HÌNH HỌC LỚP 8

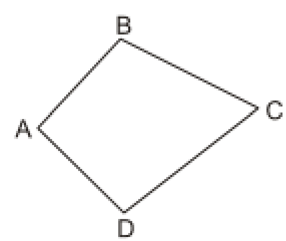
CHƯƠNG I - TỨ GIÁC

1. Tứ giác

Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

Tứ giác ABCD còn được gọi tên là tứ giác BCDA, BADC, ... Các điểm A, B, C, D gọi là các *đỉnh*. Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các *cạnh*.

Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.



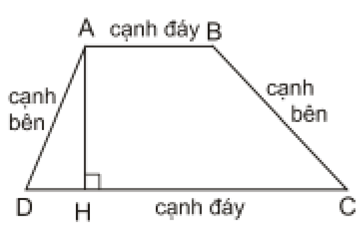
Chú ý. *Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.*

Định lí

Tổng các góc của một tứ giác bằng 360^o.

2. Hình thang

Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.



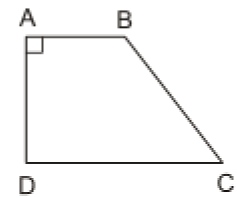
Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng CD, đoạn thẳng AH gọi là một *đường cao* của hình thang.

Nhận xét

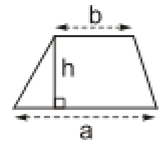
– Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau.

– Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.

Định nghĩa. *Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.*



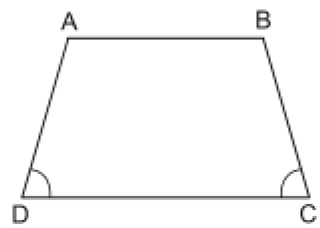
Diện tích hình thang bằng nửa tích của tổng hai đáy với chiều cao :



$$S = \frac{1}{2}(a+b).h.$$

- Hình thang cân

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.



Tứ giác ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) $\Leftrightarrow \begin{cases} AB // CD \\ \widehat{C} = \widehat{D} \text{ hoặc } \widehat{A} = \widehat{B} \end{cases}$

Chú ý. Nếu ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) thì $\widehat{C} = \widehat{D}$ và $\widehat{A} = \widehat{B}$.

Tính chất

Định lí 1

Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân (AB//CD)
KL	AD = BC

Định lí 2

Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân (AB//CD)
KL	AC = BD

Định lí 3

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Dấu hiệu nhận biết hình thang cân

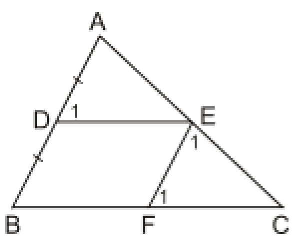
1. Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
2. Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

- Đường trung bình

Định lí 1

Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

GT	ΔABC, AD = DB, DE // BC
KL	AE = EC



Hình thang DEFB có hai cạnh bên song song (DB // EF) nên DB = EF. Theo giả thiết AD = DB. Do đó AD = EF.

ΔADE và ΔEFC có

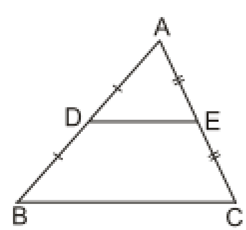
$\hat{A} = \hat{E}_1$ (đồng vị, EF // AB)

AD = EF (chứng minh trên)

$\hat{D}_1 = \hat{F}_1$ (cùng bằng $\hat{B}$).

Do đó $\Delta ADE = \Delta EFC$ (g.c.g), suy ra AE = EC. Vậy E là trung điểm của AC.

