ÔN TẬP CHƯƠNG 3 (ĐẠI SỐ)

Bài 1 (trang 107 SGK Đại số 11):

Khi nào thì cấp số cộng là dãy số tăng, dãy số giảm?

Hướng dẫn giải chi tiết:

Cấp số cộng (u_n) có công sai d.

+ (u_n) là dãy tăng

$\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n \ \forall n \in N$

$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0 \ \forall n \in N$

$\Leftrightarrow d > 0$

+ (u_n) là dãy giảm

$\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n \ \forall n \in N$

$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \ \forall n \in N$

$\Leftrightarrow d < 0$

Kiến thức áp dụng

+ Dãy (u_n) được gọi là dãy tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in N^*$.

+ Dãy (u_n) được gọi là dãy giảm $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in N^*$.

Bài 2 (trang 107 SGK Đại số 11):

Cho cấp số nhân có $u_1 < 0$ và công bội q. Hỏi các số hạng khác sẽ mang dấu gì trong các trường hợp sau:

a) $q > 0$

b) $q < 0$

Hướng dẫn giải chi tiết:

CSN (u_n) : $u_n = u_1.q^{n-1}$, $u_1 < 0$

a) $q > 0 \Rightarrow q^{n-1} > 0 \Rightarrow u_1.q^{n-1} < 0$ (vì $u_1 < 0$)

$\Rightarrow u_n < 0$ với mọi $n \in N^*$.

Vậy với $q > 0$ và $u_1 < 0$ thì các số hạng đều mang dấu âm.

b) $q < 0$.

+ Nếu n chẵn $\Rightarrow n - 1$ lẻ $\Rightarrow q^{n-1} < 0$

$\Rightarrow u_1.q^{n-1} > 0$ (vì $u_1 < 0$).

$\Rightarrow u_n > 0$.

+ Nếu n lẻ $\Rightarrow n - 1$ chẵn $\Rightarrow q^{n-1} > 0$

$\Rightarrow u_1.q^{n-1} < 0$ (Vì $u_1 < 0$).

$\Rightarrow u_n < 0$.

Vậy nếu $q < 0$, $u_1 < 0$ thì các số hạng thứ chẵn dương và các số hạng thứ lẻ âm.

Kiến thức áp dụng

CSN (u_n) có công bội q ; số hạng đầu u_1 thì số hạng thứ n là : $u_n = u_1.q^{n-1}$.

Bài 3 (trang 107 SGK Đại số 11):

Cho hai cấp số cộng có cùng số các số hạng. Tổng các số hạng tương ứng của chúng có lập thành cấp số cộng không? Vì sao? Cho một ví dụ minh họa.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Giả sử có hai cấp số cộng (u_n) với công sai d_1 và (v_n) với công sai d_2.

Xét dãy (a_n) với $a_n = u_n + v_n$

Ta có: $a_{n+1} - a_n = (u_{n+1} + v_{n+1}) - (u_n + v_n)$

$= (u_n + d_1 + v_n + d_2) - (u_n + v_n)$

$= d_1 + d_2 =$ const

$\Rightarrow (a_n)$ là cấp số cộng với công sai $d_1 + d_2$.

Ví dụ:

CSC (u_n): 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19; …. có công sai $d_1 = 3$;

CSC (v_n): 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 … có công sai $d_2 = 2$.

⇒ (a_n): 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; … có công sai d = 5.

Kiến thức áp dụng

Để chứng minh dãy (a_n) là CSC ta cần chứng minh $a_{n+1} - a_n = d$ là một hằng số với mọi n ∈ N*.

Bài 4 (trang 107 SGK Đại số 11):

Cho hai cấp số nhân có cùng số các số hạng. Tích các số hạng tương ứng của chúng có lập thành cấp số nhân không? Vì sao? Cho một ví dụ minh họa.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Giả sử có hai cấp số nhân (u_n) với công bội q_1 và (v_n) với công bội q_2.

Xét dãy số (a_n) với $a_n = u_n.v_n$ với mọi n ∈ N*.

Ta có:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{u_{n+1}.v_{n+1}}{u_n.v_n} = \frac{u_n.q_1.v_n.q_2}{u_n.v_n}$$

$$= q_1.q_2 = \text{const} \ \forall n \in N^*.$$

⇒ (a_n) là cấp số nhân với công bội $q_1.q_2$.

Ví dụ:

+ CSN (u_n) : 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; … có công bội $q_1 = 2$.

