

* Câu 1 (4 điểm).

a) Thực hiện phép tính $A = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} \right) \left(\frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} \right) : \frac{1}{-2021}$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 2 \\ + 2 \\ + 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

b) Cho tổng $S = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \frac{1}{5^8} + \dots + \frac{1}{5^{2020}}$. So sánh S và $\frac{1}{24}$

* Câu 2 (4 điểm).

a) Tìm x biết: $\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{99.100} \right) - \frac{1}{2} = \left| 2x - \frac{1}{100} \right|$

b) Tìm x, y, z sao cho $(2x-1)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5} \right)^{2020} + |x+y-z| \leq 0$

* Câu 3 (3 điểm).

Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện ủng hộ Hội người mù do nhà trường phát động. Lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp theo tỉ lệ 5:6:7 nhưng sau đó chia lại theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định là 4 gói. Tính số gói tăm của mỗi lớp sau khi được chia lại.

* Câu 4 (6 điểm).

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A, cắt tia này tại N, cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F. Chứng minh rằng:

* a) $AE = AF$

* b) $BE = CF$

c) $AE = \frac{AB + AC}{2}$

* Câu 5 (3 điểm).

* a) Chứng minh: $P = (3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+2020}) : 120$ với $x \in \mathbb{N}$

b) Tìm số tự nhiên a, b sao cho $(2008.a + 3.b + 1) \cdot (2008^a + 2008.a + b) = 225$

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh: ...Đào Thị Yến Vy.....

Chữ ký giám thị 1

Số báo danh: ...TQ.727.....

Chữ ký giám thị 2


HƯỚNG DẪN CHẤM
KỶ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
KHOA NGÀY: 30/01/2021
Môn: Toán 7
ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Ý trong câu	Nội dung	Điểm
1		$\text{Đặt } B = \frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} = \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} = \frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} = \frac{2}{7} \text{ vì } \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) \neq 0$	0,75đ
	a (2đ)	$\text{Đặt } C = \frac{-1\frac{1}{6} + 0,875 - 0,7}{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}} = \frac{-\frac{7}{6} + \frac{7}{8} - \frac{7}{10}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{-7\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)}{2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right)} = \frac{-7}{2}$ <p>vì $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right) \neq 0$</p> <p>Vậy $A = B \cdot C : \frac{1}{-2021} = \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{-7}{2}\right) : \frac{1}{-2021} = 2021$</p>	0,75đ 0,5đ
	b (2đ)	<p>Có $S = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \frac{1}{5^8} + \dots + \frac{1}{5^{2020}}$</p> <p>$\Rightarrow 25S = 25\left(\frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \frac{1}{5^8} + \dots + \frac{1}{5^{2020}}\right)$</p> <p>$\Rightarrow 25S = 1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \dots + \frac{1}{5^{2018}}$</p> <p>$\Rightarrow 25S - S = \left(1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \dots + \frac{1}{5^{2018}}\right) - \left(\frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \frac{1}{5^8} + \dots + \frac{1}{5^{2020}}\right)$</p> <p>$\Rightarrow 24S = 1 - \frac{1}{5^{2020}}$ Vì $1 - \frac{1}{5^{2020}} < 1$</p> <p>$\Rightarrow 24S < 1 \Rightarrow S < \frac{1}{24}$</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
2	a (2đ)	$\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}\right) - \frac{1}{2} = \left 2x - \frac{1}{100}\right $ $\Rightarrow \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) - \frac{1}{2} = \left 2x - \frac{1}{100}\right $ $\Rightarrow \left(1 - \frac{1}{100}\right) - \frac{1}{2} = \left 2x - \frac{1}{100}\right $ $\Rightarrow \frac{99}{100} - \frac{1}{2} = \left 2x - \frac{1}{100}\right $ $\Rightarrow \left 2x - \frac{1}{100}\right = \frac{49}{100}$ <p>TH1: $2x - \frac{1}{100} = \frac{49}{100} \Rightarrow 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ

		<p>TH2: $2x - \frac{1}{100} = -\frac{49}{100} \Rightarrow 2x = \frac{-48}{100} \Rightarrow x = \frac{-6}{25}$</p> <p>Vậy $x = \frac{1}{4}; x = \frac{-6}{25}$</p>	0,5đ
	b (2đ)	<p>Ta có:</p> <p>$(2x-1)^{2020} \geq 0$ với mọi số thực x</p> <p>$\left(y - \frac{2}{5}\right)^{2020} \geq 0$ với mọi số thực y</p> <p>$x+y-z \geq 0$ với mọi số thực x, y, z</p> <p>$\Rightarrow (2x-1)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2020} + x+y-z \geq 0$</p> <p>Đề $(2x-1)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2020} + x+y-z \leq 0$</p> <p>$\Rightarrow (2x-1)^{2020} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2020} + x+y-z = 0$</p> <p>$\Rightarrow (2x-1)^{2020} = 0; \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2020} = 0$ và $x+y-z = 0$</p> <p>* $(2x-1)^{2020} = 0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$</p> <p>* $\left(y - \frac{2}{5}\right)^{2020} = 0 \Rightarrow y - \frac{2}{5} = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{5}$</p> <p>Thay $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{5}$ vào $x+y-z = 0$ ta có :</p> <p>$\left \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - z\right = 0 \Rightarrow \left \frac{9}{10} - z\right = 0 \Rightarrow \frac{9}{10} - z = 0 \Rightarrow z = \frac{9}{10}$</p> <p>Vậy $x = \frac{1}{2}; y = \frac{2}{5}$ và $z = \frac{9}{10}$</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
3	(3đ)	<p>Gọi tổng số gói tăm 3 lớp 7A, 7B, 7C cùng mua là x ($x \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>Gọi số gói tăm chia cho ba lớp 7A, 7B, 7C theo dự định lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7}$ và $a+b+c = x$</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> <p>$\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{5+6+7} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18}; c = \frac{7x}{18}$ (1)</p> <p>Gọi số gói tăm chia cho ba lớp 7A, 7B, 7C sau khi chia lại lần lượt là a', b', c' ($a', b', c' \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>Ta có: $\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6}$ và $a'+b'+c' = x$</p> <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ

$$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{4+5+6} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{6x}{15} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'$; $b = b'$; $c < c'$ nên lớp 7C là lớp sau khi chia lại nhận nhiều hơn dự định.

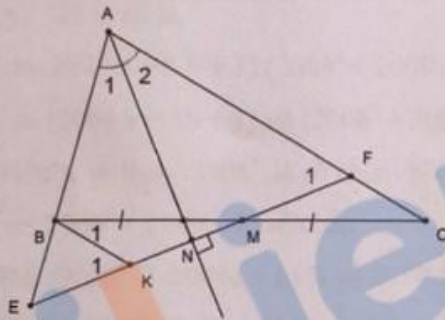
$$\text{Nên } c' - c = 4 \text{ hay } \Rightarrow \frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow x \left(\frac{6}{15} - \frac{7}{18} \right) = 4 \Rightarrow x = 360$$

$$\text{Vậy: Số gói tăm của lớp 7A sau khi được chia lại là: } a' = \frac{4 \cdot 360}{15} = 96 \text{ (gói)}$$

$$\text{Số gói tăm của lớp 7B sau khi được chia lại là: } b' = \frac{5 \cdot 360}{15} = 120 \text{ (gói)}$$

$$\text{Số gói tăm của lớp 7C sau khi được chia lại là: } c' = \frac{6 \cdot 360}{15} = 144 \text{ (gói)}$$

(0,5đ)



Vẽ hình, ghi GT&KL

Chứng minh: $AE = AF$

Xét $\triangle AEN$ và $\triangle AFN$ có

$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ (gt)}$$

AN là cạnh chung

$$\widehat{ANE} = \widehat{ANF} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AEN = \triangle AFN \text{ (g.c.g)}$$

$$\Rightarrow AE = AF \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

4

a
(1,5đ)

