

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Tin học)

Thời gian làm bài: 150 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 18 tháng 7 năm 2020

Đề thi gồm 01 trang

**Câu I** (2,0 điểm).

1. Cho  $x = \frac{\sqrt{5+\sqrt{21}} - \sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{3}}$ . Tính giá trị của  $P = (1 + 2020x^{2020} - 1010x^{2022})^{2021}$ .

2. Cho phương trình  $x^2 - x + a = 0$  có hai nghiệm là  $x_1, x_2$  và phương trình  $x^2 - 97x + b = 0$  có hai nghiệm là  $x_1^4, x_2^4$ . Tính giá trị của  $b$ .

**Câu II** (2,0 điểm).

1. Giải phương trình  $3x\sqrt{x^2+x+1} = 3x^2+x+1$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2) = 15 \\ (x-y)(x^2-y^2) = 3 \end{cases}$$

**Câu III** (2,0 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $y^2 - 3x^2 + 2xy + 8x - 9 = 0$ .

2. Cho  $a, b, c$  là ba số nguyên thỏa mãn  $a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a) = a + b + c$ . Chứng minh rằng  $a + b + c$  chia hết cho 27.

**Câu IV** (3,0 điểm).

Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ), đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC = 2R$  cắt  $AB, AC$  lần lượt ở  $E$  và  $D$  ( $E$  khác  $B, D$  khác  $C$ ). Trên cung  $\widehat{BC}$  không chứa  $D$  lấy điểm  $F$  bất kì ( $F$  khác  $B$  và  $C$ ). Đường thẳng  $AF$  cắt  $BC$  tại  $M$ , cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $N$  ( $N$  khác  $F$ ) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ADE$  tại  $P$  ( $P$  khác  $A$ ).

1. Chứng minh tứ giác  $BEPM$  nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh  $AN \cdot AF = AP \cdot AM$ .

3. Gọi  $I, H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $F$  lên các đường thẳng  $BD, BC, AC$ . Chứng minh ba điểm  $I, H, K$  thẳng hàng và tìm vị trí của  $F$  sao cho tổng  $\frac{BC}{FH} + \frac{BD}{FI} + \frac{CD}{FK}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu V** (1,0 điểm).

Cho ba số thực  $x, y, z$  thỏa mãn các điều kiện  $x > \frac{1}{18}, y > \frac{1}{7}, z > -\frac{1}{2020}$  và

$\frac{18}{18x+17} + \frac{7}{7y+6} + \frac{2020}{2020z+2021} \geq 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = (18x-1)(7y-1)(2020z+1).$$

Hết

Họ và tên thí sinh: \_\_\_\_\_ Số báo danh: \_\_\_\_\_

Chữ ký giám thị 1: \_\_\_\_\_ Chữ ký giám thị 2: \_\_\_\_\_