

BÀI 1 (TRANG 112 SGK GIẢI TÍCH 12):

Hướng dẫn giải chi tiết bao gồm lời giải chi tiết, phương pháp giải mỗi bài rõ ràng giúp các em hiểu sâu lời giải, các kiến thức lý thuyết ứng dụng.

Tính các tích phân sau:

$$\text{a) } \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{(1-x)^2} dx ;$$

$$\text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx ;$$

$$\text{c) } \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{1}{x(x+1)} dx ;$$

$$\text{d) } \int_0^2 x(x+1)^2 dx ;$$

$$\text{e) } \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{1-3x}{(x+1)^2} dx ;$$

$$\text{g) } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cdot \cos 5x dx .$$

Hướng dẫn giải chi tiết:

a)

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức nguyên hàm mở rộng

Lời giải:

$$\int (ax + b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\text{a) } \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{(1-x)^2} dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (1-x)^{\frac{2}{3}} dx$$

$$= -\frac{3}{5} \cdot (1-x)^{\frac{5}{3}} \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= -\frac{3}{5} \sqrt[3]{(1-x)^5} \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{243}{32}} - \sqrt[3]{\frac{1}{32}} \right)$$

b)

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức nguyên hàm mở rộng:

$$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$$

Lời giải:

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx$$

$$= (-1) \cdot \left(-\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$c) \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{x+1-x}{x(x+1)} dx$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) dx$$

$$= (\ln|x| - \ln|x+1|) \Big|_{\frac{1}{2}}^2$$

$$= \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| \Big|_{\frac{1}{2}}^2$$

$$= \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{3} = \ln 2.$$

$$d) \int_0^2 x(x+1)^2 dx$$

$$= \int_0^2 (x^3 + 2x^2 + x) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2$$

$$= \frac{34}{3} - 0 = \frac{34}{3}.$$

e)

Phương pháp giải:

Phân tích đa thức trong tích phân dưới dạng :

$$\frac{1 - 3x}{(x + 1)^2} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2}$$

$$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln|ax + b| + C$$

$$\int \frac{dx}{(ax + b)^2} = \frac{1}{a} \frac{-1}{ax + b} + C$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{e) } & \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{1-3x}{(x+1)^2} dx \\
 &= \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{4-3(1+x)}{(x+1)^2} dx \\
 &= \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{4}{(x+1)^2} - \frac{3}{x+1} \right) dx \\
 &= \left(\frac{-4}{x+1} - 3 \cdot \ln|x+1| \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 \\
 &= \left(-\frac{4}{3} - 3 \ln 3 \right) - \left(\frac{-8}{3} - 3 \ln \frac{3}{2} \right) \\
 &= \frac{4}{3} - 3 \cdot \ln 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g) } & \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cdot \cos 5x dx \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} (\sin 8x - \sin 2x) dx \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 8x - \sin 2x) dx \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{8} \cdot \cos 8x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x \right) \Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \left(\frac{-1}{16} \cos 8x + \frac{1}{4} \cdot \cos 2x \right) \Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \left[\frac{-1}{16} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot (-1) \right] - \left[\frac{-1}{16} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot (-1) \right] \\
 &= \left(-\frac{5}{16} \right) - \left(-\frac{5}{16} \right) = 0.
 \end{aligned}$$

Kiến thức áp dụng

+ Tích phân từ a đến b của hàm số f(x) có nguyên hàm là F(x) là:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

+ Một số nguyên hàm sử dụng:

$$\int x^{\alpha} dx = \frac{1}{\alpha+1} \cdot x^{\alpha+1} + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$$

Tính chất:

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} \cdot F(ax + b) + C$$

HẾT.