+ CSN (v_n) : -1 ; 1 ; -1 ; 1 ; -1 ; 1 ; … có công bội $q_2 = -1$.

⇒ CSN (a_n) : -2 ; 4 ; -8 ; 16 ; -32 ; 64 ; … có công bội q = -2.

Kiến thức áp dụng

Để chứng minh (a_n) là một CSN ta cần chứng minh $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$ là một hằng số với mọi n ∈ N*.

Bài 5 (trang 107 SGK Đại số 11):

Chứng minh với mọi n ∈ N*, ta có:

a) $13^n - 1$ chia hết cho 6

b) $3n^3 + 15$ chia hết cho 9

Hướng dẫn giải chi tiết:

Chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

a) Đặt $u_n = 13^n - 1$

+ Với n = 1 thì $u_1 = 13 - 1 = 12$ chia hết 6

+ Giả sử: $u_k = 13^k - 1$ chia hết cho 6.

$\Rightarrow u_{k+1} = 13^{k+1} - 1$

$= 13^{k+1} + 13^k - 13^k - 1$

$= 13^k(13 - 1) + 13^k - 1$

$= 12.13^k + u_k.$

Mà $12.13^k \vdots 6$; $u_k \vdots 6$.

$\Rightarrow u_{k+1} \vdots 6$.

$\Rightarrow u_n \vdots 6$ với mọi n ∈ N.

hay $13^n - 1 \vdots 6$ với mọi n ∈ N.

b) Đặt $u_n = 3n^3 + 15n$

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 18 \vdots 9$.

+ Giả sử với $n = k \geq 1$ ta có: $u_k = (3k^3 + 15k) \vdots 9$

$\Rightarrow u_{k+1} = 3(k + 1)^3 + 15(k + 1)$

$= 3(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) + 15k + 15$

$= (3k^3 + 15k) + 9k^2 + 9k + 18$

$= (3k^3 + 15k) + 9(k^2 + k + 2)$

$= u_k + 9(k^2 + k + 2)$

Mà $u_k \vdots 9$ và $9(k^2 + k + 2) \vdots 9$

$\Rightarrow u_{k+1} \vdots 9$.

Vậy $u_n = 3n^3 + 15n \vdots 9\ \forall n \in N^*$

Kiến thức áp dụng

+ Chứng minh mệnh đề (P) đúng với mọi số tự nhiên n bằng phương pháp quy nạp ta làm như sau:

Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với n = 1.

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với $n = k \geq 1$

Cần chứng minh mệnh đề cũng đúng với n = k + 1.

$\Rightarrow$ Mệnh đề đúng với mọi $n \in N$.

Bài 6 (trang 107 SGK Đại số 11):

Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$, $u_{n+1} = 2u_n - 1$ (với $n \geq 1$)

a) Viết năm số hạng đầu của dãy.

b) Chứng minh $u_n = 2^{n-1} + 1$ bằng phương pháp quy nạp.

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) 5 số hạng đầu dãy là:

$u_1 = 2$;

$u_2 = 2u_1 - 1 = 3$;

$u_3 = 2u_2 – 1 = 5$;

$u_4 = 2u_3 – 1 = 9$;

$u_5 = 2u_4 – 1 = 17$

b) Chứng minh $u_n = 2^{n-1} + 1$ (1)

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 2^{1-1} + 1 = 2$ (đúng).

+ Giả sử (1) đúng với $n = k \geq 1$, tức là $u_k = 2^{k-1} + 1$ (1)

Ta chứng minh: $u_{k+1} = 2^k + 1$. Thật vậy, ta có:

$\Rightarrow u_{k+1} = 2.u_k – 1 = 2(2^{k-1} + 1) – 1 = 2.2^{k-1} + 2 – 1 = 2^k + 1$

$\Rightarrow$ (1) cũng đúng với $n = k + 1$.

Vậy $u_n = 2^{n-1} + 1$ với mọi $n \in N$.

Kiến thức áp dụng

Có ba cách cho một dãy số :

+ Dãy số cho bằng công thức số hạng tổng quát .

Ví dụ : Cho dãy (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

+ Dãy số cho bằng phương pháp truy hồi .

Ví dụ : Cho dãy (u_n): $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3u_{n-1} + 1 \end{cases}$

+ Dãy số cho bằng phương pháp mô tả (ít gặp).

Trong một số bài toán ta có thể chuyển từ dãy số dạng truy hồi về dãy số dạng tổng quát.