0,5đ

0,5đ

0,5đ

Chứng minh: $BE = CF$

Kẻ $BK \parallel AC$ ($K \in EF$) $\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}$ (hai góc so le trong)

Xét $\triangle BKM$ và $\triangle CFM$ có

$$\widehat{BMK} = \widehat{CMF} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$BM = MC \text{ (gt)}$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{C} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow \triangle BKM = \triangle CFM \text{ (g.c.g)}$$

$$\Rightarrow BK = FC \text{ (hai cạnh tương ứng)} \quad (1)$$

Vì $BK \parallel AC \Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{F}_1$ (hai góc đồng vị)

Mặt khác $\widehat{F}_1 = \widehat{E}$ (vì $\triangle AEN = \triangle AFN$)

$$\Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{E} \Rightarrow \triangle BEK \text{ cân tại B} \Rightarrow BE = BK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BE = CF$

b
(2,5đ)

0,5đ

0,5đ

0,5đ

0,5đ

0,5đ

c (1,5đ)	<p>Chứng minh: $AE = \frac{AB+AC}{2}$</p> <p>Ta có $AB + AC = AB + AF + CF = (AB + FC) + AF$ mà $CF = BE$ (chứng minh câu b) và $AE = AF$ (chứng minh câu a) $\Rightarrow AB + AC = (AB + BE) + AE = AE + AE = 2AE$ $\Rightarrow AE = \frac{AB+AC}{2}$ (dpcm)</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ
a (1,5đ)	$P = (3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4}) + (3^{x+5} + 3^{x+6} + 3^{x+7} + \dots + 3^{x+8}) +$ $\dots + (3^{x+2017} + 3^{x+2018} + 3^{x+2019} + \dots + 3^{x+2020})$ $= 3^x \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + 3^{x+4} \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + 3^{x+2016} \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4)$ $= 3^x \cdot 120 + 3^{x+4} \cdot 120 + \dots + 3^{x+2016} \cdot 120$ $= 120 \cdot (3^x + 3^{x+4} + \dots + 3^{x+2016})$ <p>Vi $120 : 120$ nên $P : 120$</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ
5 b (1,5đ)	<p>Vi 225 là số lẻ</p> <p>$\Rightarrow (2008 \cdot a + 3 \cdot b + 1) \cdot (2008^a + 2008 \cdot a + b)$ cũng là số lẻ</p> <p>$\Rightarrow (2008 \cdot a + 3 \cdot b + 1)$ và $(2008^a + 2008 \cdot a + b)$ là 2 số lẻ (1)</p> <p>Nếu $a \neq 0 \Rightarrow 2008^a$ là số chẵn; $2008a$ là số chẵn</p> <p>$\Rightarrow 2008^a + 2008a$ là số chẵn</p> <p>Để $(2008^a + 2008a + b)$ là số lẻ $\Rightarrow b$ là số lẻ $\Rightarrow (3b + 1)$ là số chẵn</p> <p>Do đó $(2008a + 3b + 1)$ là số chẵn (không thỏa mãn 1)</p> <p>Vậy $a = 0 \Rightarrow (3b + 1)(b + 1) = 225$</p> <p>Nếu $b = 0 \Rightarrow (3b + 1)(b + 1) = 1 \neq 225$ (không thỏa mãn đề bài) nên $b \neq 0$</p> <p>$\Rightarrow (3b + 1)(b + 1) = 3 \cdot 75 = 5 \cdot 45 = 9 \cdot 25$</p> <p>Vi $3b + 1$ không chia hết cho 3 và $3b + 1 > b + 1$</p> $\Rightarrow \begin{cases} 3b + 1 = 25 \\ b + 1 = 9 \end{cases} \Rightarrow b = 8$ <p>Vậy $a = 0; b = 8$</p>	0,5đ 0,5đ 0,5đ

Hướng dẫn chấm

- Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
- Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
- Đối với các bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm các nội dung liên quan.
- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho điểm đủ từng phần như hướng dẫn.
- Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn hội đồng chấm.
- Tổng điểm toàn bài là 20. Điểm thành phần và tổng điểm không làm tròn.