

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x-5}{x-1} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{4}{1-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 36$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Đặt $P = \frac{A}{B}$. Tìm x để $\sqrt{P} < \frac{1}{2}$

Bài II (2 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Theo kế hoạch, một xưởng phải sản xuất 280 chai nước rửa tay trong một thời gian quy định. Thực tế để đáp ứng nhu cầu của khách hàng trong mùa dịch COVID 19, mỗi giờ xưởng đó sản xuất thêm 5 chai so với kế hoạch nên không những hoàn thành công việc trước 2 giờ mà còn sản xuất được thêm 20 chai nước rửa tay nữa. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ xưởng đó phải sản xuất bao nhiêu chai nước rửa tay?

2) Để hướng ứng cuộc vận động giảm thiểu rác thải nhựa dùng một lần, một nhà hàng dùng hộp giấy để đựng đồ ăn. Hộp giấy có dạng hình trụ, có đường kính đáy là 20cm, chiều cao 7cm và có nắp đậy. Tính diện tích giấy để sản xuất được 10 hộp giấy như trên, biết rằng diện tích giấy các mép dán vỏ hộp không đáng kể và cho $\pi \approx 3,14$.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\sqrt{y-3} = 7 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-3} = -7 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2mx - m^2 + m + 1$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 3$.
- b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ thỏa mãn:

$$y_1 + y_2 + 2x_1 = 22 - 2x_2$$

Bài IV (3 điểm) Cho đường tròn (O;R) và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng d. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA; MB tới đường tròn. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d.

- 1) Chứng minh tứ giác OAMH nội tiếp.
- 2) Gọi giao điểm của AB với OH và OM lần lượt tại K và I.
Chứng minh: $OK \cdot OH = OI \cdot OM$.
- 3) Đoạn thẳng OM cắt (O) tại E. Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB. Tìm vị trí điểm M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm) Giải phương trình $x^2 + \sqrt[3]{x^4 - x^2} = 2x + 1$