

CÁC DẠNG BÀI TẬP NÂNG CAO TOÁN 6 – HK II

Dạng 1: Tính nhanh :

Bài 1 : Tính nhanh :

a. $A = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}$

b. $B = \frac{5}{1.4} + \frac{5}{4.7} + \dots + \frac{5}{100.103}$

c. $C = \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{2499}$

d. $D = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^9}$

e. $E = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{972}$

f. $F = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018}$

g. $G = \frac{3}{3.5} + \frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \dots + \frac{3}{47.49}$

h. $H = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$

Bài 2 : Tính tổng các phân số sau :

a. $A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2010}$

b. $B = 1 - 3 + 3^2 + \dots + 3^{100}$

c. $\frac{4}{2.4} + \frac{4}{2.6} + \frac{4}{6.8} + \dots + \frac{4}{2008.2010}$

d. $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{2007.2009}$

e. $\frac{3^2}{20.23} + \frac{3^2}{23.26} + \dots + \frac{3^2}{77.80}$

f. $\frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{108} + \dots + \frac{1}{990}$

Bài 3 : Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{10}}$. Chứng tỏ rằng $A + \frac{1}{2^{10}} = 1$

Bài 4 : Tìm x , biết :

a. $\frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \frac{1}{11.14} + \dots + \frac{1}{x(x+3)} = \frac{101}{1540}$

b. $\frac{1}{14} + \frac{1}{35} + \frac{1}{65} + \dots + \frac{2}{x^2 + 3x} = \frac{1}{9}$

c. $\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{x(x+2)} < \frac{2003}{2004}$

Dạng 2 : Toán so sánh :

Bài 1 : So sánh :

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2014}}$ và 1

b. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} < 1$

c. $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} + \frac{1}{64} + \frac{1}{100} + \frac{1}{144} + \frac{1}{196}$ và $\frac{1}{2}$

d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{63} > 2$

e. $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 2$

f. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{63} < 6$

$$g. \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{9999}{10000} < \frac{1}{100}$$

$$h. \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{61} + \frac{1}{62} + \frac{1}{63} < \frac{1}{2}$$

$$i. \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{50^2} < 1$$

$$j. \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{23.24.25} \text{ và } \frac{1}{4}$$

Bài 2: So sánh :

$$a. A = \frac{10^{2018} + 5}{10^{2018} - 8} \text{ và } B = \frac{10^{2019} + 5}{10^{2019} - 8}$$

$$b. A = \frac{10^{1990} + 1}{10^{1991} + 1} \text{ và } B = \frac{10^{1991} + 1}{10^{1992} + 1}$$

$$c. A = \frac{8^9 + 12}{8^9 + 7} \text{ và } B = \frac{8^{10} + 4}{8^{10} - 1}$$

$$d. A = \frac{7^{10}}{1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^9} \text{ và } B = \frac{5^{10}}{1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^9}$$

$$e. A = \frac{10^{11} - 1}{10^{12} - 1} \text{ và } B = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$$

$$f. A = \frac{10^{2004} + 1}{10^{2005} + 1} \text{ và } B = \frac{10^{2005} + 1}{10^{2006} + 1}$$

$$g. A = \frac{20^{10} + 1}{20^{10} - 1} \text{ và } B = \frac{20^{10} - 1}{20^{10} - 3}$$

$$h. A = \frac{13^{19} + 1}{13^{18} + 1} \text{ và } B = \frac{13^{20} + 1}{13^{19} + 1}$$

Bài 3:

$$a. \text{ So sánh : } A = \frac{2004}{2005} + \frac{2005}{2006} \text{ và } B = \frac{2004 + 2005}{2005 + 2006}$$

$$b. \text{ So sánh hai phân số } A = \frac{2015}{2016} + \frac{2016}{2017} + \frac{2017}{2018} \text{ và } B = \frac{2015 + 2016 + 2017}{2016 + 2017 + 2018}$$

Bài 4: Chứng minh :

$$a. \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} + \frac{1}{64} + \frac{1}{100} + \frac{1}{144} + \frac{1}{196} < \frac{1}{2}$$

$$b. \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \frac{1}{41} + \frac{1}{61} + \frac{1}{85} + \frac{1}{113} < \frac{3}{5}$$

$$c. \frac{11}{15} < \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{59} + \frac{1}{60} < \frac{3}{2}$$

$$d. A = \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{34} + \dots + \frac{1}{60}. \text{ Chứng minh rằng } \frac{3}{5} < A < \frac{4}{5}.$$

$$e. B = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{9^2}. \text{ Chứng minh rằng } \frac{2}{5} < B < \frac{8}{9}.$$

$$f. C = \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{60}. \text{ Chứng minh rằng } C > \frac{7}{12}.$$

$$g. D = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2}. \text{ Chứng minh rằng } \frac{1}{4} < D < \frac{4}{9}.$$

$$h. E = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}. \text{ Chứng minh rằng } 1 < E < 2.$$

Dạng 3 : Tìm nguyên :**Bài 1 :** Tìm x nguyên để các phân số sau là số nguyên :

a. $\frac{-4}{x-1}$

b. $\frac{3}{x-1}$

c. $\frac{4x-1}{3-x}$

d. $\frac{3x+3}{x-1}$

e. $\frac{2x+1}{x-3}$

f. $\frac{x-2}{x+3}$

g. $\frac{x+3}{x-2}$

h. $\frac{2x}{x-2}$

Bài 2 : Tìm x, y là số nguyên, biết :

a. $(x-5)(2-y)=7$

b. $xy+2x-y=15$

c. $\frac{x}{3}-\frac{4}{y}=\frac{1}{5}$

d. $\frac{5}{x-1}-\frac{y-1}{3}=\frac{1}{6}$

e. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{x+y}{2+3}$

Bài 3 : Tìm số nguyên dương n lớn nhất sao cho $\frac{n^2+2n+1}{n+23}$ có giá trị nguyên .**Dạng 4 : Chứng minh phân số tối giản :****Bài 1 :** Chứng minh các phân số sau là phân số tối giản với mọi số tự nhiên :

a. $A = \frac{12n+1}{30n+2}$

b. $B = \frac{14n+17}{21n+25}$

c. $C = \frac{n+1}{2n+3}$

d. $D = \frac{2n+3}{4n+8}$

Dạng 5 : Tìm Giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất :**Bài 1 :** Tìm x nguyên để các biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất :

a. $A = (x-3)^2 + 2018$

b. $B = |x-5| + 2016$

c. $C = \frac{-7}{(x-2)^2 + 2}$

d. $D = \frac{-8}{|x-5| + 1}$

Bài 2 : Tìm x nguyên để các biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất :

a. $M = 2003 - (x+1)^{2018}$

b. $N = 21 - |5 - x|$

c. $P = \frac{2009}{(x-4)^2 + 7}$

d. $Q = \frac{5}{|x-3|+1}$

Bài 2 : Cho các số tự nhiên x, y thỏa mãn $1 \leq x, y \leq 30$:

a. Tìm GTLN của $\frac{x+y}{x-y}$

b. Tìm GTLN của $\frac{xy}{x-y}$

Bài 3 : Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của biểu thức :

a. $A = |x-12| + |y+9| + 1997$

b. $B = (x^2 - 16) + |y-3| - 2$