổng khối lượng cá trong đầm là lớn nhất thì A phải lớn nhất.	0,25
	Ta có $A = n(960 - 2n) = -20n^2 + 960n = 11520 - 20(n - 24)^2 \leq 11520$.	
	Dấu bằng xảy ra khi $n - 24 = 0 \Leftrightarrow n = 24$ (tmdk).	
	Vậy giá trị lớn nhất của A đạt được khi $n = 24$.	0,25
	Do đó phải thả 24 con cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt đầm để đến khi thu hoạch, tổng khối lượng cá trong đầm là lớn nhất.	

Ghi chú: Đáp án có tính chất tham khảo, HS làm theo cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.

-----Hết-----