

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Môn: TOÁN 9  
Ngày kiểm tra: 16/4/2021  
Thời gian làm bài: 90 phút

**Câu I. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức  $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ .

1) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 9$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ .

3) Tìm x để  $A + B = \frac{3x}{\sqrt{x}-2}$ .

**Câu II. (2,0 điểm)**

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10, hai trường A và B có tất cả 750 học sinh dự thi. Trong số học sinh trường A dự thi có 80% số học sinh trúng tuyển, còn trong số học sinh trường B dự thi có 70% số học sinh trúng tuyển. Biết tổng số học sinh trúng tuyển của cả hai trường là 560 học sinh. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường?

**Câu III. (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \sqrt{y+1} = 4 \\ \frac{1}{x-y} - 3\sqrt{y+1} = -5 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2(m-1)x - m^2 + 2m$  (m là tham số).

a. Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi  $m = 2$ .

b. Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  là hai số đối nhau.

**Câu IV. (3,5 điểm)**

Cho nửa tròn (O ; R) đường kính AB và điểm M thuộc nửa đường tròn đó (M khác A và B). Trên dây BM lấy điểm N (N khác B và M), tia AN cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P. Tia AM và tia BP cắt nhau tại Q.

1) Chứng minh: bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh:  $\Delta MAB$  và  $\Delta MNQ$  đồng dạng.

3) Chứng minh MO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNQ.

4) Dựng hình bình hành ANBC. Chứng minh  $QB = QC \cdot \sin \widehat{QPM}$ .

**Câu V. (0,5 điểm)**

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2x^2 - 2xy + y^2 - 3x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x-2} + 2021$ .

----- Hết -----

Lưu ý: Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Câu I (2,0 điểm)	1. (0,5 điểm)	Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức A, ta được: $A = \frac{2}{\sqrt{9}-2} = \frac{2}{3-2} = 2$ Vậy khi $x=9$ thì $A=2$	0,5
	2. (1,0 điểm)	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) + 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{x-2\sqrt{x}+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x}+2)\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	3. (0,5 điểm)	$A+B = \frac{3x}{\sqrt{x}-2} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{3x}{\sqrt{x}-2} \Leftrightarrow 3x - \sqrt{x} - 2 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(3\sqrt{x}+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1=0 \\ 3\sqrt{x}+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1(TM)$ Vậy để $A+B = \frac{3x}{\sqrt{x}-2}$ thì $x=1$	0,25
Câu II (2,0 điểm)	1. (2,0 điểm)	Gọi số học sinh dự thi của trường A, trường B lần lượt là $x, y$ (học sinh) ( $x, y$ nguyên dương)	0,25
		Vì tổng số học sinh dự thi của hai trường là 750 học sinh nên $x+y=750$	
		Số học sinh trúng tuyển của trường A là $80\%x$ (học sinh) Số học sinh trúng tuyển của trường B là $70\%y$ (học sinh)	0,25
		Vì tổng số học sinh trúng tuyển của cả 2 trường là 560 học sinh nên ta có: $80\%x + 70\%y = 560$	0,25
		Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=750 \\ 80\%x+70\%y=560 \end{cases}$	0,25

(0,5  
điểm)

Theo BĐT Cô-si và  $x \geq 2$  thì  $x + \frac{1}{x} = \frac{x}{4} + \frac{1}{x} + \frac{3}{4}x \geq 2\sqrt{\frac{x}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{3}{4} \cdot 2} = \frac{5}{2}$ .

Vậy  $P \geq 2017 + \frac{5}{2} = \frac{4039}{2}$ . Dấu "=" khi  $x = y = 2$ .

Kết luận:  $\text{Min}P = \frac{4039}{2}$ .

0,25



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,8x + 0,8y = 600 \\ 0,8x + 0,7y = 560 \end{cases}$$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 750 \\ 0,1y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

0,5

0,25

Vậy số học sinh dự thi của trường A, B lần lượt là 350, 400 học sinh.

