BÀI 1: SỐ PHỨC

Câu hỏi ứng dụng

Câu hỏi 1 trang 130:

Tìm phần thực và phần ảo của các số phức sau: -3 + 5i, 4 - i√2, 0 + πi, 1 + 0i.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Số phức Phần thực Phần ảo		
-3 + 5i	-3	5
4 - i√2	4	-√2
0 + πi	0	π
1 + 0i	1	0

Câu hỏi 2 trang 131:

Viết số phức z có phần thực bằng 1/2, phần ảo bằng - √3/2.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Số phức đó là z = 1/2 - √3/2 i.

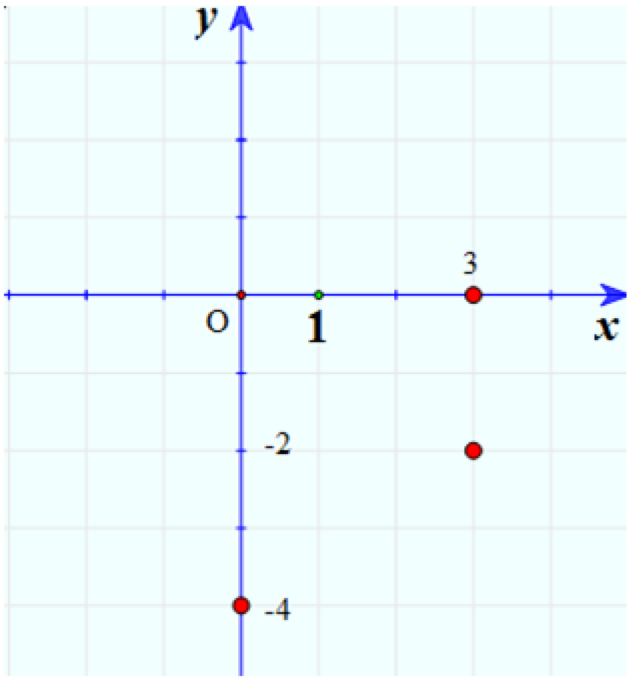
Câu hỏi 3 trang 132:

a) Biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ các số phức sau: 3 – 2i, -4i, 3.

b) Các điểm biểu diễn số thực, số thuần ảo nằm ở đâu trên mặt phẳng tọa độ ?

Hướng dẫn giải chi tiết:

a)



b) Các điểm biểu diễn số thực nằm trên Ox, các điểm biểu diễn số ảo nằm trên Oy.

Câu hỏi 4 trang 132:

Số phức nào có môđun bằng 0 ?

Hướng dẫn giải chi tiết:

Số phức là môđun bằng 0 là z = 0 + 0i.

Câu hỏi 5 trang 132:

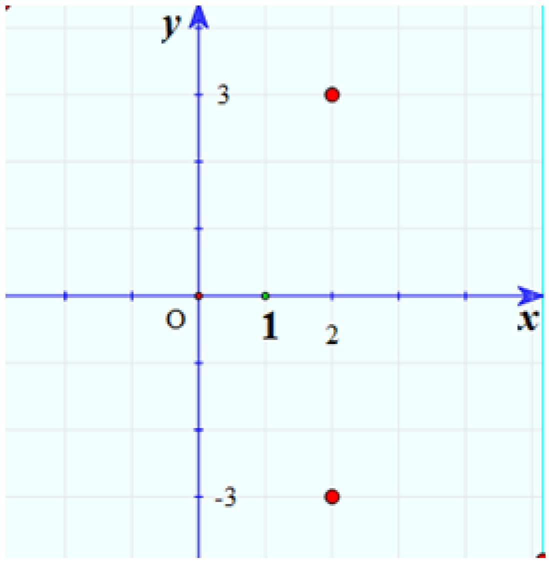
Biểu diễn các cặp số phức sau trên mặt phẳng tọa độ và nêu nhận xét:

a) 2 + 3i và 2 – 3i;

b) -2 + 3i và -2 – 3i.

