

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} + \frac{7-\sqrt{x}}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $M = \frac{A}{B}$ có giá trị nguyên.

Bài II (2,5 điểm).

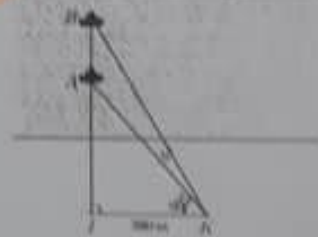
1) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai người cùng làm chung một công việc thì trong 4 giờ xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 1 giờ rồi nghỉ, sau đó người thứ hai làm tiếp trong 3 giờ thì được $\frac{5}{12}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình xong công việc đó trong bao lâu?

2) Hai chiếc thuyền ở vị trí A và B được minh họa

như hình vẽ bên. Cho biết $IK = 380\text{m}$, $\widehat{AKI} = 50^\circ$; $\widehat{AKB} = 15^\circ$.

Tính khoảng cách giữa hai thuyền (làm tròn đến mét).



Bài III (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$.

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài IV (3,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O bán kính R có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau.

Lấy điểm M bất kì thuộc đoạn OA (M khác O và A). Tia DM cắt đường tròn (O) tại N.

1) Chứng minh bốn điểm O, M, N, C cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $DM \cdot DN = DO \cdot DC = 2R^2$.

3) Đường tròn tâm M bán kính MC cắt AC, CB lần lượt tại E và F. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng và tổng $CE + CF$ không đổi khi M di động trên OA.

Bài V (0,5 điểm).

Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(x + \sqrt{3+x^2})(y + \sqrt{3+y^2}) = 9$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 + xy + y^2$.

-----Hết-----