

BÀI 1: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Hướng dẫn giải bao gồm lời giải chi tiết từ câu hỏi ứng dụng trang 70 đến 80 và bài tập 1 đến bài 6 SGK Toán hình 10 trang 80.

Câu hỏi ứng dụng

Câu hỏi 1 trang 70:

Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng Δ là đồ thị của hàm số: $y = 1/2x$.

- Tìm tung độ của hai điểm M_0 và M nằm trên Δ , có hoành độ lần lượt là 2 và 6.
- Cho vectơ $u = (2; 1)$. Hãy chứng tỏ vectơ M_0M cùng phương với vectơ u .

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Với $x = 2 \Rightarrow y = 1/2 x = 1/2 \cdot 2 = 1 \Rightarrow M_0 (2;1)$

$x = 6 \Rightarrow y = 1/2 x = 1/2 \cdot 6 = 3 \Rightarrow M (6;3)$

b) vectơ $M_0M = (4;2) = 2(2;1) = 2 \text{ vectơ } u$

Vậy vectơ M_0M cùng phương với u

Câu hỏi 2 trang 71:

Hãy tìm một điểm có tọa độ xác định và một vectơ chỉ phương của đường thẳng có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 2 + 8t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải chi tiết:

Một điểm thuộc đường thẳng là $(5; 2)$

Một vectơ chỉ phương là vectơ $u (-6;8)$

Câu hỏi 3 trang 72:

Tính hệ số góc của đường thẳng d có vectơ chỉ phương là vectơ $u = (-1; \sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Hệ số góc của đường thẳng d có vector chỉ phương vector $u = (-1; \sqrt{3})$ là:

$$k = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$$

Câu hỏi 4 trang 73:

Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$ và vector $n = (3; -2)$. Hãy chứng tỏ vector n vuông góc với vector chỉ phương của Δ .

Hướng dẫn giải chi tiết:

Đường thẳng Δ cắt hai trục tọa độ lần lượt tại

$$N\left(0; \frac{-c}{b}\right); M\left(\frac{-c}{a}; 0\right).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\frac{c}{a}; \frac{-c}{b}\right)$$

$$\text{Ta thấy: } \vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = a \cdot \frac{c}{a} + b \cdot \frac{-c}{b} = c + (-c) = 0$$

Mà \overrightarrow{MN} là 1 vectơ chỉ phương của Δ

nên vectơ \vec{n} là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng.

Lại có:

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = a \cdot b + b \cdot (-a) = 0 \text{ nên } \vec{u} (-b, a)$$

là vectơ chỉ phương của đường thẳng.

Câu hỏi 5 trang 74:

Hãy chứng minh nhận xét trên.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Chọn $N(0; -c/b); M(-c/a; 0)$ thuộc đường thẳng Δ .

$$\Rightarrow \text{vectơ } MN = (c/a; (-c)/b)$$

Ta thấy vectơ $n \cdot \text{vectơ } MN = 0$

Vậy vectơ $n = (a; b)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng.

vectơ $n \cdot \text{vectơ } u = a \cdot b - b \cdot a = 0$ nên vectơ $u (-b; a)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng.

Câu hỏi 6 trang 74:

Hãy tìm tọa độ của vectơ chỉ phương của đường thẳng có phương trình: $3x + 4y + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Vecto pháp tuyến của đường thẳng là vecto $u = (3;4)$

⇒ Vecto chỉ phương của đường thẳng là vecto $u (-4;3)$.

Câu hỏi 7 trang 76:

Trong mặt phẳng Oxy, hãy vẽ các đường thẳng có phương trình sau đây:

$$d_1: x - 2y = 0;$$

$$d_2: x = 2;$$

$$d_3: y + 1 = 0;$$

$$d_4: x/8 + y/4 = 1.$$

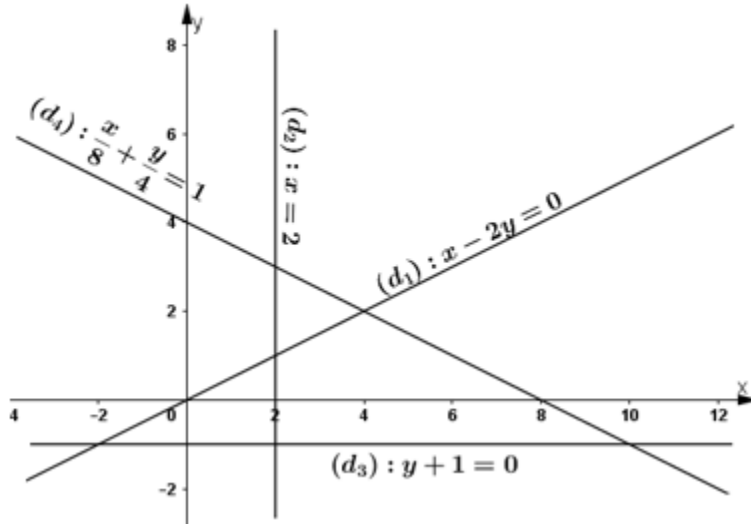
Hướng dẫn giải chi tiết:

+) Đường thẳng $d_1: x - 2y = 0$ đi qua gốc tọa độ O và điểm (2; 1).

+) đường thẳng $d_2: x = 2$ là đường thẳng đi qua điểm (2; 0) và song song với trục Oy.

+) Đường thẳng $d_3: y + 1 = 0$ là đường thẳng đi qua điểm (0; -1) và song song với trục Ox.

+) Đường thẳng $d_4: \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$ là đường thẳng đi qua điểm (0; 4) và (8; 0).



Câu hỏi 8 trang 77:

Xét vị trí tương đối của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 1 = 0$ với mỗi đường thẳng sau:

$d_1: -3x + 6y - 3 = 0;$

$d_2: y = -2x;$

$d_3: 2x + 5 = 4y.$

Hướng dẫn giải chi tiết:

Xét Δ và d_1 , hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ -3x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$$
 có vô số nghiệm (do các hệ số của chúng tỉ lệ nên $\Delta \equiv d_1$).

Xét Δ và d_2 , hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ y = -2x \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(-1/5; 2/5)$ nên

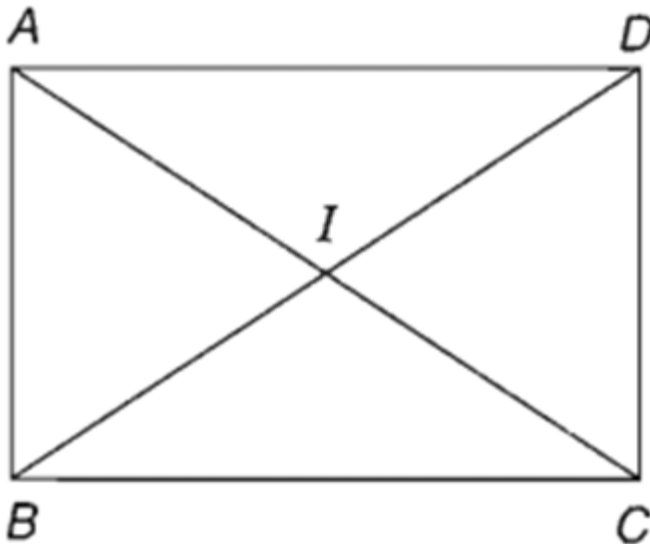
Δ cắt d_2 tại điểm $M(-1/5; 2/5)$.

Xét Δ và d_3 , hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + 5 = 4y \end{cases}$$
 vô nghiệm

Vậy $\Delta // d_3$

Câu hỏi 9 trang 78:

Cho hình chữ nhật ABCD có tâm I và cạnh $AB = 1$, $AD = \sqrt{3}$. Tính số đo các góc $\angle(AID)$ và $\angle(DIC)$.



Hướng dẫn giải chi tiết:

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A có:

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2$$

Do ABCD là hình chữ nhật tâm I nên:

$$AI = IC = ID = 1/2 BD = 1$$

$$\triangle ICD \text{ có } ID = IC = DC = 1$$

$$\Rightarrow \triangle ICD \text{ đều} \Rightarrow \angle(DIC) = 60^\circ$$

$$\text{Ta có: } \angle(DIC) + \angle(AID) = 180^\circ \Rightarrow \angle(AID) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Câu hỏi 10 trang 80:

Tính khoảng cách từ các điểm $M(-2; 1)$ và $O(0; 0)$ đến đường thẳng Δ có phương trình $3x - 2y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Khoảng cách từ điểm M (-2; 1) đến đường thẳng Δ là:

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

Khoảng cách từ điểm O (0; 0) đến đường thẳng Δ là:

$$d(O, \Delta) = \frac{|3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

Bài tập SGK Toán hình 10:

Bài 1 (trang 80 SGK Hình học 10):