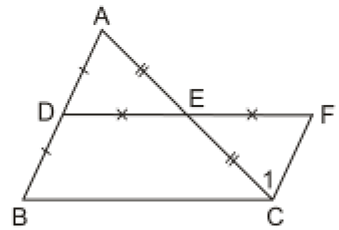
Định nghĩa. *Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.*



Định lí 2

Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

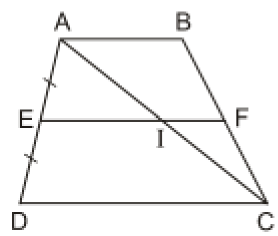
GT	ΔABC, $AD = DB$, $AE = EC$
KL	$DE \,//\, BC$, $DE = \dfrac{1}{2}BC$



Định lí 3

> ***Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.***

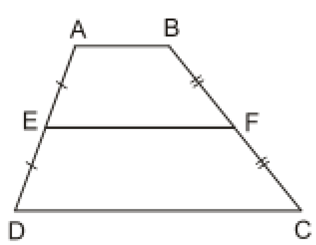
GT	ABCD là hình thang ($AB \,//\, CD$) $AE = ED$, $EF \,//\, AB$, $EF \,//\, CD$
KL	$BF = FC$



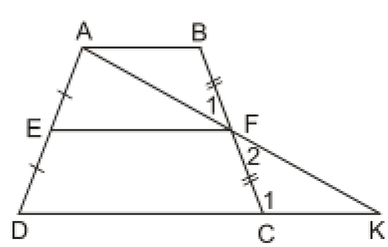
Định nghĩa. *Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.*

Định lí 4

> ***Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.***



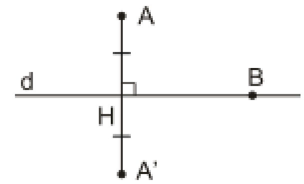
GT	Hình thang ABCD ($AB \,//\, CD$) $AE = ED$, $BF = FC$
KL	$EF \,//\, AB$, $EF \,//\, CD$, $EF = \dfrac{AB + CD}{2}$

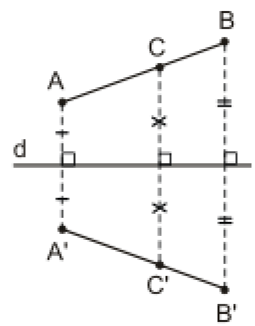


- Đối xứng trục

Định nghĩa

Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đó.





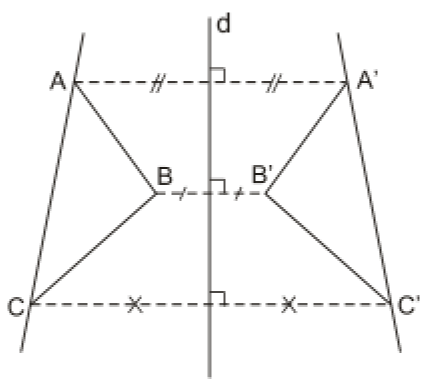
Tổng quát, ta định nghĩa : *Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng với một điểm thuộc hình kia qua đường thẳng d và ngược lại.*

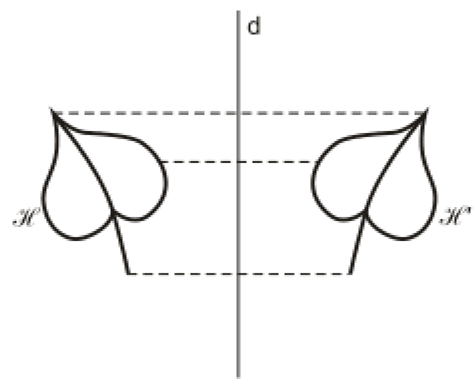
– Hai đoạn thẳng AB và A'B' đối xứng với nhau qua trục d ;

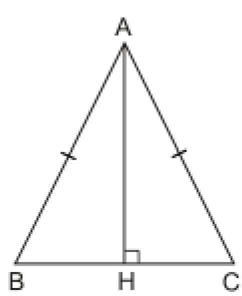
– Hai đường thẳng AC và A'C' đối xứng với nhau qua trục d ;

– Hai góc ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua trục d ;

– Hai tam giác ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua trục d.



