

Câu 1 (5,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức. $P = \frac{a^3 - 1}{a^2 - a} - \frac{a^3 + 1}{a^2 + a}$

2. Tìm các số nguyên x, y sao cho: $x^2 - xy + 3x - y - 2 = 0$

Câu 2 (5,0 điểm).

1. Tính giá trị biểu thức:

$B = 2,9296.5,0704 + (0,7324)^4 + (1,2676)^4 - (0,7324)^3(1,2676)^2 - (0,7324)^2(1,2676)^3$

2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 10x^2 - 5x + 4$

Câu 3 (5,0 điểm).

1. Cho x là số nguyên dương. Tìm A, B, C để:

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2021 \cdot 2022}$$

2. Cho: $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$, với n là số nguyên dương.

Tính: $2S_{2020}$

Câu 4 (2,0 điểm).

Cho tam giác ABC đường cao AH , AM là trung tuyến của tam giác AHC , BN là trung tuyến của tam giác BHA . Tam giác ABC thỏa mãn điều kiện gì nếu AM vuông góc với BN .

Câu 5 (3,0 điểm).

Có tồn tại hay không một đa giác có tổng số đường chéo bằng 20, vì sao?

-----HẾT-----

3

- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay và tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:



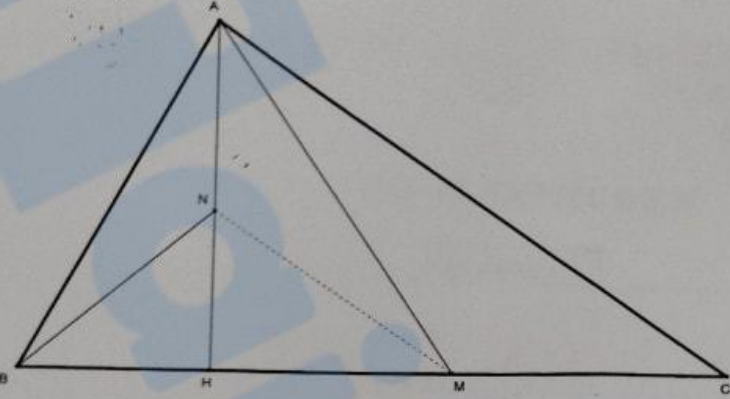
**THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn: TOÁN**

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm
I	<p>1. (3,0 điểm) P có nghĩa khi:</p> $\begin{cases} a^2 - a \neq 0 \\ a^2 + a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(a-1) \neq 0 \\ a(a+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$ <p>Vậy P có nghĩa khi: $a \neq 0$ và $a \neq \pm 1$.</p> <p>Với điều kiện trên ta có: $P = \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a(a-1)} - \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a(a+1)} = \frac{a^2+a+1}{a} - \frac{a^2-a+1}{a} = 2$. Vậy $P = 2$.</p>	0,5 2,5
	<p>2. (2,0 điểm) Dễ thấy $x = -1$, không là nghiệm của phương trình.</p> <p>Từ đó ta có: $x^2 - xy + 3x - y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = x + 2 - \frac{4}{x+1}$</p> <p>Khi đó để x, y nguyên thì $\frac{4}{x+1}$ phải là số nguyên, hay $(x+1) \mid 4$ (x+1 là ước của 4). Từ đó ta có:</p> $\begin{cases} x+1=4 \\ x+1=-4 \\ x+1=2 \\ x+1=-2 \\ x+1=1 \\ x+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3, y=4 \\ x=-5, y=-2 \\ x=1, y=1 \\ x=-3, y=1 \\ x=0, y=-2 \\ x=-2, y=4 \end{cases}$ <p>Vậy có 6 cặp số nguyên thỏa mãn là: (3, 4); (-5, -2); (1, 1); (-3, 1); (0, -2); (-2, 4)</p>	0,5 0,5 1,0
II	<p>1. (3,0 điểm)</p> <p>Đặt $a = 0,7324$; $b = 1,2676$. Ta có $a+b=2$ và $4a = 2,9296$; $4b = 5,0704$</p> <p>Khi đó: $B = 16ab + a^4 + b^4 - a^3b^2 - a^2b^3 = 16ab + a^4 + b^4 - a^2b^2(a+b) = 16ab + a^4 + b^4 - 2a^2b^2 = 16ab + (a^2 - b^2)^2 =$</p>	0,5