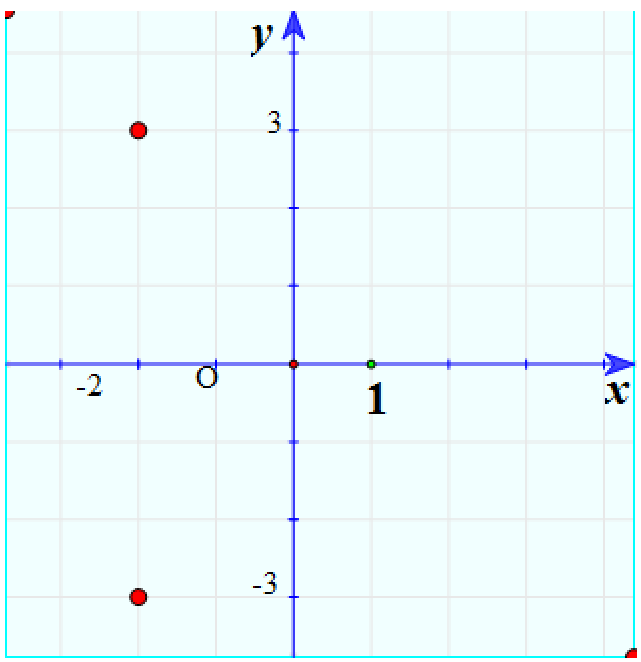
Hướng dẫn giải chi tiết:

a)



Hai điểm đối xứng nhau qua Ox.

b)



Hai điểm đối xứng nhau qua Oy.

Câu hỏi 6 trang 133:

Cho z = 3 – 2i.

a) Hãy tính z- và $\overline{\overline{z}}$. Nêu nhận xét.

b) Tính |z| và |z-|. Nêu nhận xét.

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) $\overline{z} = 3 + 2i, \overline{\overline{z}} = 3 - 2i$. Vậy $\overline{\overline{z}} = \overline{z}$.

b) $|z| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13},$

$|\overline{z}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$. Vậy $|\overline{z}| = |z|$.

Bài tập ứng dụng

Bài 1 (trang 133 SGK Giải tích 12):

Tính phần thực phần ảo của số phức x, biết:

a) z = 1 - πi

b) z = √2 - i

c) z = 2 √2

d) z = -7i

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Phần thực: 1, phần ảo: -π

b) Phần thực: √2, phần ảo: -1

c) Phần thực: 2 √2, phần ảo: 0

d) Phần thực: 0, phần ảo: -7

Kiến thức áp dụng

+ Mỗi biểu thức có dạng **z = a + bi** được gọi là một số phức, trong đó:

a là phần thực

b là phần ảo.

+ Nếu b = 0 thì z là số thực.

Nếu a = 0 thì z được gọi là số ảo.

Bài 2 (trang 133 SGK Giải tích 12):

Tìm các số thực x và y, biết:

a) (3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i

b) (1 - 2x) - i√3 = √5 + (1 - 3y)i

c) (2x + y) + (2y - x)i = (x - 2y + 3) + (y + 2x + 1)i

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) (3x – 2) + (2y – 1).i = (x + 1) – (y – 5).i

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2=x+1 \\ 2y+1=-(y-5) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x=3 \\ 3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

b) (1 - 2x) - i√3 = √5 + (1 - 3y)i

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x=\sqrt{5} \\ -\sqrt{3}=1-3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x=\sqrt{5}-1 \\ 3y=1+\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{3} \end{cases}$$

c) (2x + y) + (2y - x)i = (x - 2y + 3) + (y + 2x + 1)i

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = x - 2y + 3 \\ 2y - x = y + 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Kiến thức áp dụng

+ Hai số phức z = a + bi và z' = a' + b'i bằng nhau :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

Bài 3 (trang 133 SGK Giải tích 12):

