

PHÒNG GD-ĐT QUẬN THANH XUÂN

TRƯỜNG THCS THANH XUÂN TRUNG

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 2021

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1: (2 điểm)

Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$

a) Tính giá trị biểu thức B khi $x^2 = 4$

b) Rút gọn biểu thức $P = B + A$

c) So sánh \sqrt{P} với 2.

Bài 2: (2 điểm) Năm học 2020 - 2021, một trường THCS có 3 lớp 9 gồm 9A, 9B, 9C trong đó lớp 9A có 35 học sinh và lớp 9B có 40 học sinh. Tổng kết cuối năm học, lớp 9A có 15 học sinh giỏi, lớp 9B có 12 học sinh giỏi, lớp 9C có 20% học sinh đạt học sinh giỏi và toàn khối 9 có 30% học sinh đạt học sinh giỏi. Hỏi lớp 9C có bao nhiêu học sinh.

Bài 3: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2|x-1| - \frac{1}{y^2+2} = 4 \\ |x-1| + \frac{3}{y^2+2} = \frac{15}{4} \end{cases}$$

2. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$

a) Giải phương trình với $m = 4$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1(3-x_2) + 20 \geq 3(3-x_2)$$

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho $(O;R)$ đường kính AB . Từ điểm C bất kỳ trên (O) vẽ $CH \perp AB$ ($H \in AB$). Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên CA, CB .

a) Chứng minh: Tứ giác $CMHN$ là hình chữ nhật.

Giả sử $R = 3\text{cm}$, $AH = 1,5\text{cm}$. Tính MN .

b) Chứng minh: Tứ giác $AMNB$ nội tiếp.

c) MN cắt AB tại E . CE cắt (O) tại Q . Chứng minh $CQ \perp QH$

d) Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AMNB. Gọi F đối xứng với C qua O. Chứng minh H, P, F thẳng hàng

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{b+ca}}$

Hết

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN NĂM 2021

Bài 1: (2 điểm)

a) ĐKXD: $x \geq 0$, ta có: $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$

Ta có:

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \frac{2}{\sqrt{2} + 1}$$

b) Rút gọn biểu thức $P = B + A$

ĐKXD: $x \geq 0$; $x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2) - (2 + 5\sqrt{x}) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{x + 3\sqrt{x} + 2 - 2 - 5\sqrt{x} + 2x - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{3x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$$

c) Dễ thấy $P \geq 0$ với mọi x thỏa đkxd.

Ta có:

$$P - 4 = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - 4$$

$$= \frac{3\sqrt{x} - 4(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + 2}$$

$$= \frac{-8 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} < 0 \text{ với mọi } x \text{ thỏa đkxd}$$

Hay $P - 4 < 0 \Leftrightarrow P < 4 \Leftrightarrow \sqrt{P} < 2$ (vì $P \geq 0$).

KL...

Bài 2: (2 điểm)

Gọi số học sinh lớp 9C có là A ($A \in \mathbb{N}$)

Số học sinh giỏi lớp 9C là: $20\% A = 0,2A$ (học sinh)

Số học sinh giỏi toàn khối là: $30\%(35 + 40 + A) = 15 + 12 + 0,2A$

$$\Leftrightarrow 0,3(75 + A) = 27 + 0,2A$$

$$\Leftrightarrow 0,1A = 4,5 \Leftrightarrow A = 45 \text{ (học sinh)}$$

KL...

Bài 3: (2 điểm)

1.

$$\begin{cases} 2|x - 1| - \frac{1}{y^2 + 2} = 4 \\ |x - 1| + \frac{3}{y^2 + 2} = \frac{15}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x - 1| = \frac{9}{4} \\ \frac{1}{y^2 + 2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{13}{4} \\ x = \frac{-5}{4} \end{array} \right. \\ y = 0 \end{cases}$$

KL...

2. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$

a) Với $m = 4$ ta có:

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

KL...

b) Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow

$$\Delta = (m-1)^2 + 4m = (m+1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -1.$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$$

Ta có:

$$x_1(3-x_2) + 20 \geq 3(3-x_2)$$

$$\Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) - x_1 x_2 + 11 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3(m-1) + m + 11 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m + 8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq -2$$

Vì C thuộc đường tròn đường kính AB $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ = \angle MCN$

Lại có M, N là hình chiếu của H trên CA, CB $\Rightarrow \angle CMH = \angle CNH = 90^\circ = \angle MCN \Rightarrow$ Tứ giác CMHN là hình chữ nhật (đpcm).