Lập phương trình tham số của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

- a) d đi qua điểm M(2; 1) và có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4)$;
- b) d đi qua điểm M(-2; 3) và có vec tơ pháp tuyến. vecto $\mathbf{n}(5; 1)$

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Phương trình tham số của d là:

$$(d): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$$

b) d nhận vecto $\mathbf{n}(5; 1)$ là 1 vec tơ pháp tuyến

\Rightarrow d nhận $\vec{u} = (1; -5)$ là 1 vec tơ chỉ phương

Phương trình tham số của đường thẳng d là:

$$(d): \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$$

Bài 2 (trang 80 SGK Hình học 10):

Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua $M(-5; -8)$ và có hệ số góc $k = -3$;

b) Δ đi qua hai điểm $A(2; 1)$ và $B(-4; 5)$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-5; -8)$ và có hệ số góc $k = -3$ là:

$$y = -3 \cdot (x + 5) - 8 \Leftrightarrow 3x + y + 23 = 0.$$

b) Ta có: $A(2; 1), B(-4; 5) \Rightarrow \overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (-6; 4)$

Δ đi qua hai điểm $A(2; 1)$ và $B(-4; 5)$

$\Rightarrow \Delta$ nhận $\vec{u} = \overline{AB} = (-6; 4)$ là một vtcp

$\Rightarrow \Delta$ nhận $\vec{n} = (4; 6)$ là một vtpt.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:

$$(\Delta) : 4(x - 2) + 6(y - 1) = 0$$

$$\text{Hay } 4x + 6y - 14 = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 7 = 0.$$

Bài 3 (trang 80 SGK Hình học 10): Cho tam giác ABC biết $A(1; 4), B(3; -1)$ và $C(6; 2)$.

a, Lập phương trình tổng quát của các đường thẳng AB, BC và CA.

b, Lập phương trình tổng quát của đường cao AH và trung tuyến AM.

Lời giải

$$a) \overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2; -5)$$

$$\overline{BC} = (x_C - x_B; y_C - y_B) = (3; 3)$$

$$\overline{CA} = (x_A - x_C; y_A - y_C) = (-5; 2)$$

+ Lập phương trình đường thẳng AB:

Đường thẳng AB nhận $\vec{u}_1 = \overline{AB} = (2; -5)$ là 1 vtcp \Rightarrow AB nhận $\vec{n}_1 = (5; 2)$ là 1 vtpt

Mà A(1; 4) thuộc AB

\Rightarrow PT đường thẳng AB: $5(x - 1) + 2(y - 4) = 0$ hay $5x + 2y - 13 = 0$.

+ Lập phương trình đường thẳng BC:

Đường thẳng BC nhận $\vec{u}_2 = \overline{BC} = (3; 3)$ là 1 vtcp \Rightarrow BC nhận $\vec{n}_2 = (1; -1)$ là 1 vtpt

Mà B(3; -1) thuộc BC

\Rightarrow Phương trình đường thẳng BC: $1(x - 3) - 1(y + 1) = 0$ hay $x - y - 4 = 0$.

+ Lập phương trình đường thẳng CA:

Đường thẳng CA nhận $\vec{u}_3 = \overline{CA} = (-5; 2)$ là 1 vtcp \Rightarrow CA nhận $\vec{n}_3 = (2; 5)$ là 1 vtpt

Mà C(6; 2) thuộc CA

\Rightarrow Phương trình đường thẳng AC: $2(x - 6) + 5(y - 2) = 0$ hay $2x + 5y - 22 = 0$.

b) + AH là đường cao của tam giác ABC \Rightarrow AH \perp BC

\Rightarrow Đường thẳng AH nhận $\vec{n}_4 = \frac{1}{3}\overline{BC} = (1; 1)$ là 1 vec tơ pháp tuyến

Mà A(1; 4) thuộc AH

\Rightarrow Phương trình đường thẳng AH: $1(x - 1) + 1(y - 4) = 0$ hay $x + y - 5 = 0$.

+ Trung điểm M của BC có tọa độ $M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ hay $M\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$\overline{AM} = (x_M - x_A; y_M - y_A) = \left(\frac{7}{2}; \frac{-7}{2}\right)$

Đường thẳng AM nhận $\vec{u}_5 = \frac{2}{7}\overline{AM} = (1; -1)$ là 1 vtcp

⇒ AM nhận $\vec{n}_5 = (1; 1)$ là 1 vtpt

Mà A(1; 4) thuộc AM

⇒ Phương trình đường thẳng AM: $1(x - 1) + 1(y - 4) = 0$ hay $x + y - 5 = 0$.

