BÀI 3: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

Câu hỏi ôn tập

Câu 1 trang 14:

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế (biểu diễn y theo x từ phương trình thứ hai của hệ)

$$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 3x - y = 16 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải chi tiết:

Ta có (biểu diễn y theo x từ phương trình thứ hai):

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 3x - y = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ y = 3x - 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 5(3x - 16) = 3 \\ y = 3x - 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -11x = -77 \\ y = 3x - 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3.7 - 16 = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (7;5)

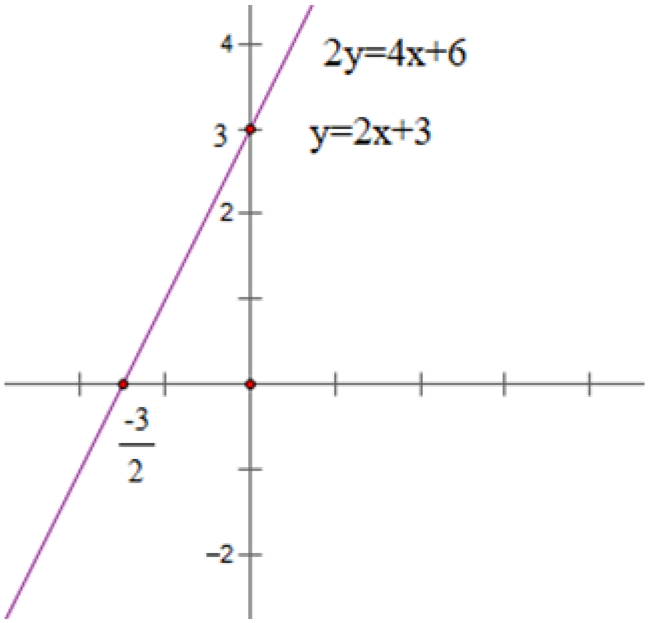
Câu 2 trang 15:

Bằng minh họa hình học, hãy giải thích tại sao hệ (III) có vô số nghiệm.

$$\text{(III)} \begin{cases} 4x - 2y = -6 \\ -2x + y = 3 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải chi tiết:

$$\text{(III)} \begin{cases} 4x - 2y = -6 \\ -2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 4x + 6 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$



Hai đường thẳng trên trùng nhau nên hệ phương trình (III) có vô số nghiệm

Câu 3 trang 15:

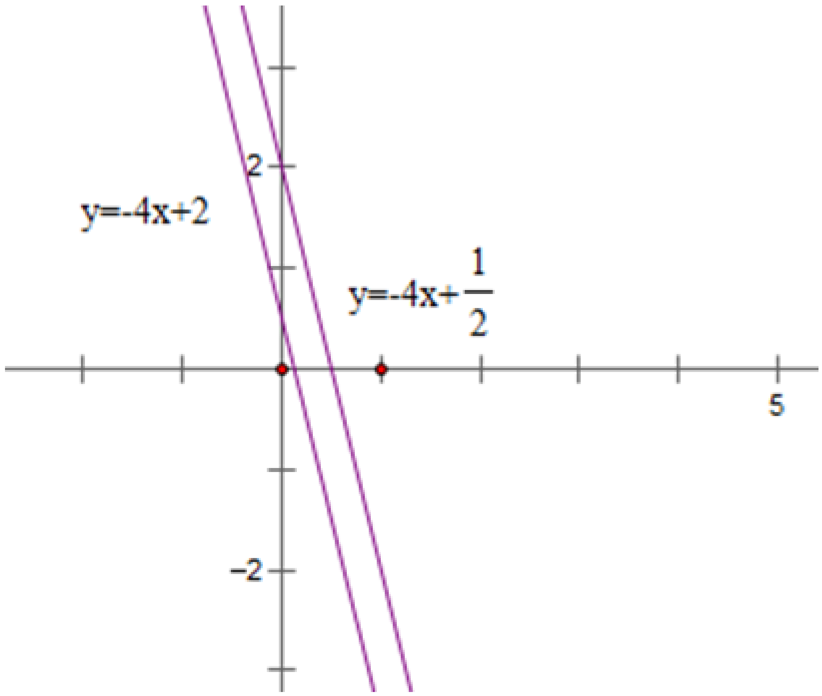
Cho hệ phương trình

$$\text{(IV)} \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 2y = 1 \end{cases}$$

Bằng minh họa hình học và phương pháp thế, chứng tỏ rằng hệ (IV) vô nghiệm.

