

Câu I (3 điểm).

1) Giải phương trình

$$8x^9 + x^3 = 3x^2 + 4x + 2.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x+y)(x+1)(y+1) = 8 \\ 7y^3 + 6xy(x+2y) = 25. \end{cases}$$

Câu II (3 điểm).

1) Tìm x, y nguyên không âm thỏa mãn

$$(x+y)(x^3+1) = x^4+3.$$

2) Với $0 < a \leq b \leq 2, b+2a \geq 2ab$, tìm giá trị lớn nhất của

$$M = a^4 + b^4.$$

Câu III (3 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O) . Các điểm E, F lần lượt thuộc các cạnh CA, AB sao cho nếu đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF cắt (O) tại G khác A thì G nằm trên cung \widehat{AB} không chứa C của (O) .

1) Chứng minh rằng hai tam giác GEC và GFB đồng dạng.

2) Gọi AD là đường kính của (O) . GD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác GEF tại K khác G . Chứng minh rằng $\frac{EF}{BC} = \frac{AK}{AD}$.

3) Giả sử trung trực của EF đi qua trung điểm của BC . Chứng minh rằng $\frac{GE}{GF} = \frac{KE}{KF}$.

Câu IV (1 điểm). Chúng ta thêm dấu "+" hoặc "-" vào dãy các số $1, 2, 3, \dots, 2005$ sao cho tổng đại số của dãy nhận được là không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của các tổng đại số nhận được.

.....Hết