Bài 4 (trang 80 SGK Hình học 10): Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm M(4; 0) và điểm N(0; -1).

Lời giải

$$\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M) = (-4; -1)$$

Đường thẳng MN nhận $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (-4; -1)$ là 1 vtcp

⇒ MN nhận $\vec{n} = (1; -4)$ là 1 vtpt

Mà M(4; 0) thuộc đường thẳng MN

⇒ Phương trình đường thẳng MN: $1(x - 4) - 4(y - 0) = 0$ hay $x - 4y - 4 = 0$.

Bài 5 (trang 80 SGK Hình học 10): Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng d_1 và d_2 sau đây:

a) $d_1 : 4x - 10y + 1 = 0$

và $d_2 : x + y + 2 = 0;$

b) $d_1 : 12x - 6y + 10 = 0$

và $d_2 : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases};$

c) $d_1 : 8x + 10y - 12 = 0$

và $d_2 : \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$

Lời giải

Cách 1: Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình:

a) Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x - 10y + 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 10y = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3}{2} \\ y = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất nên (d_1) cắt (d_2) .

b) Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 12x - 6y + 10 = 0 \\ x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12(5 + t) - 6(3 + 2t) + 10 = 0 \\ x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0t + 52 = 0 (v) \\ x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

Hệ phương trình trên vô nghiệm nên hai đường thẳng trên song song.

c) Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 8x + 10y - 12 = 0 \\ x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8(-6 + 5t) + 10(6 - 4t) - 12 = 0 \\ x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.t = 0 \\ x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$$

Hệ phương trình trên có vô số nghiệm nên hai đường thẳng trùng nhau.

Cách 2: Dựa vào vị trí tương đối của các vector chỉ phương (hoặc vector pháp tuyến).

a) d_1 nhận $\vec{n}_1 = (4; -10)$ là một vector pháp tuyến

d_2 nhận $\vec{n}_2 = (1; 1)$ là 1 vtpt

Nhận thấy \vec{n}_1 và \vec{n}_2 không cùng phương nên d_1 cắt d_2 .

b) d_1 nhận $\vec{n}_1 = (12; -6)$ là 1 vtpt $\Rightarrow d_1$ nhận $\vec{u}_1 = (6; 12)$ là 1 vtcp

d_2 nhận $\vec{u}_2 = (1; 2)$ là 1 vtcp.

Nhận thấy $\vec{u}_1 = 6.\vec{u}_2$ nên \vec{u}_1 và \vec{u}_2 cùng phương

$\Rightarrow d_1$ và d_2 song song hoặc trùng nhau.

Xét điểm $M(5; 3)$ có:

$M(5; 3) \in d_2$

$12.5 - 6.3 + 10 = 52 \neq 0$ nên $M(5; 3) \notin d_1$.

Vậy d_1 và d_2 song song.

c) d_1 nhận $\vec{n}_1 = (8; 10)$ là 1 vtpt $\Rightarrow d_1$ nhận $\vec{u}_1 = (10; -8)$ là 1 vtcp.

d_2 nhận $\vec{u}_2 = (5; -4)$ là 1 vtcp.

Nhận thấy $\vec{u}_1 = 2.\vec{u}_2$ nên \vec{u}_1 và \vec{u}_2 cùng phương

$\Rightarrow d_1$ và d_2 song song hoặc trùng nhau.

Xét $M(-6; 6) \in d_2; M(-6; 6) \in d_1$ (Vì $8.(-6) + 10.6 - 12 = 0$)

$\Rightarrow d_1$ và d_2 trùng nhau.

Bài 6 (trang 80 SGK Hình học 10): Cho đường thẳng d có phương trình tham

$$\text{số: } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$$

Tìm điểm M thuộc đường thẳng d và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

Lời giải

$M \in d$ nên M có tọa độ: $M(2 + 2t; 3 + t)$.

Khi đó : $AM^2 = (x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 = (2+2t)^2 + (2 + t)^2 = 5t^2 + 12t + 8$.

Ta có : $AM = 5 \Leftrightarrow AM^2 = 25$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 8 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -17/5.$$

+ Với $t = 1$ thì $M(4; 4)$.

+ Với $t = -17/5$ thì $M(-24/5; -2/5)$.

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là $M(4; 4)$ và $M(-24/5; -2/5)$.