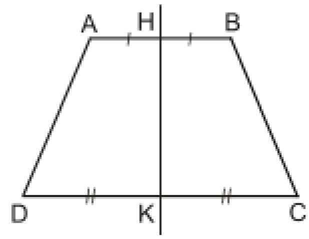




Tổng quát, ta định nghĩa : *Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình $\mathcal{H}$ nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình $\mathcal{H}$ qua đường thẳng d cũng thuộc hình $\mathcal{H}$.*

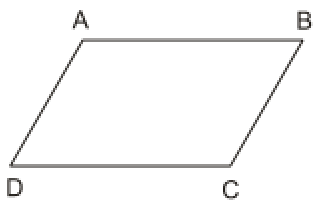
Người ta chứng minh được định lí sau :

Đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân là trục đối xứng của hình thang cân đó.



3. Hình bình hành

Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

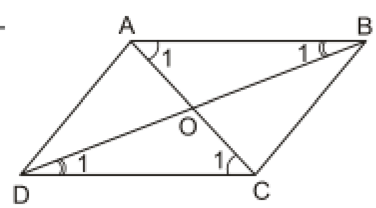


Tứ giác ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \begin{cases} AB // CD \\ AD // BC \end{cases}$

Định lí

Trong hình bình hành :
a) Các cạnh đối bằng nhau.
b) Các góc đối bằng nhau.
c) Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

GT	ABCD là hình bình hành AC cắt BD tại O
KL	a) AB = CD, AD = BC b) $\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$ c) OA = OC, OB = OD



Dấu hiệu nhận biết

1. Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.

2. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

3. Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.

4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.

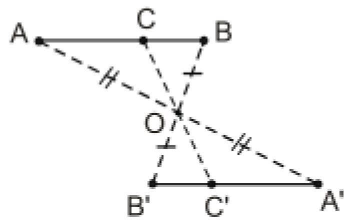
5. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

- Đối xứng tâm

Định nghĩa

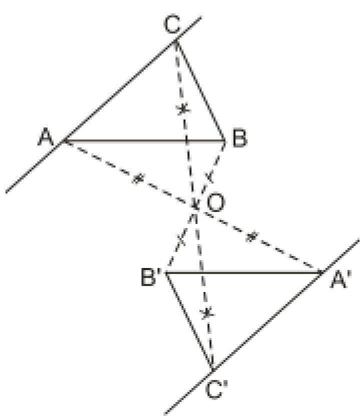
Hai điểm gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm đó.

Quy ước. *Điểm đối xứng với điểm O qua điểm O cũng là điểm O.*



Tổng quát, ta định nghĩa : *Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng với một điểm thuộc hình kia qua điểm O và ngược lại.*

Điểm O gọi là *tâm đối xứng* của hai hình đó.



– Hai đoạn thẳng AB và A'B' đối xứng với nhau qua tâm O.

– Hai đường thẳng AC và A'C' đối xứng với nhau qua tâm O.

– Hai góc ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua tâm O.

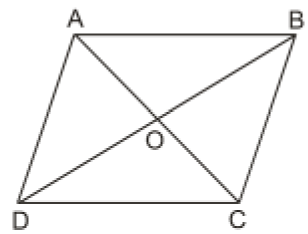
– Hai tam giác ABC và A'B'C' đối xứng với nhau qua tâm O.

Người ta cũng chứng minh được rằng : *Nếu hai đoạn thẳng (góc, tam giác) đối xứng với nhau qua một điểm thì chúng bằng nhau.*

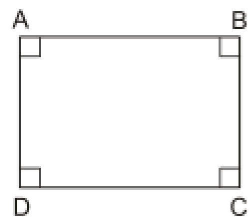
Tổng quát, ta định nghĩa : *Điểm O gọi là tâm đối xứng của hình $\mathcal{H}$ nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình $\mathcal{H}$ qua điểm O cũng thuộc hình $\mathcal{H}$.* Trong trường hợp này, ta còn nói rằng *hình $\mathcal{H}$ có tâm đối xứng O.*

Định lí

Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành là tâm đối xứng của hình bình hành đó.