Hướng dẫn giải chi tiết:

$$(IV)\begin{cases}4x+y=2\\8x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4x+2\\y=-4x+\frac{1}{2}\end{cases}$$



Hai đường thẳng trên song song nên chúng không có điểm chung hay hệ phương trình (IV) vô nghiệm.

Phương pháp thế:

Ta có (biểu diễn y theo x từ phương trình thứ nhất):

$$(IV)$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4x+2\\8x+2(-4x+2)=1\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4x+2\\8x-8x+4=1\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4x+2\\4=1\end{cases}(vô\ lý)$$

Vậy hệ phương trình (IV) vô nghiệm.

Bài tập:

Bài 12 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 2):

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

$$a)\ \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases};$$

$$b)\ \begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases};$$

$$c)\ \begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải chi tiết:

Cách 1

$$a)\ \begin{cases} x - y = 3 & (1) \\ 3x - 4y = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) rút ra được y = x – 3

Thế vào phương trình (2) ta được:

3x – 4.(x – 3) = 2 ⇔ 3x – 4x + 12 = 2 ⇔ x = 10

Từ x = 10 ⇒ y = x – 3 = 7.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (10 ; 7).

$$b)\ \begin{cases} 7x - 3y = 5 & (1) \\ 4x + y = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) rút ra được y = -4x + 2.

Thế y = -4x + 2 vào phương trình (1) ta được :

7x – 3.(-4x+2) = 5 ⇔ 7x + 12x – 6 = 5 ⇔ 19x = 11 ⇔ $x = \frac{11}{19}$

Từ $x = \frac{11}{19}$

$\Rightarrow y = -4x + 2 = -4.\frac{11}{19} + 2 = \frac{-6}{19}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\frac{11}{19}; \frac{-6}{19}\right)$

c) $\begin{cases} x + 3y = -2 & (1) \\ 5x - 4y = 11 & (2) \end{cases}$

Từ (1) rút x theo y ta được: x = -3y – 2

Thế x = -3y – 2 vào phương trình (2) ta được :

5.(-3y – 2) – 4y = 11 ⇔ -15y – 10 – 4y = 11 ⇔ -19y = 21 ⇔ $y = \frac{-21}{19}$

Từ $y = \frac{-21}{19}$

$\Rightarrow x = -3y - 2 = -3.\frac{-21}{19} - 2 = \frac{25}{19}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\frac{25}{19}; \frac{-21}{19}\right)$

Cách 2

a) (I) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$

Ta có (biểu diễn x theo

y từ phương trình thứ nhất):

$$(I) \leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y+3) - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3y + 9 - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ -y = -7 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình

có nghiệm duy nhất (10 ; 7).

Lý thuyết trọng tâm:

I. Quy tắc thế

Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc thế gồm hai bước sau:

+ **Bước 1:** Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

+ **Bước 2:** Dùng phương trình mới để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (và giữ nguyên phương trình thứ nhất).

II. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Tóm tắt cách giải:

+ **Bước 1:** Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.

+ **Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

III. Chú ý khi giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Nếu thấy xuất hiện phương trình có các hệ số của hai ẩn đều bằng 0 thì hệ phương trình đã cho có thể có vô số nghiệm hoặc vô nghiệm.

Lý thuyết trọng tâm:

I. Quy tắc thế

Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc thế gồm hai bước sau:

+ **Bước 1:** Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

+ **Bước 2:** Dùng phương trình mới để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (và giữ nguyên phương trình thứ nhất).

II. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Tóm tắt cách giải:

+ **Bước 1:** Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.

+ **Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

III. Chú ý khi giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Nếu thấy xuất hiện phương trình có các hệ số của hai ẩn đều bằng 0 thì hệ phương trình đã cho có thể có vô số nghiệm hoặc vô nghiệm.

Kiến thức áp dụng

Giải hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ta làm như sau:

Bước 1: Từ một phương trình (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) ta được phương trình (*). Sau đó, ta thế (*) vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn)..

