



Đề số 1

Bài 1: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+7}{3\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} + \frac{7\sqrt{x+3}}{9-x}$ với $x > 0, x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Chứng minh: $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$.
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A.B$.

Bài 2: (2,0 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu ô tô chạy mỗi giờ nhanh hơn 10km thì đến sớm hơn dự định 3 giờ, nếu ô tô chạy chậm lại mỗi giờ 10km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB.

2) Một hộp sữa hình trụ có đường kính đáy là 12cm, chiều cao 10cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp sữa không tính phần mép nối (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Bài 3: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 3x + m - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 9$.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho nửa (O) đường kính $AB = 2R$, C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho

C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho: $\widehat{COD} = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD.

- 1) Chứng minh: CEDF là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh: $FC.FA = FD.FB$
- 3) Gọi I là trung điểm của EF, chứng minh IC là tiếp tuyến của (O)
- 4) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Bài 5: (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ và thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$.

.....Hết.....

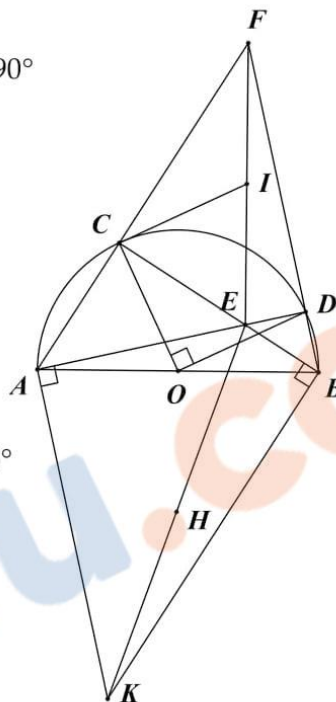
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Hướng dẫn chấm

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
1	1)	Có $x = 25$ (TMĐK) $\Rightarrow \sqrt{x} = 5$	0,25
		Thay $\sqrt{x} = 5$ vào A ta có: $A = \frac{25+7}{15} = \frac{32}{15}$ Vậy $x = 25$ thì $A = \frac{32}{15}$.	0,25
	2)	$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$ $B = \frac{2\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-3) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) + 7\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3) \cdot (\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$B = \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 4\sqrt{x} + 3 - 7\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x}-3) \cdot (\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$B = \frac{3x - 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3) \cdot (\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3)	$P = A \cdot B = \frac{x+7}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}-3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} - 6$ Áp dụng bất đẳng thức cosi cho 2 số $\sqrt{x}+3$ và $\frac{16}{\sqrt{x}+3}$ ta có: $\sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+3) \cdot \frac{16}{\sqrt{x}+3}} = 8$ $\sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} - 6 \geq 2 \Rightarrow P \geq 2$	0,25
		Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}+3 = \frac{16}{\sqrt{x}+3}$ $\Rightarrow (\sqrt{x}+3)^2 = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = 4 \Leftrightarrow x = 1$ (tmđk) Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2 khi $x = 1$.	0,25
	2	1)	Gọi thời gian dự định là x (giờ), vận tốc của xe lúc đầu là y (km/h) Điều kiện: $x > 3, y > 10$ Chiều dài quãng đường AB là xy (km).
Khi xe chạy nhanh hơn 10km mỗi giờ thì: +) Vận tốc của xe lúc này là: $y + 10$ (km/h) +) Thời gian xe đi hết Quãng đường AB là: $x - 3$ (giờ) Ta có phương trình: $(x - 3)(y + 10) = xy$ (1)			0,25