4. Hình chữ nhật



Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

• Từ định nghĩa hình chữ nhật, ta suy ra : Hình chữ nhật cũng là một hình bình hành, cũng là một hình thang cân.

Tính chất

Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành, của hình thang cân.

Từ tính chất của hình thang cân và hình bình hành, ta có :

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Dấu hiệu nhận biết

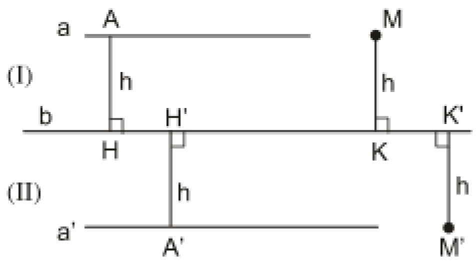
1. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
2. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.
3. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
4. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

• Ta có các định lí áp dụng vào tam giác :

1. Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.
2. Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

- Đường thẳng song song với đường thẳng cho trước

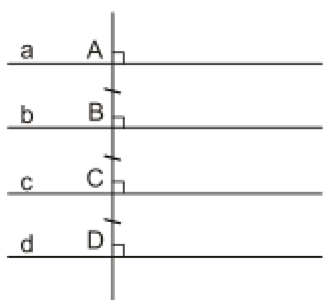
Định nghĩa. *Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tuỳ ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

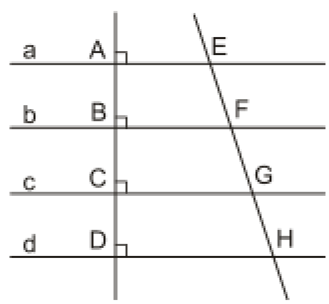


Tính chất. *Các điểm cách đường thẳng b một khoảng bằng h nằm trên hai đường thẳng song song với b và cách b một khoảng bằng h.*

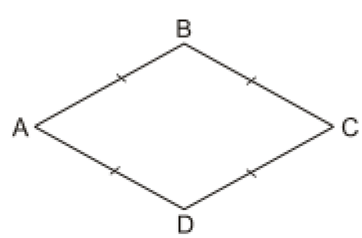
– Nếu các đường thẳng song song cách đều cắt một đường thẳng thì chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau.

– Nếu các đường thẳng song song cắt một đường thẳng và chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau thì chúng song song cách đều.





5. Hình thoi



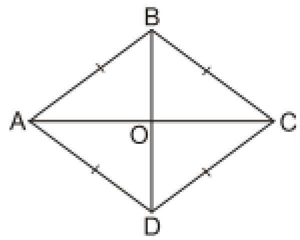
Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Tứ giác ABCD là hình thoi ⇔ AB = BC = CD = DA.

Từ định nghĩa hình thoi, ta suy ra : Hình thoi cũng là một hình bình hành.

Tính chất

Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành.



Trong hình thoi :
a) Hai đường chéo vuông góc với nhau.
b) Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.

GT	ABCD là hình thoi
KL	$AC \perp BD$ AC là đường phân giác của góc A, BD là đường phân giác của góc B CA là đường phân giác của góc C, DB là đường phân giác của góc D

ΔABC có AB = BC (định nghĩa hình thoi) nên là tam giác cân.

BO là đường trung tuyến của tam giác cân đó (vì AO = OC theo tính chất đường chéo hình bình hành).

ΔABC cân tại B có BO là đường trung tuyến nên BO cũng là đường cao và đường phân giác.

Vậy $BD \perp AC$ và BD là đường phân giác của góc B.