$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \sqrt{y+1} = 4 \\ \frac{1}{x-y} - 3\sqrt{y+1} = -5 \end{cases}$$

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x-y \neq 0 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

0,25

1.  
(1,0  
điểm)

$$\text{Đặt } \begin{cases} \frac{1}{x-y} = a \\ \sqrt{y+1} = b \end{cases} \text{ HPT đã cho trở thành } \begin{cases} 2a + b = 4 \\ a - 3b = -5 \end{cases}$$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a + 3b = 12 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 7 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

0,25

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-y} = 1 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y = 1 \\ y+1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn ĐK)}$$

0,25

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (4; 3)$

Câu III  
(2 điểm)

a. Thay  $m = 2$  vào  $y = 2(m-1)x - m^2 + 2m$  ta được

0,25

$$y = 2(2-1)x - 2^2 + 2 \cdot 2 \Leftrightarrow y = 2x$$

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+ Với  $x = 0$  thì  $y = 2 \cdot 0 = 0$

0,25

+ Với  $x = 2$  thì  $y = 2 \cdot 2 = 4$

2.  
(1,0  
điểm)

Vậy khi  $m = 2$  thì (d) cắt (P) tại 2 điểm  $(0; 0)$  và  $(2; 4)$

b. Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 2(m-1)x - m^2 + 2m \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0 (*)$$

$$\Delta' = (m-1)^2 - m^2 + 2m = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 2m = 1 > 0$$

0,25

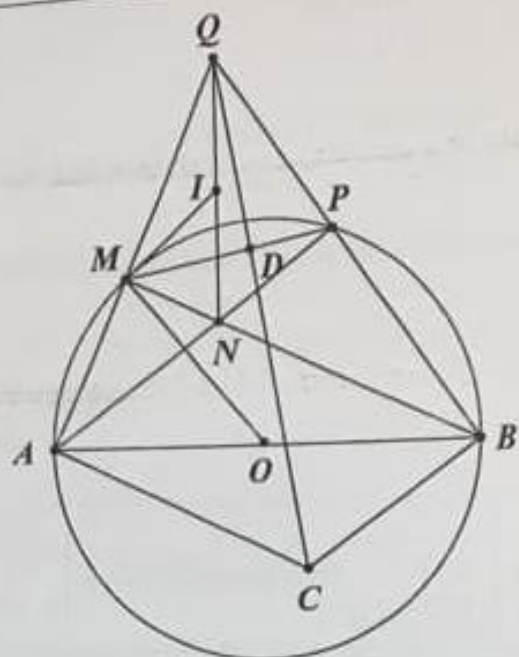
$\Rightarrow$  phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt:  $x_1 = m, x_2 = m-2$

Ta có:  $x_1, x_2$  là hai số đối nhau nên:

$$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow m + m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

0,25

Vậy  $m = 1$ .



Câu IV. (3,5 điểm)	a. (1,0 điểm)	Xét (O) có: $\widehat{AMB} = 90^\circ, \widehat{APB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		Suy ra $BM \perp AQ, AP \perp BQ$	
		Xét tứ giác MNPQ có: $\widehat{QMN} + \widehat{QPN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
		Mà M và P là hai đỉnh đối nhau Do đó tứ giác MNPQ là tứ giác nội tiếp	0,25
	b. (1,0 điểm)	Suy ra 4 điểm M, N, P, Q thuộc một đường tròn	0,25
		Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác MNPQ có: $\widehat{MQN} = \widehat{MPN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MN)	0,25
		Xét đường tròn (O) có: $\widehat{MBA} = \widehat{MPN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)	0,25
		Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MNQ$ có: $\widehat{QMN} = \widehat{BMA} = 90^\circ$	0,25
		$\widehat{MQN} = \widehat{MBA} (= \widehat{MPN})$	0,25
		Suy ra $\triangle MAB$ đồng dạng với $\triangle MNQ$	0,25
	c. (1,0 điểm)	Xác định được tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP.	0,25
		Chứng minh được $\widehat{QMI} = \widehat{OMB}$	0,25
Chứng minh được $MI \perp MO$ , suy ra MO là tiếp tuyến của (I) tại M. Ghi chú: Nếu học sinh chứng minh $\widehat{MOI} = \widehat{OMB}$ rồi suy ra luôn MO là tiếp tuyến của (I) thì trừ 0,25.		0,5	
d. (0,5 điểm)	Gọi D là giao điểm của CQ và MP. Chứng minh được tứ giác ACBQ nội tiếp và $\widehat{QPD} = \widehat{QCB}$ .	0,25	
	Chứng minh $\triangle QDP$ đồng dạng với $\triangle QBC \Rightarrow \frac{QD}{QP} = \frac{QB}{QC}$	0,25	
	Chứng minh được $\widehat{QDP} = 90^\circ \Rightarrow QB = QC \cdot \sin \widehat{QPM}$		
Câu V.	ĐK: $x \geq 2$ , Ta có: $P \geq (x - y)^2 + (x - 2)^2 + x + \frac{1}{x} + 2017$ .	0,25	