Trên mặt phẳng tọa độ tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện:

a) Phần thực của z bằng -2

b) Phần ảo của z bằng 3

c) Phần thực của z thuộc khoảng (-1;2)

d) Phần ảo của z thuộc đoạn [1;3]

e) Phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn [-2; 2]

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Tập hợp các điểm thuộc đường thẳng x = -2

b) Tập hợp các điểm thuộc đường thẳng y = 3

c) Tập hợp các điểm thuộc mặt phẳng nằm giữa hai đường thẳng song song x = -1 và x = 2 (hình có gạch sọc)

d) Phần mặt phẳng giới hạn bởi các đường thẳng song song y = 1 và y = 3(kể cả các điểm thuộc hai đường thẳng đó).

e) Các điểm thuộc hình chữ nhật với các cạnh nằm trên các đường thẳng x = -2, x = 2 , y = -2, y = 2.

Bài 4 (trang 134 SGK Giải tích 12):

Tính |z|, với:

a) z = -2 + i √3

b) z = √2- 3i

c) z = -5

d) z = i√3

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Ta có: $\left|-2+i\sqrt{3}\right| = \sqrt{(-2)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{7}$

b) Ta có: $\left|\sqrt{2}-3i\right| = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+(-3)^2} = \sqrt{11}$

c) Ta có: $|-5| = |-5+0i| = \sqrt{(-5)^2+0^2} = 5$

d) Ta có: $\left|i\sqrt{3}\right| = \left|0+i\sqrt{3}\right| = \sqrt{0^2+\left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{3}$

Kiến thức áp dụng

+ Môđun của số phức **z = a + bi** là :

$$|z| = \sqrt{a^2+b^2}$$

Bài 5 (trang 134 SGK Giải tích 12):

Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn từng điều kiện:

a) |z| = 1

b) |z| ≤ 1

c) 1<|z| ≤ 2

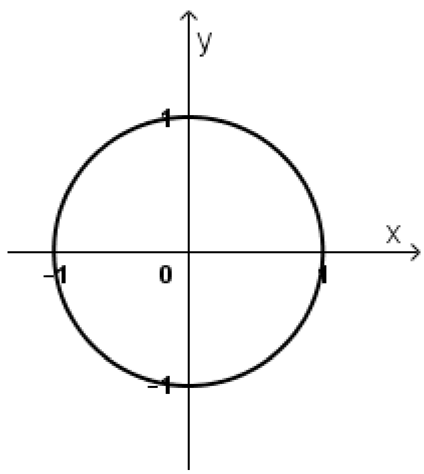
d) |z| = 1 và phần ảo của z = 1

Hướng dẫn giải chi tiết:

Gọi số phức z = x + y.i có điểm biểu diễn là M(x; y).

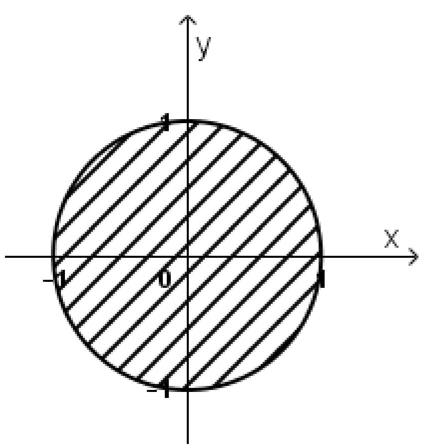
a) $|z| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x^2 + y^2)} = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O(0; 0), bán kính R = 1.