Bài 7 (trang 107 SGK Đại số 11):

Xét tính tăng, giảm và bị chặn của các dãy số (u_n), biết:

a) $u_n = n + \frac{1}{n}$;

b) $u_n = (-1)^{n+1}.\sin\frac{1}{n}$;

c) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) $u_n = n + \frac{1}{n}$

+ Xét tính tăng giảm :

$$u_{n+1} - u_n = \left(n + 1 + \frac{1}{n+1}\right) - \left(n + \frac{1}{n}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$\geq 0 + \frac{1}{n+1} \text{ (Vì } \frac{1}{n} \leq \frac{1}{1} = 1)$$

$$> 0.$$

⇒ $u_{n+1} > u_n$ với mọi n ∈ N

⇒ (u_n) là dãy tăng.

+ Xét tính bị chặn:

(u_n) là dãy tăng

⇒ $u_1 = 2 < u_2 < u_3 < \ldots < u_n\ \forall n \in N^*$

⇒ $u_n \geq 2\ \forall n \in N^*$

⇒ (u_n) bị chặn dưới.

(u_n) không bị chặn trên.

⇒ u_n không bị chặn.

b) $u_n = (-1)^{n-1}.\sin\frac{1}{n}$.

+ Xét tính tăng giảm :

Với $\forall\, n \geq 1$

$\Rightarrow\ 0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}\ \Rightarrow\ \sin\frac{1}{n} > 0$

Suy ra: Với n chẵn ⇒ n – 1 lẻ ⇒ $(-1)^{n-1} = -1 \Rightarrow u_n < 0$

Với n lẻ ⇒ n – 1 chẵn ⇒ $(-1)^{n-1} = 1 \Rightarrow u_n > 0$.

$\Rightarrow u_1 > u_2 < u_3 > u_4 < u_5 > u_6 \ldots$

⇒ (u_n) không tăng không giảm.

+ Xét tính bị chặn :

Với $\forall\, n \in N$:

$|u_n| = \left|(-1)^{n-1}.\sin\frac{1}{n}\right| = \left|\sin\frac{1}{n}\right| \leq 1$

$\Rightarrow -1 \leq u_n \leq 1$.

Vậy (u_n) bị chặn.

c. $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

$= \frac{n+1-n}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

+ Xét tính tăng giảm.

Với mọi n ∈ N ta có:

$$u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}} < \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = u_n$$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n$ với mọi n ∈ N.

⇒ (u_n) là dãy số giảm.

+ Xét tính bị chặn.

$u_n > 0$ với mọi n.

⇒ (u_n) bị chặn dưới.

$u_n \le u_1 = \sqrt{2} - 1$ với mọi n

⇒ (u_n) bị chặn trên.

⇒ (u_n) bị chặn.

Kiến thức áp dụng

+ Dãy số (u_n) là dãy số tăng ⇔ ∀ n ∈ N ⇔ ∀ n ∈ N.

+ Dãy số (u_n) bị chặn dưới nếu tồn tại số m sao cho $u_n > m$ với ∀ n ∈ N

bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho $u_n < M$ với ∀ n ∈ N.

+ Dãy số (u_n) bị chặn ⇔ (u_n) bị chặn trên và chặn dưới.

Bài 8 (trang 107 SGK Đại số 11): Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của các cấp số cộng (u_n), biết:

a) $\begin{cases} 5u_1 + 10u_5 = 0 \\ S_4 = 14 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$

Lời giải:

a) $\begin{cases} 5u_1 + 10u_5 = 0 \\ S_4 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5u_1 + 10u_5 = 0 \\ \dfrac{4.(2u_1 + 3d)}{2} = 14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5u_1 + 10(u_1 + 4d) = 0 \\ 4u_1 + 6d = 14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 15u_1 + 40d = 0 \\ 4u_1 + 6d = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \\ d = -3 \end{cases}$

b)

$$\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + 6d) + (u_1 + 14d) = 60 \\ (u_1 + 3d)^2 + (u_1 + 11d)^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 20d = 60 \\ (u_1 + 3d)^2 + (u_1 + 11d)^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 10d = 30 \\ (u_1 + 3d)^2 + (u_1 + 11d)^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ (30 - 10d + 3d)^2 + (30 - 10d + 11d)^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ (30 - 7d)^2 + (30 + d)^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ 900 - 420d + 49d^2 + 900 + 60d + d^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ 50d^2 - 360d + 630 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d = \dfrac{21}{5} \Rightarrow u_1 = -12 \\ d = 3 \Rightarrow u_1 = 0 \end{array}\right.$$