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho phương trình thứ hai, phương trình (*) thay thế cho phương trình thứ nhất của hệ ta được hệ phương trình mới tương đương ..

Bước 3: Giải hệ phương trình mới ta tìm được nghiệm của hệ phương trình.

Bài 13 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 2):

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Bài toán giải hệ phương trình bằng phương pháp thế có 2 cách trình bày.

Cách 1:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 & (1) \\ 4x - 5y = 3 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta rút ra được $y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{11}{2}$ (*)

Thế (*) vào phương trình (2) ta được :

$$4x - 5.\left(\frac{3}{2}x - \frac{11}{2}\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow 4x - \frac{15}{2}x + \frac{55}{2} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{-7}{2}x = \frac{-49}{2} \Leftrightarrow x = 7$$

Thay x = 7 vào (*) ta suy ra $y = \dfrac{3}{2}.7 - \dfrac{11}{2} = 5.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (7 ; 5).

b) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 & (1) \\ 5x - 8y = 3 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta rút ra được : $y = \frac{3}{2}x - 3$ (*)

Thế (*) vào phương trình (2) ta được :

$5x - 8.\left(\frac{3}{2}x - 3\right) = 3$

$\Leftrightarrow 5x - 12x + 24 = 3$

$\Leftrightarrow -7x = -21 \Leftrightarrow x = 3.$

Thay x = 3 vào (*) ta suy ra $y = \frac{3}{2}.3 - 3 = \frac{3}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(3; \frac{3}{2}\right)$

Cách 2:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{11}{2} \\ 4x - 5.\left(\dfrac{3}{2}x - \dfrac{11}{2}\right) = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{11}{2} \\ 4x - \dfrac{15}{2}x + \dfrac{55}{2} = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{11}{2} \\ \dfrac{-7}{2}x = \dfrac{-49}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{11}{2} \\ x = 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (7; 5).

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - 3 \\ 5x - 8\left(\dfrac{3}{2}x - 3\right) = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - 3 \\ 5x - 12x + 24 = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - 3 \\ -7x = -21 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3}{2}x - 3 \\ x = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(3; \dfrac{3}{2}\right)$

Kiến thức áp dụng

Giải hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ta làm như sau:

Bước 1: Từ một phương trình (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) ta được phương trình (*). Sau đó, ta thế (*) vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho phương trình thứ hai, phương trình (*) thay thế cho phương trình thứ nhất của hệ ta được hệ phương trình mới tương đương .

Bước 3: Giải hệ phương trình mới ta tìm được nghiệm của hệ phương trình.

Bài 14 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 2):

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} \left(2 - \sqrt{3}\right)x - 3y = 2 + 5\sqrt{3} \\ 4x + y = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases}$

Hướng dẫn giải chi tiết:

Bài toán giải hệ phương trình bằng phương pháp thế có 2 cách trình bày.

Cách 1:

a) $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 & (1) \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta rút ra được x = -y√5 (*)

Thế (*) vào phương trình (2) ta được :

$-y\sqrt{5}.\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow -5y + 3y = 1 - \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow -2y = 1 - \sqrt{5} \Leftrightarrow y = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$

Thay $y = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$ vào (*) ta được: $x = -\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}.\sqrt{5} = \dfrac{\sqrt{5} - 5}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\left(\dfrac{\sqrt{5}-5}{2};\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$

b) $\begin{cases}\left(2-\sqrt{3}\right)x-3y=2+5\sqrt{3} & (1)\\ 4x+y=4-2\sqrt{3} & (2)\end{cases}$

Từ (2) ta rút ra được y = -4x + 4 - 2 √3 (*)

Thế (*) vào phương trình (1) ta được:

$\left(2-\sqrt{3}\right)x-3\left(-4x+4-2\sqrt{3}\right)=2+5\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)x+12x-12+6\sqrt{3}=2+5\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \left(14-\sqrt{3}\right)x=14-\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x=1.$

Thay x = 1 vào (*) ta được y = -4.1 + 4 - 2√3 = -2√3

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (1; -2√3)

