

Câu 1: (4,5 điểm) Cho $P + \frac{2}{a+1} \cdot \left(\frac{a+1}{3a} - a - 1 \right) = \frac{2}{3a}$ và $Q = \frac{a^3 - 1}{a^3 + a^2 + a}$.

a) Biết $M = \frac{P}{Q}$. Tìm điều kiện của a để giá trị của biểu thức M được xác định;

b) Rút gọn biểu thức M;

c) Tìm giá trị nguyên của a để giá trị của biểu thức M cũng là số nguyên;

d) Tính giá trị của biểu thức M biết $\frac{8}{a^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72}$.

Câu 2: (3,5 điểm)

a) Tìm x để $A = 5B$ với $A = 2 + \frac{3x+3}{x^2-1}$ và $B = \frac{x-1}{x+1}$;

b) Giải phương trình $x^5 + 1929x^2(x-1)^2 + 3859x^3 = (x^2+1)(1936x+11580)$.

Câu 3: (3 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Tìm một số tự nhiên có 4 chữ số biết rằng nếu viết thêm chữ số 4 vào bên phải số đó ta được số P có 5 chữ số, nếu viết thêm chữ số 4 vào bên trái số đó ta được số Q có 5 chữ số và $Q - P = 22221$.

Câu 4: (7,5 điểm) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$ và $CD > AB$). Gọi trung điểm các đường chéo AC và BD lần lượt là Q và P. Gọi trung điểm của AB, BC, CD và DA lần lượt là R, N, S và M.

a) Chứng minh rằng RQSP là hình bình hành. Các cạnh bên AD và BC của hình thang ABCD phải có thêm điều kiện gì để RQSP là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông?

b) Chứng minh rằng $PQ \parallel AB$ và $PQ = \frac{CD - AB}{2}$;

c) Một đường thẳng d song song với MN cắt MD tại E và cắt NC tại G. Chứng minh rằng $AB \cdot CG + CD \cdot BG = BC \cdot EG$;

d) Biết $\frac{AE}{ED} = \frac{p}{q}$. Chứng minh rằng $EG = \frac{p \cdot CD + q \cdot AB}{p+q}$.

Câu 5: (1,5 điểm)

a) Chứng minh rằng $a^5b + 29ab^5$ chia hết cho 30 với mọi số nguyên a và b;

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$C = 28(a^2 + b^2) - 44ab - 12(a + b) + 2033.$$

Giá trị nhỏ nhất đó đạt được tại giá trị nào của a và b?

----- Hết -----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh : SBD : Phòng thi :