

PHÒNG GD-ĐT ĐỒ LƯƠNG
ĐỀ THI KIỂM ĐỊNH CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2020 - 2021.

Môn: Toán. Lớp: 8.

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao nhận đề thi).

Bài 1.(4 điểm):

2 a, Chứng minh: $\left(x^2 + x + 1 + \frac{2}{x-1}\right)\left(x^2 - x + 1 - \frac{2}{x+1}\right) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
với x khác 1 và -1.

2 b, Tìm số hữu tỉ x để biểu thức $P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2}$ có giá trị là một số nguyên dương.

Bài 2.(4,0 điểm): Giải các phương trình sau.

2 a, $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{4x^2+15x+14} = \frac{2}{5}$.

2 b, $10\left(\frac{2-x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{2+x}{1-x}\right)^2 = \frac{11(x^2-4)}{x^2-1}$.

Bài 3.(5,0 điểm):

2 a, Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 + ax + b$; $Q(x) = x^2 + x - 2$.

Xác định các hằng số a, b để $P(x)$ chia hết cho $Q(x)$.

1,5 b, Tìm số nguyên tố n để $2n + 1$ là lập phương của một số tự nhiên.

1,5 c, Cho a, b là hai số dương có tổng bằng 1. Chứng minh:

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$$

Bài 4.(6,0 điểm):

Cho hình vuông ABCD. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của AB.

Trên cạnh BC lấy G (G khác B, GB < BC:2). Đường thẳng đi qua A song song với MG cắt DC tại H.

3 a, Chứng minh: $\triangle ADH \sim \triangle GBM$ và $\triangle AOD \sim \triangle OMB$.

1,5 b, Tính \widehat{GOH} .

1,5 c, Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC, CD; E là giao điểm của AI và BK. Cho biết diện tích tứ giác AEKD bằng 55 cm^2 . Tính diện tích hình vuông ABCD.

1 **Bài 5.(1,0 điểm):** Hôm nay là thứ tư. Hỏi sau $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2007^3 + 2008^3$ ngày nữa sẽ là ngày thứ mấy trong tuần?

Hết./.

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính bỏ túi.

HƯỚNG DẪN CHẤM HSG HUYỆN- TOÁN 8- NĂM HỌC 2020-2021.

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 3	a, Ta có: $VT = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) - \frac{2(x^2 + x + 1)}{x + 1} + (x^2 - x + 1) \cdot \frac{2}{x - 1}$	0,5
	$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) - \frac{2(x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} + (x^2 - x + 1) \cdot \frac{2(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)}$	0,5
	$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + \frac{2(x^2 + 1) - 2(x^2 - 1) - 4}{(x + 1)(x - 1)}$	0,5
	$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + \frac{2x^2 + 2 - 2x^2 + 2 - 4}{(x + 1)(x - 1)} = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$	0,5
	b, Ta có $P = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2} = \frac{2(x^2 + 2) - (x^2 + 4x + 4)}{x^2 + 2} = 2 - \frac{(x + 2)^2}{x^2 + 2} \leq 2$	0,5
	Mà P nguyên dương nên $P = 1; P = 2$.	0,5
	$+ , P = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$ (thỏa mãn)	0,5
$+ , P = 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2} = 2 \Leftrightarrow x = -2$	0,5	
Bài 2	a, ĐK: $x \neq -3; -2; \frac{-7}{4}$.	0,25
	$pt \Leftrightarrow \frac{1}{x + 3} + \frac{1}{(x + 3)(x + 2)} + \frac{1}{(4x + 7)(x + 2)} = \frac{2}{5}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x + 2 + 1}{(x + 3)(x + 2)} + \frac{1}{(4x + 7)(x + 2)} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{x + 2} + \frac{1}{(4x + 7)(x + 2)} = \frac{2}{5}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{4x + 7 + 1}{(4x + 7)(x + 2)} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{4(x + 2)}{(4x + 7)(x + 2)} = \frac{2}{5}$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{4}{4x + 7} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} (t/m)$	0,5
	Vậy pt có nghiệm $x = \frac{3}{4}$.	0,25
	b, ĐK: x khác 1; -1	0,25
	đặt $\frac{x - 2}{x + 1} = a; \frac{x + 2}{x - 1} = b$	
	Phương trình trở thành: $10a^2 + b^2 - 11ab = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (a - b)(10a - b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b = 10a \end{cases}$	0,5
Xét $a = b \Leftrightarrow \frac{x - 2}{x + 1} = \frac{x + 2}{x - 1}$ giải ra $x = 0 (t/m)$.	0,25	

Xét $b = 10a$

$$\Leftrightarrow 10 \cdot \frac{x-2}{x+1} = \frac{x+2}{x-1} \Leftrightarrow 3x^2 - 11x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{2}{3} \end{cases} \text{ (t/m)}$$

Vậy pt có 3 nghiệm là 0; 3; 2/3.