Kiến thức áp dụng

CSC (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì có:

Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n - 1)d$

Tổng của n số hạng đầu tiên:

$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$

$= \frac{n(u_1+u_n)}{2} = n.u_1 + \frac{n(n-1)}{2}.d$

Bài 9 (trang 107 SGK Đại số 11): Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của các cấp số nhân (u_n), biết:

a. $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases}$;

b. $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$.

c. $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_4 = 10 \\ u_3 + u_6 - u_5 = 20 \end{cases}$

Lời giải:

Dùng công thức: $u_n = u_1.q^{n-1}$ với $n \geq 2$

a)

$\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q^5 = 192\ (1) \\ u_1.q^6 = 384\ (2) \end{cases}$

Lấy (2) chia (1) theo vế với vế ta được q = 2 thế vào (1):

(1) $\Leftrightarrow u_1.2^5 = 192 \Leftrightarrow u_1 = 6$

Vậy $u_1 = 6$ và q = 2

b) Ta có

$\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q^3 - u_1.q = 72 \\ u_1.q^4 - u_1.q^2 = 144 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q(q^2 - 1) = 72\ (1) \\ u_1.q^2(q^2 - 1) = 144\ (2) \end{cases}$

Lấy (2) chia (1) theo vế với vế ta được q = 2 thế vào (1):

(1) $\Leftrightarrow 2u_1(4 - 1) = 72 \Leftrightarrow u_1 = 12$

Vậy $u_1 = 12$ và $q = 2$

c) Ta có:

$$\begin{cases} u_2 + u_5 - u_4 = 10 \\ u_3 + u_6 - u_5 = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q + u_1.q^4 - u_1.q^3 = 10 \\ u_1.q^2 + u_1.q^5 - u_1.q^4 = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q(1 + q^3 - q^2) = 10 \ (1) \\ u_1.q^2(1 + q^3 - q^2) = 20 \ (2) \end{cases}$$

Lấy (2) chia (1) theo vế với vế ta được $q = 2$ thế vào (1):

(1) $\Leftrightarrow 2u_1(1 + 8 - 4) = 10 \Leftrightarrow u_1 = 1$

Vậy $u_1 = 1$ và $q = 2$

Kiến thức áp dụng

CSN (u_n) có số hạng đầu tiên u_1 và công bội q thì có số hạng tổng quát : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Bài 10 (trang 108 SGK Đại số 11): Tứ giác ABCD có số đo của các góc lập thành một cấp số cộng theo thứ tự A, B, C, D. Biết rằng góc C gấp năm lần góc A. Tính các góc của tứ giác.

Lời giải:

Kí hiệu: ∠ : góc

Các góc của tứ giác là ∠A, ∠B, ∠C, ∠D (∠A > 0) tạo thành cấp số cộng:

⇒ ∠B = ∠A + d,

∠C = ∠A + 2d,

∠D = ∠A + 3d.

Theo giả thiết, góc C gấp năm lần góc A nên:

∠C = 5∠A

$\Rightarrow \angle A + 2d = 5\angle A$

$\Rightarrow 2d = 4\angle A$

hay $d = 2.\angle A$

Tổng 4 góc của 1 tứ giác bằng 360º nên ta có:

$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^o$

$\Rightarrow \angle A + \angle A + d + \angle A + 2d + \angle A + 3d = 360^o$

=> $4\angle A + 6d = 360^o$

$\Rightarrow 4\angle A + 12\angle A = 360^o$ (do $d = 2.^oA$)

$\Rightarrow 16\angle A = 360^o$

$\Rightarrow \angle A = 22^o30'$

$\Rightarrow d = 45^o$.

Vậy $\angle A = 22^o30'$; $\angle B = 67^o30'$; $\angle C = 112^o30'$; $\angle D = 157^o30'$

Kiến thức áp dụng

+ Cấp số cộng (u_n) có $u_n = u_1 + (n – 1).d$ với u_1 là số hạng đầu tiên và d là công sai.

+ Tổng 4 góc trong một tứ giác bằng 360º.

Bài 11 (trang 108 SGK Đại số 11): Biết rằng ba số x, y, z lập thành một cấp số nhân và ba số x, 2y, 3z lập thành một cấp số cộng. Tìm công bội của cấp số nhân.

Lời giải:

Gọi công bội của CSN x ; y ; z là q.

$\Rightarrow y = x.q$; $z = x.q^2$.