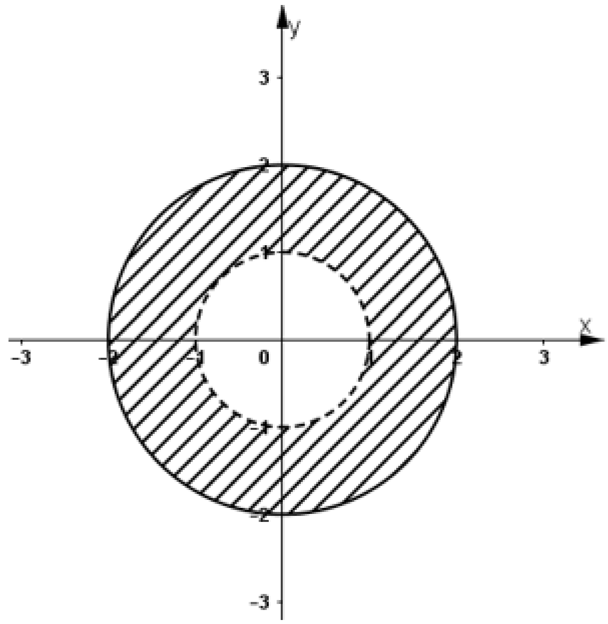
b) $|z| \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x^2 + y^2)} \leq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 1$

Vậy tập hợp điểm M là hình tròn tâm O(0; 0), bán kính R = 1.



c) $1 < |z| \leq 2 \Leftrightarrow 1 < \sqrt{(x^2 + y^2)} \leq 2 \Leftrightarrow 1 < x^2 + y^2 \leq 4$.

Vậy tập hợp điểm M là hình vành khăn tâm O, bán kính đường tròn nhỏ bằng 1,đường tròn lớn bằng 2, không kể các điểm thuộc đường tròn nhỏ.



d) Phần ảo của z bằng 1 ⇔ y = 1

$|z| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0.$

Vậy điểm M(0; 1).

Kiến thức áp dụng

+ Số phức z = x + yi được biểu diễn bởi điểm M(x; y) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bài 6 (trang 134 SGK Giải tích 12):

Tìm z, biết:

a) $z = 1 - i\sqrt{2}$

b) $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{3}$

c) z = 5

d) z = 7i

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) $\bar{z} = \overline{1 - i.\sqrt{2}} = 1 + i\sqrt{2}$;

b) $\bar{z} = \overline{-\sqrt{2} + i\sqrt{3}} = -\sqrt{2} - i\sqrt{3}$;

c) $\bar{z} = \bar{5} = \overline{5 + 0.i} = 5 - 0.i = 5$

d) $\bar{z} = \overline{7i} = -7i$.

Kiến thức áp dụng

Số phức liên hợp của số phức z = a + bi là:

$\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$

Lý thuyết trọng tâm

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Phần thực và phần ảo của số phức, số phức liên hợp.

a) Số phức z là biểu thức có dạng z = a + bi (a, b ∈ R, $i^2 = -1$) . Khi đó:

+ Phần thực của z là a, phần ảo của z là b và i được gọi là đơn vị ảo.

b) Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$. .

+ $z.\bar{z} = a^2 + b^2$

+ Tổng và tích của z và $z-$ luôn là một số thực.

+ $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$.

+ $\overline{z_1.z_2} = \overline{z_1}.\overline{z_2}$.

+ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$.

Đặc biệt:

+ Số phức z = a + 0i có phần ảo bằng 0 được coi là số thực và viết là z = a

+ Số phức z = 0 + bi có phần thực bằng 0 được gọi là số ảo (hay số thần ảo) và viết là

+ Số i = 0 + l*i* = l*i*.

+ Số: 0 = 0 + 0*i* vừa là số thực vừa là số ảo.

2. Số phức bằng nhau.

+ Cho hai số phức $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 + b_2i$ ($a_1, a_2, b_1, b_2 \in R$). Khi đó:

$$\boxed{z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}}$$

3. Biểu diễn hình học của số phức, mô đun của số phức.

a) Biểu diễn hình học của số phức.

+ Số phức z = a + bi (a, b ∈ R) được biểu diễn bởi điểm M(a; b) trong mặt phẳng tọa độ.

+ z và $z-$ được biểu diễn bởi hai điểm đối xứng nhau qua trục 0x.

b) Mô đun của số phức.

+ Mô đun của số phức z là $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

+ $|z| = \sqrt{z.\bar{z}}$; $|z| = |\bar{z}|$