		<p>Khi xe chạy chậm hơn 10km mỗi giờ thì:</p> <p>+) Vận tốc của xe lúc này là: $y - 10$ (km/h)</p> <p>+) Thời gian xe đi hết quãng đường AB là: $x + 5$ (giờ)</p> <p>Ta có phương trình: $(x + 5)(y - 10) = xy$ (2)</p>	0,25
		<p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (x - 3)(y + 10) = xy \\ (x + 5)(y - 10) = xy \end{cases}$</p>	0,25
		<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 3y = 30 \\ 2y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$</p>	0,25
		<p>Kết hợp điều kiện $\Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)</p> <p>Vậy thời gian xe dự định đi hết quãng đường AB là 15 giờ. Vận tốc của xe lúc đầu là 40km/h. Quãng đường AB có độ dài là: $15 \cdot 40 = 600$ (km).</p>	0,25
	2)	<p>Ta có bán kính đáy là 6cm. Diện tích đáy là: $\pi \cdot 6^2 = 36\pi$ (cm²). Diện tích xung quanh là: $2\pi \cdot 6 \cdot 10 = 120\pi$ (cm²). Diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp sữa là: $2 \cdot 36\pi + 120\pi = 192\pi$ (cm²)</p>	0,25
3	1)	<p>$\begin{cases} (3x + 2)(2y - 3) = 6xy \\ (4x + 5)(y - 5) = 4xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6xy - 9x + 4y - 6 = 6xy \\ 4xy - 20x + 5y - 25 = 4xy \end{cases}$</p>	0,25
		<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -20x + 5y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -4x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -16x + 4y = 20 \end{cases}$</p>	0,25
		<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ 7x = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 \cdot (-2) + 4y = 6 \\ x = -2 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} -9 \cdot (-2) + 4y = 6 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$</p>	0,25
		<p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; -3)$.</p>	0,25
	2)	<p>Có $\Delta = 9 - 4(m - 3) = 21 - 4m$</p> <p>Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 21 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{21}{4}$.</p>	0,25
		<p>Áp dụng hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$</p> <p>Theo giả thiết: $x_1^3 + x_2^3 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) = 9$</p> <p>$\Rightarrow 3^3 - 3 \cdot 3 \cdot (m - 3) = 9 \Leftrightarrow m = 5$</p>	0,25
		<p>Kết hợp điều kiện $m < \frac{21}{4} \Rightarrow m = 5$ (thỏa mãn)</p>	0,25

	<p>$\Rightarrow E$ là trực tâm của ΔABF</p> <p>$\Rightarrow EF \perp AB \Rightarrow \widehat{F_1} + \widehat{CAO} = 90^\circ$ (3)</p>	
	<p>Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow \widehat{ICF} + \widehat{OCA} = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{OCI} = 90^\circ \Rightarrow OC \perp CI$</p> <p>$\Rightarrow CI$ là tiếp tuyến của đường tròn (O)</p>	0,25
4)	<p>Ta có</p> $\left. \begin{array}{l} \widehat{O_1} + \widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 180^\circ \\ \widehat{O_2} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O_1} + \widehat{O_3} = 90^\circ$ <p>Xét (O) ta có:</p> $\left. \begin{array}{l} \widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{O_1} \\ \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{O_3} \end{array} \right\}$ <p>$\Rightarrow \widehat{DAB} + \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$</p> <p>Xét ΔAEB ta có $\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 45^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AEB} = 135^\circ$</p> <p>Qua A kẻ $Ax \perp AE$.</p> <p>Qua B kẻ $By \perp BE$. $By \cap Ax = K$</p> <p>Xét tứ giác EAKB ta có</p> $\left. \begin{array}{l} \widehat{KAE} = 90^\circ (Ax \perp AE) \\ \widehat{KBE} = 90^\circ (By \perp BE) \end{array} \right\}$ <p>$\Rightarrow \widehat{KAE} + \widehat{KBE} = 180^\circ$</p> <p>Mà hai góc nằm tại hai đỉnh đối nhau nên tứ giác EAKB nội tiếp.</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AKB} + \widehat{AEB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AKB} + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AKB} = 45^\circ$</p> <p>Gọi H là trung điểm của EK $\Rightarrow HA = HE = HK$ (ΔAEK v uông tại A).</p> <p>$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác EAKB.</p>	0,25
	<p>Xét (H): $\widehat{AKB} = \frac{1}{2} \widehat{AHB} \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$.</p> <p>Xét ΔAHB ($\widehat{AHB} = 90^\circ$) có: $HA = HB$ (bán kính đường tròn tâm H) $\Rightarrow \Delta AHB$ v uông cân tại H. Mà AB không đổi nên H cố định.</p> <p>Áp dụng định lí Pytago vào ΔAHB ta có:</p> $HA^2 + HB^2 = AB^2 \Leftrightarrow 2HA^2 = 4R^2 \Leftrightarrow HA^2 = 2R^2 \Leftrightarrow HA = \sqrt{2}R.$ <p>Vậy khi C thay đổi E chạy trên đường tròn (H; $\sqrt{2}R$) cố định.</p>	0,25
5	<p>Ta có: $\frac{a}{1+b^2} = a \cdot \frac{1}{1+b^2} = a \left(1 - \frac{b^2}{1+b^2} \right) \geq a \left(1 - \frac{b}{2} \right) = a - \frac{ab}{2}$.</p>	0,25



		Tương tự ta được: $\frac{b}{1+c^2} \geq b - \frac{bc}{2}$, $\frac{c}{1+a^2} \geq c - \frac{ca}{2}$.	
		<p>Cộng vế với vế ta có: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq (a+b+c) - \frac{ab+bc+ca}{2} \geq \frac{3}{2}$.</p> <p>Vì: $ab+bc+ca \leq \frac{1}{3}(a+b+c)^2 = 3 \Rightarrow (a+b+c) - \frac{ab+bc+ca}{2} \geq 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$.</p>	0,25