Lại có : x ; 2y ; 3z lập thành CSC

$\Leftrightarrow 2y – x = 3z – 2y$

$\Leftrightarrow 2.xq – x = 3.xq^2 – 2.xq$

$\Leftrightarrow x(2q - 1) = x.(3q^2 - 2q)$

$\Leftrightarrow x.(3q^2 - 4q + 1) = 0$

+ Nếu $x = 0 \Rightarrow y = z = 0$

$\Rightarrow$ q không xác định.

+ Nếu $x \neq 0 \Rightarrow 3q^2 - 4q + 1 = 0 \Leftrightarrow q = 1$ hoặc $q = \frac{1}{3}$

Vậy CSN có công bội $q = 1$ hoặc $q = \frac{1}{3}$

Bài 12 (trang 108 SGK Đại số 11): Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt trên của tầng một bằng nữa diện tích đế tháp. Biết diện tích mặt đế tháp là $12288m^2$. Tính diện tích mặt trên cùng.

Lời giải:

Gọi diện tích đáy tháp là S_0; diện tích mặt trên của tầng 1; tầng 2; tầng 3; … lần lượt là S_1; S_2; S_3; …; S_{11}.

+ Theo giả thiết diện tích của bề mặt trên mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới

$\Rightarrow$ (S_n) là CSN với công bội $q = \frac{1}{2}$;

$$S_1 = \frac{1}{2}.12288 = 6144\,m^2$$

$$\Rightarrow S_{11} = S_1.q^{10} = 6144.\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{6144}{1024} = 6\,m^2$$

Vậy diện tích mặt trên của tầng 11 là $6m^2$.

Bài 13 (trang 108 SGK Đại số 11): Chứng minh rằng nếu các số a^2, b^2, c^2 lập thành một cấp số cộng (a, b, c ≠ 0) thì các số 1/(b+c), 1/(c+a), 1/(a+b) cũng lập thành một cấp số cộng.

Lời giải:

$\frac{1}{b+c};\frac{1}{c+a};\frac{1}{a+b}$ lập thành CSC

$\Leftrightarrow \frac{1}{c+a}-\frac{1}{b+c}=\frac{1}{a+b}-\frac{1}{c+a}$

$\Leftrightarrow \frac{b-a}{(c+a)(b+c)}=\frac{c-b}{(a+b)(c+a)}$

$\Leftrightarrow \frac{b-a}{b+c}=\frac{c-b}{a+b}$

$\Leftrightarrow (b-a)(a+b)=(c-b)(b+c)$

$\Leftrightarrow b^2-a^2=c^2-b^2$

$\Leftrightarrow a^2; b^2; c^2$ lập thành CSC (đpcm).

Kiến thức áp dụng

(u_n) là CSC

$\Leftrightarrow u_n-u_{n-1}=u_{n-1}-u_{n-2}=u_{n-2}-u_{n-3}=\ldots=u_2-u_1=d.$

Bài 14 (trang 108 SGK Đại số 11): Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Hãy chọn phương án đúng:

a. Số hạng u_{n+1} bằng:

A. $3^n + 1$

B. $3^n + 3$.

C. $3^n.3$

D. $3(n+1)$

b. Số hạng u_{2n} bằng:

A. 2.3^n

B. 9^n

C. $3^n + 3$

D. 6n

c. Số hạng u_{n-1} bằng:

A. $3^n – 1$

B. $3^n/3$

C. $3^n – 3$

D. $3n – 1$

d. Số hạng u_{2n-1} bằng:

A. $3^2.3^n – 1$

B. $3^n.3^{n-1}$

C. $3^{2n} – 1$

D. $3^{2(n-1)}$

Lời giải:

a. $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3^n.3$.

Chọn đáp án C

b. $u_{2n} = 3^{2n} = (3^2)^n = 9^n$.

Chọn đáp án B.

c. $u_{n-1} = 3^{n-1} = 3^n.3^{-1} = 3^n/3$.

Chọn đáp án B.

d. $u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n.3^{n-1}$

Chọn đáp án B.

Bài 15 (trang 108 SGK Đại số 11): Hãy cho biết dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát u_n của nó là:

A. $(-1)^{n+1}.\sin\dfrac{\pi}{n}$

B. $(-1)^{2n}(5^n + 1)$

C. $\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+n}$

D. $\dfrac{n}{n^2+1}$

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Giải thích:

+ (u_n): $u_n = (-1)^{n+1}.\sin\dfrac{\pi}{n}$ có:

u_1 ; u_3 ; u_5 ; … dương

u_2 ; u_4 ; u_6 ; … âm

⇒ dãy số không tăng không giảm.