6 - 7 - 2

	$= 16ab + (a-b)^2(a+b)^2 = 4[4ab + (a-b)^2]$ $= 4(a+b)^2 = 16$ Vậy $B = 16$.	2,5	5	
	2. (2,0 điểm) Phân tích đa thức sau thành nhân tử (Bài này có rất nhiều cách phân tích): Ta có: $f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 10x^2 - 5x + 4 =$ $= 6x^4 + 5x^3 - 4x^2 - (6x^2 + 5x - 4) = x^2(6x^2 + 5x - 4) - (6x^2 + 5x - 4) =$ $= (x^2 - 1)(6x^2 + 5x - 4) = (x-1)(x+1)(6x^2 + 8x - 3x - 4) =$ $= (x-1)(x+1)[2x(3x+4) - (3x+4)] = (x-1)(x+1)(2x-1)(3x+4)$	2,0		
III	1. (3,0 điểm) Cho x là số nguyên dương. Tìm A, B, C để: $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$ <ul style="list-style-type: none"> - Bằng nhiều cách, ta giải được: $A = \frac{1}{2}; B = -1; C = \frac{1}{2}$ - Sau đây một cách giải đơn giản. Ta sử dụng hằng đẳng (dễ dàng chứng minh được): $\frac{1}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+b} \right)$ Khi đó: $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)(x+2)} =$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) - \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) = \frac{1}{2x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2(x+2)}$ Từ đó suy ra: $A = \frac{1}{2}; B = -1; C = \frac{1}{2}$	0,5	5	
		2. (2,0 điểm) Theo câu 1. ta có: $\frac{2}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) - \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right),$ nên ta có: $2S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) - \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) = \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}$ Từ đó suy ra: $2S_{2020} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}$		0,5
				1,5

IV	<p>(2,0 điểm) Hình vẽ:</p> 	0,25	2
	<p>+ Ta có M trung điểm HC, N trung điểm AH nên MN là đường trung bình của ΔAHC, suy ra $MN \parallel AC$. Để $BN \perp AM$ thì N là trực tâm ΔABM Khi đó MN là đường cao của ΔABM, hay $MN \perp AB$. Từ đó suy ra $CA \perp AB$. Hay ΔABC vuông tại A</p>	1,75	
V	<p>(3,0 điểm) + Trước tiên ta xây dựng công thức tính số đường chéo của n giác ($n \geq 4$). Từ mỗi đỉnh, ta nối với $n-1$ đỉnh còn lại để được $n-1$ đoạn thẳng, trong đó có 2 đoạn thẳng nối đỉnh đó và hai đỉnh kề nó là hai cạnh. Vậy nên ta chỉ có $(n-1)-2 = n-3$ đường chéo. Có n đỉnh nên có $n(n-3)$ đường chéo. Nhưng theo cách tính như vậy thì mỗi đường chéo được tính 2 lần. Vậy số đường chéo d của n giác là: $d = \frac{n(n-3)}{2}$ + Theo bài toán thì $d = 20$, hay $\frac{n(n-3)}{2} = 20 \Leftrightarrow n(n-3) = 40$ Với $n \geq 9$ thì $n(n-3) \geq 54 > 40$, nên $n \leq 8$. Vì n là ước của 40, nên ta có: $n = 8$. Vậy ta có hình bát giác sẽ có 20 đường chéo.</p>	1,0 2,0	3

Hướng dẫn chấm:

- Tổng điểm toàn bài là 20, không làm tròn tổng điểm.
- Giáo viên chấm có thể thống nhất chia thang điểm nhỏ hơn để chấm.
- Cách giải khác, kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.