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACB ta có:

$$CH^2 = AH \cdot HB = AH \cdot (AB - AH) = AH \cdot (2R - AH)$$

$$= 1,5 (2,3 - 1,5) = 6,75$$

$$\Rightarrow CH = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{Vì CMHN là hình chữ nhật} \Rightarrow MN = CH = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}.$$

b)

Ta có $\angle MAB = \angle CAH = \angle CHM = \angle CNM$ (CMHN là hình chữ nhật) $= 180^\circ - \angle MNB$

$\Rightarrow \angle MAB + \angle MNB = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác AMNB nội tiếp (đpcm).

c)

Xét $\triangle EMA$ và $\triangle EBN$ ta có:

$$\angle EMA = 180 - \angle AMN = \angle EBN \text{ (do tứ giác AMNB nội tiếp - cmt)}$$

Góc $\angle BEN$ chung

$$\text{Suy ra } \triangle EMA \sim \triangle EBN \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{EM}{EB} = \frac{EA}{EN} \Rightarrow EM \cdot EN = EA \cdot EB \text{ (1)}$$

$$\text{Tương tự ta có tứ giác AQCB nội tiếp} \Rightarrow \triangle EQA \sim \triangle EBC \text{ (g.g)} \Rightarrow EQ \cdot EC = EA \cdot EB \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow EQ \cdot EC = EM \cdot EN \Rightarrow \frac{EQ}{EM} = \frac{EN}{EC}$$

Xét $\triangle EQM$ và $\triangle ENC$ ta có:

$$\frac{EQ}{EM} = \frac{EN}{EC} \text{ (cmt)}$$

Góc $\angle CEN$ chung

Suy ra $\triangle EQM \sim \triangle ENC$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle EQM = \angle ENC \Rightarrow$ Tứ giác QMNC nội tiếp

hay 5 điểm C, Q, M, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính CH $\Rightarrow \angle CQH = \angle CMH = 90^\circ$

Hay $CQ \perp QH$ (đpcm).

d)

Gọi MN cắt CH tại D, CF cắt MN tại G.

Ta thấy $\angle CQF = 90^\circ = \angle CQH$ (cmt) \Rightarrow Q, H, F thẳng hàng

Gọi P' là trung điểm HF. Để thấy theo tính chất đường trung bình trong $\triangle HCF$ ta có:

$P'O \parallel CH$

Và $P'D \parallel CF$.

mà $CH \perp AB \Rightarrow P'O \perp AB$, mà O là trung điểm $AB \Rightarrow P'O$ là trung trực của $AB \Rightarrow P'A = P'B$ (3)

Lại có $\angle GCN + \angle GNC = \angle OCB + \angle MNC = \angle OBC + \angle MAB = \angle ABC + \angle CAB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle CGN = 90^\circ \Rightarrow CF \perp MN$

$\Rightarrow P'D \perp MN$, lại có D là trung điểm $MN \Rightarrow P'D$ là trung trực của $MN \Rightarrow P'M = P'N$ (4)

Từ (3) và (4) kết hợp với tứ giác $AMNB$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow P'$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $AMNB$

Hay $P' \equiv P$ hay ba điểm H, P, F thẳng hàng (đpcm).

Bài 5: (0,5 điểm)

Áp dụng BDT AM-GM ta có:

$$\begin{aligned} \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} &= \frac{ab}{\sqrt{c(a+b+c)+ab}} \\ &= \frac{ab}{\sqrt{(c+a)(c+b)}} \leq \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right) \end{aligned}$$

Chúng minh tương tự ta có:

$$\frac{bc}{\sqrt{a+bc}} \leq \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$$

$$\text{và } \frac{ca}{\sqrt{b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$$

Cộng vế theo vế 3 BDT trên ta có:

$$A \leq \frac{1}{2} \left[\frac{b}{a+c}(a+c) + \frac{c}{a+b}(a+b) + \frac{a}{b+c}(b+c) \right]$$

$$\Leftrightarrow A \leq \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } \mathit{Max}_A = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}.$$