0,5

Bài 3 a, Thực hiện phép chia $P(x)$ cho $Q(x)$ ta được:

$$P(x) = Q(x) \cdot (x^2 + 1) + (a-1)x + (b+2)$$

$P(x)$ chia hết cho $Q(x) \Leftrightarrow (a-1)x + (b+2) = 0, \forall x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$

b, $2n+1$ là lập phương của một số tự nhiên khi và chỉ khi $2n+1 = k^3$, k là số tự nhiên

$$\Rightarrow k \text{ lẻ} \Leftrightarrow k = 2m+1, m \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 2n+1 = 8m^3 + 12m^2 + 6m + 1 \Leftrightarrow n = 4m^3 + 6m^2 + 3m \Leftrightarrow n = m(4m^2 + 6m + 3)$$

n nguyên tố, $4m^2 + 6m + 3 > m \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m = 1, 3$.

$$c, \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{a+b+2}{(a+1)(b+1)} \geq \frac{3}{4} \cdot \frac{a}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(a+b+2) \geq 4(a+1)(b+1) \Leftrightarrow 9 \geq 4(ab+2)$$

$$\Leftrightarrow 1 \geq 4ab \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \text{ luôn đúng.}$$

0,5

0,5

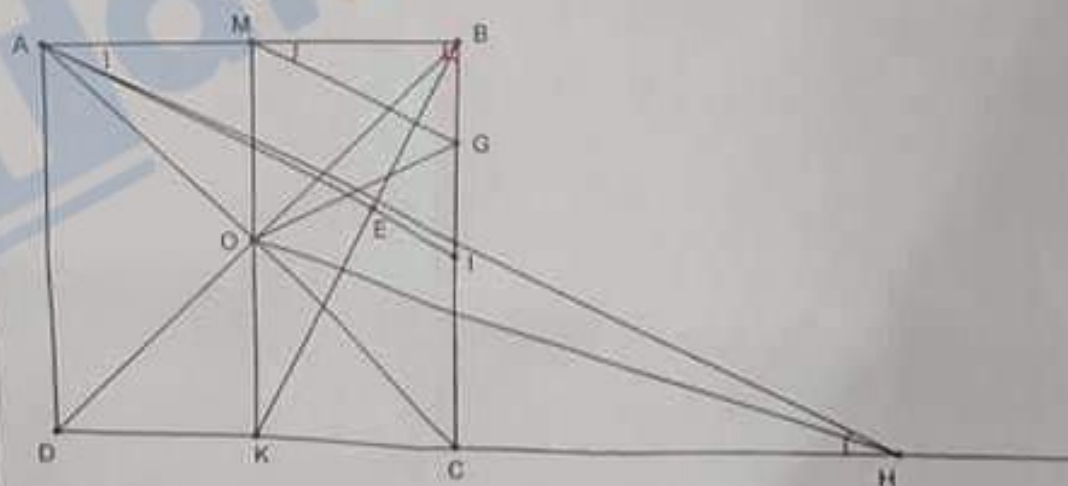
0,5

0,25

0,5

0,75

Bài 4



$$a, MG \parallel AH \Rightarrow \widehat{BMG} = \widehat{BAH}$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{BAH}$$

$$\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{BMG} \Rightarrow \Delta ADH = \Delta GBM \text{ (g.g)}$$

Do ABCD là hình vuông nên $AC \perp BD$ tại O; M là trung điểm của AB

0,5

1,0

nên $OM \perp AB$ tại M; $\widehat{ADO} = \widehat{OBM} = 45^\circ$
 $\Rightarrow \Delta MOD - \Delta OMB(g.g)$

b, $\Delta MDH - \Delta GBM(g.g) \Rightarrow \frac{AD}{GB} = \frac{DH}{BM}$

$\Delta MOD - \Delta OMB(g.g) \Rightarrow \frac{OB}{AD} = \frac{MB}{OD}$

$\Rightarrow \frac{OB}{GB} = \frac{HD}{OD}$; kết hợp $\widehat{GBO} = \widehat{ODH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta GBO - \Delta ODH(c.g.c)$

$\widehat{BOG} = \widehat{OHD}$

Mà $\widehat{DOH} + \widehat{OHD} = 180^\circ - \widehat{ODH} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{GOH} = 45^\circ$

c, Chứng minh được $AI \perp BK$ tại E

và $\frac{1}{BE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{5}{a^2}$

$BK^2 = CK^2 + BC^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow \frac{BK^2}{BE^2} = \frac{25}{4} \Rightarrow \frac{BK}{BE} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{EK}{BK} = \frac{3}{5}$

$\frac{S_{ADM}}{S_{ABC D}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{S_{AIK}}{S_{ABC D}} = \frac{S_{AIK}}{S_{AIK}} \cdot \frac{S_{AIK}}{S_{ABC D}} = \frac{EK}{BK} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

Cộng theo vẽ ta được

$\frac{S_{ADRE}}{S_{ABC D}} = \frac{11}{20} \Rightarrow S_{ABC D} = 100cm^2$

1,0
0,5

3đ

0,5

0,5

0,5

0,25

0,5

0,5

0,25

Bài 5 Đặt $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2007^3 + 2008^3$.
 Ta có: $1^3 + 2008^3 = (1 + 2008)(1 - 2008 + 2008^2) = 2009 \cdot (1 - 2008 + 2008^2)$
 chia hết cho 7
 Tương tự $2^3 + 2007^3, 3^3 + 2006^3, \dots, 1004^3 + 1005^3$ chia hết cho 7
 Do đó A chia hết cho 7 suy ra sau $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2007^3 + 2008^3$ ngày nữa
 sẽ là ngày thứ tư trong tuần.

0,5

0,5