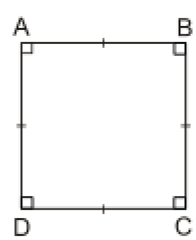
Chứng minh tương tự, CA là đường phân giác của góc C, DB là đường phân giác của góc D, AC là đường phân giác của góc A.

Dấu hiệu nhận biết

1. Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.
2. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
3. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
4. Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

6. Hình vuông

Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.



Tứ giác ABCD là hình vuông $\Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^o \\ AB = BC = CD = DA \end{cases}$

Từ định nghĩa hình vuông, ta suy ra :

– *Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau.*

– *Hình vuông là hình thoi có bốn góc vuông.*

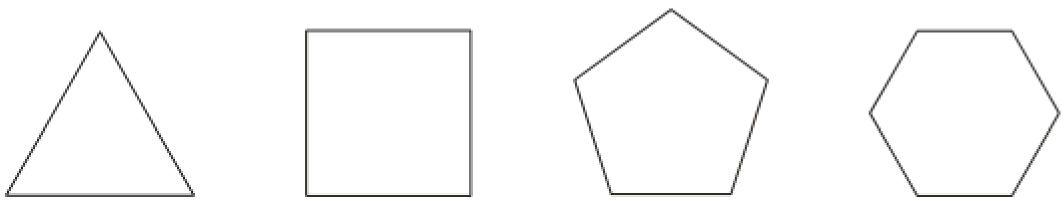
Như vậy hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.

Dấu hiệu nhận biết

> ***1. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.***
> ***2. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.***
> ***3. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.***
> ***4. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.***
> ***5. Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.***

Nhận xét. *Một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi thì tứ giác đó là hình vuông.*

- Đa giác đều



a) Tam giác đều b) Hình vuông c) Ngũ giác đều d) Lục giác đều

Hình vuông còn gọi là tứ giác đều.

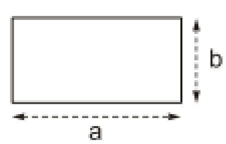
> ***Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.***

7. Một số công thức tính diện tích đa giác

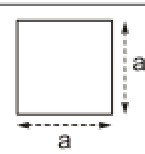
Công thức tính diện tích hình chữ nhật

Ta thừa nhận định lí sau :

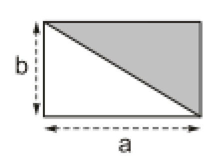
> ***Diện tích hình chữ nhật bằng tích hai kích thước của nó :***
>
> $$S = a\,.\,b.$$



> ***Diện tích hình vuông bằng bình phương cạnh của nó :***
>
> $$S = a^2.$$



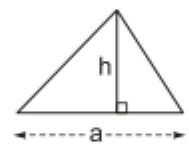
> ***Diện tích tam giác vuông bằng nửa tích hai cạnh góc vuông :***
>
> $$S = \frac{1}{2}a.b.$$



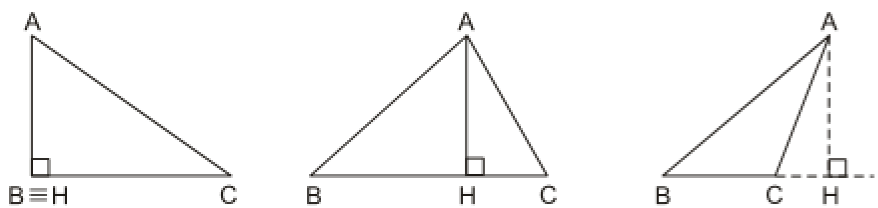
Định lí

Diện tích tam giác bằng nửa tích của một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó :

$$S = \frac{1}{2}a\,.\,h.$$

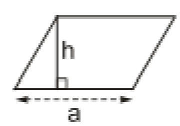


GT	ΔABC có diện tích là S $AH \perp BC$
KL	$S = \frac{1}{2}BC.AH$



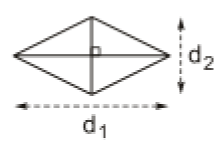
Diện tích hình bình hành bằng tích của một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó :

$$S = a.h.$$



Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo :

$$S = \frac{1}{2}d_1.d_2.$$



CHƯƠNG II
TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

1. Đoạn thẳng tỉ lệ

a) Định nghĩa :

$$AB, CD \text{ tỉ lệ với } A'B', C'D' \Leftrightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}.$$

