

Câu I: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x-3}} + \frac{2x-\sqrt{x}-3}{9-x}$ (Với $x > 0, x \neq 9$)

- Tính giá trị biểu thức A khi $x=25$
- Rút gọn biểu thức B
- Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A + \frac{1}{B}$

Câu II (2,0 điểm)

1(1,5đ): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Để hoàn thành một công việc theo dự định, cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định. Nếu bớt đi 2 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày mới có thể hoàn thành công việc. nếu tăng thêm 5 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 4 ngày. Hỏi theo dự định, cần bao nhiêu công nhân và làm bao nhiêu ngày

2(0,5đ). Tính chiều cao của cột cờ sân trường (đoạn AH), biết tia nắng AB tạo với bóng cột cờ BH góc 60° và đoạn BH dài 5m

Câu III: (2,5 điểm)

1(1đ): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{\sqrt{y-1}} = 5 \\ \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

2(1,5đ) : Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 3$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 dương thỏa mãn: $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 2$

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE tới đường tròn đó (B, C là hai tiếp điểm; D nằm giữa A và E). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

- Chứng minh rằng ABOC là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng: AH. AO = AD. AE
- Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt AB, AC theo thứ tự tại I và K. Qua điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB tại P và cắt AC tại Q.

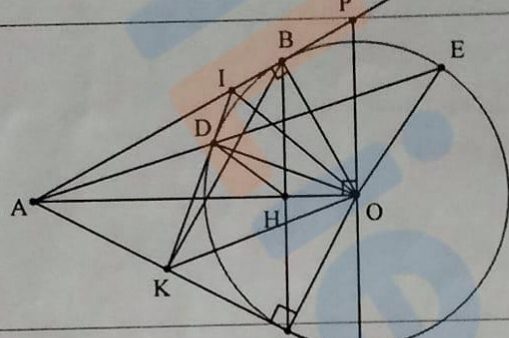
Chứng minh rằng: $IP + KQ \geq PQ$

Câu V(0,5). Cho x, y dương thỏa mãn $x + y = \sqrt{10}$. Tìm GTNN $A = (x^4 + 1)(y^4 + 1)$.

----- Hết -----

Câu	Đáp án	Điểm
Câu I.	Thay $x=25$ (TMĐKXĐ) vào biểu thức A Tính được: $A=32/5$	0,25
1, (0,5đ)		0,25
2. (1đ)	$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25đ
	$= \frac{x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2x+5\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25đ
	$= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25đ
		0,5đ
2. (0,5đ)	$P = A + \frac{1}{B} = \frac{x+7}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{4}{\sqrt{x}}} + 1 = 5$	0,25đ
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=0$ Kết luận: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng 5 khi $x=4$	0,25đ
Câu II.		
Ý 1(1,5đ)		
(0,5đ)	Gọi số công dự định làm để hoàn thành công việc là x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$)	0,25đ
	Gọi số ngày dự định hoàn thành công việc là y (ngày, $y > 0$)	0,25đ
(0,5đ)	Khối lượng công việc là: xy (Cv)	0,25đ
	Nếu bớt đi 3 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày để hoàn thành công việc nên ta có phương trình: $(x-2)(y+3)=xy \quad (1)$	0,25đ
(0,5đ)	Nếu tăng 5 công nhân thì hoàn thành công việc sớm 4 ngày nên ta có phương trình $(x+5)(y-4)=xy \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ PT $\begin{cases} (x-2)(y+3)=xy \\ (x+5)(y-4)=xy \end{cases}$	
	giải ra ta được $\begin{cases} x=10 \\ y=12 \end{cases}$	0,25đ

Câu	Đáp án	Điểm
	Kết luận : vậy để hoàn thành công việc dự định cần 10 công nhân làm trong 12 ngày	
<u>Ý 2(0,5)</u>	Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ta có $AH = BH \cdot \tan B$ $\Rightarrow AH = 5 \tan 60^\circ = 5\sqrt{3}$	0,5
<u>Câu III</u>		
<u>Ý 1 (1đ)</u>	$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{\sqrt{y-1}} = 5 \\ \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$ Đk: $x > -1$ và $y > 1$	
	Đặt $\frac{1}{\sqrt{x+1}} = a; \frac{1}{\sqrt{y-1}} = b$ Khi đó hệ trở thành:	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 3a - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 1 \\ \sqrt{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (TM)} \\ y = 2 \text{ (TM)} \end{cases}$	0,75đ
	Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (0; 2)$	
<u>2. ý (a): 0,5</u>	Thay $m=3$ vào pt ta được : $x^2 - 4x + 1 = 0$; giải pt được $x_1 = 2 + \sqrt{3}; x_2 = 2 - \sqrt{3}$	0,5đ
	Xét PT: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (*) $a = 1$; $b = -2(m-1)$; $c = 2m - 5$ $\Delta = [-2(m-1)]^2 - 4(2m-5)$ $= 4(m^2 - 2m + 1) - 8m + 20$ $= 4m^2 - 16m + 24 = (2m-4)^2 + 8 > 0$	0,25đ
	Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m Theo hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = 2m-5 \end{cases}$	
<u>2. Ý (b): 1đ</u>	Phương trình (*) có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ 2m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow m > \frac{5}{2}$	0,25đ
	Đề	0,25đ
		0,25đ