+ (u_n) : $(-1)^{2n}.(5^n + 1) = 5^n + 1$.

$u_{n+1} = 5^{n+1} + 1 > 5^n + 1 = u_n$ với mọi $n \in N$.

⇒ (u_n) là dãy số tăng.

+ (u_n) : $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+n}$

$$u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+n+1} < \frac{1}{\sqrt{n+1}+n} = u_n$$

⇒ (u_n) là dãy số giảm

$+ (u_n): u_n = \dfrac{n}{n^2+1}$

$u_{n+1} - u_n$

$= \dfrac{n+1}{(n+1)^2+1} - \dfrac{n}{n^2+1}$

$= \dfrac{(n+1)(n^2+1) - n(n^2+2n+2)}{(n^2+1).(n^2+2n+2)}$

$= \dfrac{-n^2-n+1}{(n^2+1)(n^2+2n+2)} < 0 \ \forall\, n \geq 1$

⇒ (u_n) là dãy giảm.

Bài 16 (trang 109 SGK Đại số 11): Cho cấp số cộng – 2, x, 6, y. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. x = - 6, y = - 2

B. x = 1, y = 7

C.x = 2, y = 8

D. x = 2, y = 10

Lời giải:

Chọn đáp án D.

Giải thích :

-2 ; x ; 6 ; y lập thành CSC

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-2+6}{2} \\ 6 = \dfrac{x+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \end{cases}$

Bài 17 (trang 109 SGK Đại số 11): Cho cấp số nhân – 4, x, - 9. Hãy họn kết quả đúng trong kết quả sau:

A. x = 36

B. x = -6, 5

C. x = 6

D. x = -36

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Giải thích :

-4 ; x ; -9 lập thành CSN ⇔ $x^2 = (-4)(-9)$ ⇔ $x^2 = 36$ ⇔ x = 6 hoặc x = -6.

Bài 18 (trang 109 SGK Đại số 11): Cho cấp số cộng (u_n). Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $\dfrac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$;

B. $u_{90} + u_{210} = 2.u_{150}$;

C. $u_{10}.u_{30} = u_{20}$;

D. $\dfrac{u_{10}.u_{30}}{2} = u_{20}$.

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Giải thích :

+ $\frac{u_{10}+u_{20}}{2}=\frac{u_1+9d+u_1+19d}{2}=u_1+14d$

$u_5+u_{10}=u_1+4d+u_1+9d=2u_1+13d$

$\Rightarrow \frac{u_{10}+u_{20}}{2}\neq u_5+u_{10}$.

+ $u_{90}+u_{210}=u_1+89d+u_1+209d$

$=2u_1+298d=2(u_1+149d)=2.u_{150}$.

+ $u_{10}.u_{30}=(u_1+9d)(u_1+29d)\neq u_1+19d=u_{20}$

+ $\frac{u_{10}.u_{30}}{2}=\frac{(u_1+9d)(u_1+29d)}{2}\neq u_1+19d=u_{20}$

Bài 19 (trang 109 SGK Đại số 11): Trong các dãy số cho bởi các công thức truy hồi sau, hãy chọn các dãy số là cấp số nhân:

A. $\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}=u_n^2\end{cases}$ B. $\begin{cases}u_1=-1\\u_{n+1}=3u_n\end{cases}$

C. $\begin{cases}u_1=-3\\u_{n+1}=u_n+1\end{cases}$ D. $7, 77, 777, \ldots\underbrace{777\ldots7}_{n\ chữ\ số\ 7}$

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Giải thích :

$+\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n{}^2 \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = u_n$

$\Rightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \neq \dfrac{u_{n+2}}{u_{n+1}}$

⇒ (u_n) không phải CSN.

$+\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 3$ với mọi $n \in N$.

⇒ (u_n) là CSN với công bội q = 3 ; u_1 = -1.

$+\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$

Đây là CSC với u_1 = -3 ; công sai d = 1.

+ 7 ; 77 ; 777 ; … ; 777…77

$\dfrac{u_2}{u_1} = 11$; $\dfrac{u_3}{u_2} = \dfrac{111}{11}$

$\Rightarrow \dfrac{u_2}{u_1} \neq \dfrac{u_3}{u_2} \Rightarrow (u_n)$ không là CSN.