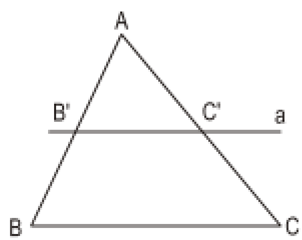
b) Tính chất :

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \begin{cases} AB\,.\,C'D' = CD\,.\,A'B' \\ \dfrac{AB \pm CD}{CD} = \dfrac{A'B' \pm C'D'}{C'D'} \\ \dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A'B'}{C'D'} = \dfrac{AB \pm A'B'}{CD \pm C'D'} \end{cases}$$

2. Định lí Ta-lét thuận và đảo

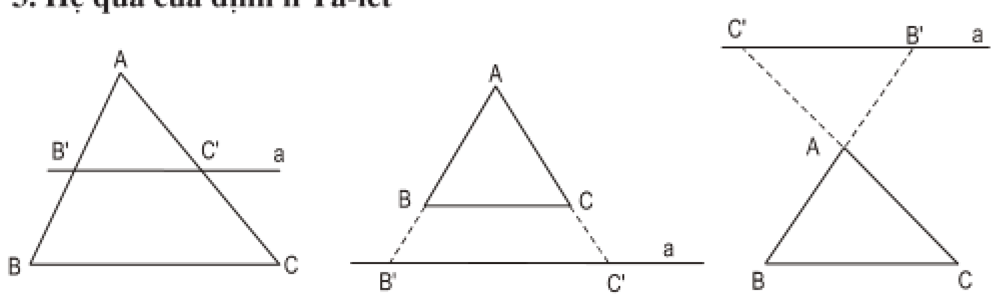
Cho tam giác ABC (h.61).

$$a // BC \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} \\ \dfrac{AB'}{BB'} = \dfrac{AC'}{CC'} \\ \dfrac{BB'}{AB} = \dfrac{CC'}{AC}. \end{array}\right.$$



Hình 61

3. Hệ quả của định lí Ta-lét



Hình 62

Cho tam giác ABC.

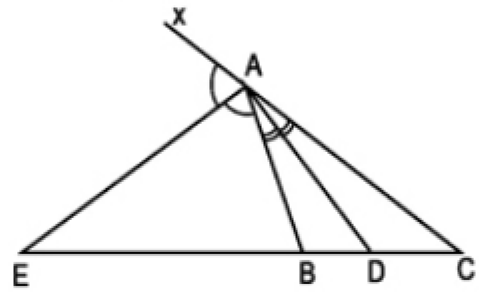
$$a // BC \quad \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}.$$

4. Tính chất của đường phân giác trong tam giác

AD là tia phân giác của góc BAC,

AE là tia phân giác của góc BAx (h.63).

Ta có : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{DB}{DC} = \dfrac{EB}{EC}$.



Hình 63

5. Tam giác đồng dạng

a) Định nghĩa :

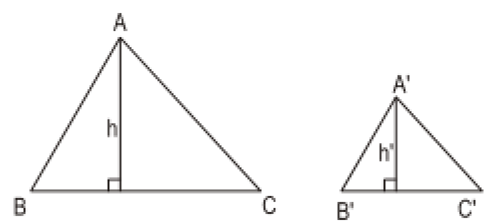
$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A}' = \widehat{A}\ ;\ \widehat{B}' = \widehat{B}\ ;\ \widehat{C}' = \widehat{C} \\ \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA} = k. \end{cases}$

(Tỉ số đồng dạng k)

b) Tính chất :

$$\frac{h'}{h} = k$$

(h', h tương ứng là đường cao của tam giác A'B'C' và tam giác ABC) ;



Hình 64

$$\frac{p'}{p} = k\ ;\ \frac{S'}{S} = k^2$$

(p', p tương ứng là nửa chu vi của tam giác A'B'C' và tam giác ABC ; S', S tương ứng là diện tích của tam giác A'B'C' và tam giác ABC).

