

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$ và $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ với $x > 0$ và $x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Chứng minh: $\frac{A}{B} > -1$, với $x > 0$ và $x \neq 4$.

Bài II (2,5 điểm)

- 1) Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 3m. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và giảm chiều rộng 1m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của mảnh đất.

- 2) Một hình trụ có đường kính đáy là 1,2m và chiều cao là 1,8m. Tính thể tích hình trụ đó (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất, lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (m là tham số)

- 1) Giải phương trình khi $m = -5$.
- 2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 = 3x_2$.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AG. Gọi I là trung điểm của BC.

- 1) Chứng minh: Bốn điểm B, C, E, F nằm trên cùng một đường tròn.
- 2) Chứng minh: $DH \cdot DA = DB \cdot DC$ và tứ giác BHCG là hình bình hành.
- 3) Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Tìm vị trí của A để diện tích $\triangle AEH$ lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$

Hết

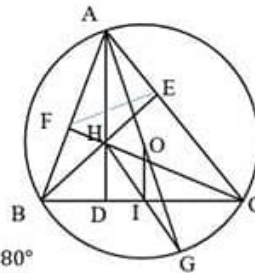
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh.....SBD.....Phòng thi.....

Bài	Y	Nội dung	Điểm
Bài I	1 (0,5đ)	Thay $x = 9$ (TMDK) vào biểu thức, ta được $A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2} = \frac{3}{5}$	0,5
	2 (1,0đ)	$B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ $B = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,5
	3 (0,5đ)	$\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ $\frac{A}{B} + 1 = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} + 1 = \frac{\sqrt{x}-2 + \sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} > 0$ với $x > 0$ và $x \neq 4$ $\frac{A}{B} > -1$	0,25
Bài II	1 (2,0 đ)	Gọi chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là x (m) ($x > 1$) Chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là: $x + 3$ (m) Diện tích ban đầu của mảnh đất là: $x(x + 3)$ (m ²) Chiều dài sau khi tăng thêm 2 m là: $x + 3 + 2 = x + 5$ (m) Chiều rộng sau khi giảm 1 m là: $x - 1$ (m) Diện tích của hình chữ nhật không thay đổi nên ta có phương trình: $(x + 5)(x - 1) = x(x + 3)$ Giải PT: $x = 5$ (thỏa mãn đk)	0,25
	2 (0,5đ)	Vậy chiều rộng của mảnh đất là: 5(m), chiều dài: $5 + 3 = 8$ (m).	0,25
	3 (0,75đ)	Thể tích của bồn nước là $V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 0,6^2 \cdot 1,8 \approx 2$ (m ³) Xét phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ Khi $m = -5$; Phương trình là: $x^2 - 2x - 8 = 0$ Giải phương trình $x_1 = 4$; $x_2 = -2$ KL: $\Delta = 4 - m$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $m < 4$	0,25
	4 (0,75đ)	Theo vi-et $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$. Mà $x_1 = 3x_2 \Rightarrow x_1 - 3x_2 = 0$	0,25
	5 (0,75đ)	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases}$ Giải hệ tìm được $\begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
		$x_1 x_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = m - 3 \Leftrightarrow m = \frac{15}{4}$ (tm). KL	0,25
1) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp (1,5 điểm)			

Bài IV

Vẽ hình đúng cho câu a



Xét tứ giác BCEF có: $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$
 $\widehat{BFC} + \widehat{BEC} = 180^\circ$

→ Tứ giác BCEF nội tiếp
→ Bốn điểm B, C, E, F nằm trên cùng một đường tròn

2) Chứng minh: DH.DA = DB.DC tứ giác BHCG là hình bình hành (1,5 điểm)

*) Chứng minh DH.DA = DB.DC

Ta có $\widehat{CDH} = \widehat{ADB} = 90^\circ$ (giả thiết)

$\widehat{DCH} = \widehat{DAB}$ (cùng phụ với \widehat{ABC})

→ ΔDHC đồng dạng ΔDBA (g.g)

→ $\frac{DH}{DB} = \frac{DC}{DA}$ (tỉ số đồng dạng) → DH.DA = DB.DC (t.c tỉ lệ thức)

*) Tứ giác BHCG là hình bình hành

0,25

0,25

0,5

0,25

0,25

0,5

0,25

0,25

	$BFC + BEC = 180^\circ$ → Từ giác BCEF nội tiếp → Bốn điểm B, C, E, F nằm trên cùng một đường tròn 2) Chứng minh: $DH \cdot DA = DB \cdot DC$ từ giác BHCG là hình bình hành (1,5 điểm) *) Chứng minh $DH \cdot DA = DB \cdot DC$ Ta có $\widehat{CDH} = \widehat{ADB} = 90^\circ$ (giả thiết) $\widehat{DCH} = \widehat{DAB}$ (cùng phụ với \widehat{ABC}) → ΔDHC đồng dạng ΔDBA (g.g) → $\frac{DH}{DB} = \frac{DC}{DA}$ (tỉ số đồng dạng) → $DH \cdot DA = DB \cdot DC$ (t.c tỉ lệ thức) *) Từ giác BHCG là hình bình hành Có $\widehat{ABG} = \widehat{ACG} = 90^\circ$ Kết hợp với giả thiết suy ra $BG \parallel CF, CG \parallel BE$ Suy ra BHCG là hình bình hành 3) Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Tìm vị trí của A để diện tích ΔAEH lớn nhất. Ta có $OI = \frac{1}{2} AH$ Mà O, BC cố định → OI cố định Suy ra $AH = 2 \cdot OI$ không đổi $S_{\Delta AEH} = \frac{1}{2} AE \cdot EH \leq \frac{1}{4} AE^2 + EH^2 = \frac{1}{4} AH^2 = OI^2$ Dấu bằng có $S_{\Delta AEH} = OI^2$. Khi $AE = EH$ Khi ΔEAH cân tại E khi đó $\widehat{HAE} = 45^\circ; \widehat{BCA} = 45^\circ$ → A phải là điểm thuộc cung lớn BC sao cho $\widehat{BCA} = 45^\circ$ KL: Điểm A thuộc cung lớn BC và $\widehat{BCA} = 45^\circ$ thì $S_{\Delta AEH}$ đạt giá trị lớn nhất	0,25 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Bài V	Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$ với $a > 0, b > 0$ ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{a+b} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ (1) Dấu "=" xảy ra khi $a = b$	

	Cmt ta cũng có: $\frac{1}{b+c} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ (2) và $\frac{1}{c+a} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right)$ (3) Cộng vế với vế của (1), (2) và (3) ta được: $A \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$ $\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} a = b = c \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1$ Vậy $\max A = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$	0,25 0,25
--	--	--------------

* Lưu ý khi chấm bài:

- Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Sai điều kiện hoặc không đặt đk và thiếu TMDK: -0,25. Thiếu 2 chỗ đơn vị hoặc sai đơn vị: -0,25,
- Nếu thiếu đơn vị và không làm tròn theo yêu cầu và không viết kí hiệu "≈" thì trừ 0,25; Nếu thiếu 2 trong 3 điều trên thì không trừ.
- Với bài hình, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.