Câu	Đáp án	Điểm
	$ \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2 \Leftrightarrow (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 4$ <p>Khi đó</p> $\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$ $\Leftrightarrow 2(m-1) - 2\sqrt{2m-5} = 4$ $\Leftrightarrow \sqrt{2m-5} = m-3 (**)$ <p>Điều kiện: $m \geq 3$</p> $\Rightarrow 2m-5 = m^2 - 6m + 9$ $(**) \Leftrightarrow m^2 - 8m + 14 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} m_1 = 4 - \sqrt{2} \\ m_2 = 4 + \sqrt{2} \end{cases}$ <p>So với điều kiện ta chọn $m = 4 + \sqrt{2}$</p> <p>Vậy $m = 4 + \sqrt{2}$ thì đường thẳng cắt (P) tại hai điểm phân biệt thỏa mãn điều kiện đã cho.</p>	0,25đ
Câu 4:		<u>0,25</u>
a. (1,0đ)	<p>+ Có $\widehat{ABO} = 90^\circ$ (Vì AB là tia tiếp tuyến)</p> <p>$\widehat{ACO} = 90^\circ$ (Vì AC là tia tiếp tuyến)</p>	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$ <p>Mà hai góc này ở vị trí đối nhau</p>	0,25đ
	\Rightarrow Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn	0,25đ
	CM. $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ (g.g) $\Rightarrow AD \cdot AE = AB^2$	0,5đ
b. (1,0đ)	CM. $AH \cdot AO = AB^2$	0,5
c. (0,5đ)	$\Rightarrow AH \cdot AO = AD \cdot AE$ <p>Áp dụng BĐT Côsi: $IP + KQ \geq 2\sqrt{IP \cdot KQ}$</p> <p>Ta có: $\triangle APQ$ cân tại A $\Rightarrow OP = OQ \Rightarrow PQ = 2OP$</p> <p>Đề C/m $IP + KQ \geq PQ$, Ta C/m: $IP \cdot KQ = OP^2$</p> <p>Thật vậy: $\triangle BOP = \triangle COQ$ (c.h-g.n) $\Rightarrow \widehat{BOP} = \widehat{COQ}$</p> <p>Theo T/c 2 tiếp tuyến cắt nhau: $\widehat{BOI} = \widehat{DOI}$, $\widehat{DOK} = \widehat{COK}$</p> $\Rightarrow \widehat{BOP} + \widehat{BOI} + \widehat{DOK} = \widehat{COQ} + \widehat{DOI} + \widehat{COK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{POI} + \widehat{DOK} = 90^\circ$	0,5đ

Câu	Đáp án	Điểm
	<p>Mà $\widehat{QKO} + \widehat{COK} = 90^\circ$</p> <p>Suy ra: $\widehat{POI} = \widehat{QKO}$ Do đó: $\Delta POI \sim \Delta QKO$ (g.g)</p> <p>$\Rightarrow IP.KQ = OP.OQ = OP^2$</p>	
Câu V(0,5đ)	<p>$A = (x^4 + 1)(y^4 + 1) = x^4y^4 + x^4 + y^4 + 1$</p> <p>$= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + x^4y^4 + 1$</p> <p>$= [(x + y)^2 - 2xy]^2 - 2x^2y^2 + x^4y^4 + 1$</p> <p>$= (10 - 2xy)^2 - 2x^2y^2 + x^4y^4 + 1 = x^4y^4 - 2x^2y^2 + 1 + 100 - 20xy + 4x^2y^2$</p> <p>$= x^4y^4 + 2x^2y^2 - 40xy + 101 = (x^2y^2 - 4)^2 + 10(xy - 2)^2 + 45 \geq 45$</p> <p>Vậy GTNN của $A = 45$ khi $\begin{cases} xy = 2 \\ x + y = \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10 + \sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{10 - \sqrt{2}}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{10 - \sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{10 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$</p>	

Ghi chú: - Mọi cách làm khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.
 - Bài 4 không cho điểm nếu hình vẽ sai.