6. Liên hệ giữa các trường hợp đồng dạng và các trường hợp bằng nhau của hai tam giác ABC và A'B'C'

Các trường hợp đồng dạng :

a) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA}$ (c.c.c).

b) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC}$ và $\widehat{B}' = \widehat{B}$ (c.g.c).

c) $\widehat{A}' = \widehat{A}$ và $\widehat{B}' = \widehat{B}$ (g.g).

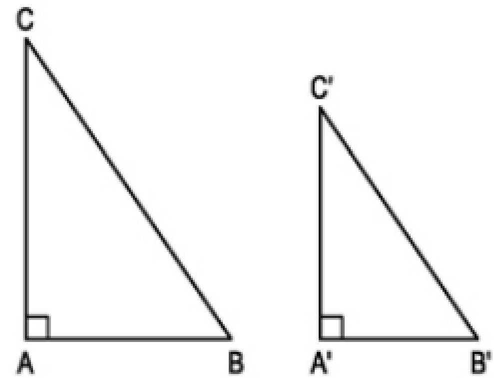
Các trường hợp bằng nhau :

a) A'B' = AB ; B'C' = BC và A'C' = AC (c.c.c).

b) A'B' = AB ; B'C' = BC và $\widehat{B}' = \widehat{B}$ (c.g.c).

c) $\widehat{A}' = \widehat{A}\ ;\ \widehat{B}' = \widehat{B}$ và A'B' = AB (g.c.g).

7. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông ABC và A'B'C' ($\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^o$)

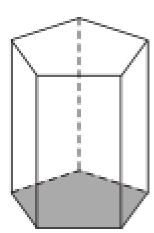


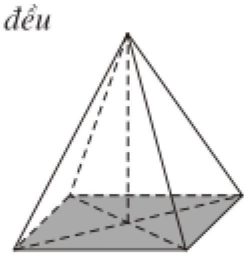
a) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC}$.

b) $\widehat{B}' = \widehat{B}$ hoặc $\widehat{C}' = \widehat{C}$.

c) $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC}$.

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG, HÌNH HỘP, HÌNH CHÓP ĐỀU

Hình	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích
 *Hình 141a* – *Lăng trụ đứng :* Hình có các mặt bên là những hình chữ nhật, đáy là một đa giác. – *Lăng trụ đều :* Lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.	$S_{xq} = 2p.h$ p : nửa chu vi đáy h : chiều cao	$S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ$	$V = S.h$ S : diện tích đáy h : chiều cao

Hình	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích
– *Hình hộp chữ nhật* : Hình có sáu mặt là những hình chữ nhật.	$S_{xq} = 2(a+b)c$ a, b : hai cạnh đáy c : chiều cao	$S_{tp} = 2(ab + ac + bc)$	$V = abc$
– *Hình lập phương* : Hình hộp chữ nhật có ba kích thước bằng nhau (các mặt đều là hình vuông).	$S_{xq} = 4a^2$ a: cạnh hình lập phương	$S_{tp} = 6a^2$	$V = a^3$
Chóp đều  *Hình 141 b* Hình chóp đều là hình chóp có mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.	$S_{xq} = p.d$ p : nửa chu vi đáy d : chiều cao của mặt bên (trung đoạn)	$S_{tp} = S_{xq} + S_đ$	$V = \frac{1}{3}S.h$ S : diện tích đáy h : chiều cao