Cách 2 :

a) $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y\sqrt{5} \\ -y\sqrt{5}.\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y\sqrt{5} \\ -5y + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y\sqrt{5} \\ -2y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y\sqrt{5} \\ y = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{5} - 5}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{\sqrt{5} - 5}{2}; \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)$

b) $\begin{cases}\left(2-\sqrt{3}\right)x-3y=2+5\sqrt{3}\\ 4x+y=4-2\sqrt{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(2-\sqrt{3}\right)x-3y=2+5\sqrt{3}\\ y=-4x+4-2\sqrt{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(2-\sqrt{3}\right)x-3\left(-4x+4-2\sqrt{3}\right)\\ \quad =2+5\sqrt{3}\\ y=-4x+4-2\sqrt{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(2-\sqrt{3}\right)x+12x-12+6\sqrt{3}\\ \quad =2+5\sqrt{3}\\ y=-4x+4-2\sqrt{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(14-\sqrt{3}\right)x=14-\sqrt{3}\\ y=-4x+4-2\sqrt{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=-2\sqrt{3}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (1; -2√3)

Kiến thức áp dụng

Giải hệ phương trình $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ ta làm như sau:

Bước 1: Từ một phương trình (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) ta được phương trình (*). Sau đó, ta thế (*) vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho phương trình thứ hai, phương trình (*) thay thế cho phương trình thứ nhất của hệ ta được hệ phương trình mới tương đương .

Bước 3: Giải hệ phương trình mới ta tìm được nghiệm của hệ phương trình.

Bài 15 (trang 15 SGK Toán 9 Tập 2): Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ \left(a^2+1\right)x+6y=2a \end{cases}$ trong mỗi trường hợp sau:

a) a = -1;   b) a = 0;   c) a = 1.

Lời giải

Cách 1

Ta có: $\begin{cases} x+3y=1 & (1) \\ \left(a^2+1\right)x+6y=2a & (2) \end{cases}$

Từ (1) rút ra được x = 1 – 3y (*)

Thay vào phương trình (2) ta được :

$(a^2 + 1).(1 – 3y) + 6y = 2a$

$\Leftrightarrow a^2 + 1 – 3(a^2 + 1)y + 6y = 2a$

$\Leftrightarrow a^2 + 1 - 2a = 3a^2.y – 6y + 3y$

$\Leftrightarrow (a - 1)^2 = 3a^2y – 3y$

$\Leftrightarrow 3(a^2 – 1).y = (a – 1)^2$ (**)

a) a = -1, phương trình (**) trở thành : 0y = 4

Phương trình trên vô nghiệm

Vậy hệ phương trình khi a = -1 vô nghiệm.

b) a = 0, phương trình (**) trở thành -3y = 1 ⇔ $y=\frac{-1}{3}$

Thay $y = \frac{-1}{3}$ vào (*) ta được x = 2.

Vậy hệ phương trình khi a = 0 có nghiệm duy nhất $\left(2; \frac{-1}{3}\right)$

c) a = 1, phương trình (**) trở thành: 0y = 0

Phương trình nghiệm đúng với mọi y.

Vậy hệ phương trình khi a = 1 có vô số nghiệm dạng (1 – 3y; y) (y ∈ R).

Cách 2

a) Thay a = -1 vào hệ phương trình ta được hệ phương trình mới:

$$(I)\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$$

Ta có (biểu diễn x theo y

từ phương trình thứ nhất):

$$(I) \leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 1 \\ 2(-3y + 1) + 6y = -2 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 1 \\ -6y + 2 + 6y = -2 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 1 \\ 0.y = -4 \ (vô\ lý) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm khi a= - 1.

b) Thay a = 0 vào hệ phương trình ta được hệ phương trình mới:

$$(II)\begin{cases}x+3y=1\\x+6y=0\end{cases}$$

Ta có (biểu diễn x theo y
từ phương trình thứ hai):

$$(II)\leftrightarrow\begin{cases}x+3y=1\\x=-6y\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}-6y+3y=1\\x=-6y\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}-3y=1\\x=-6y\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}y=-\dfrac{1}{3}\\x=2\end{cases}$$

Vậy với a= 0 hệ phương trình

có nghiệm duy nhất $(2;-\frac{1}{3})$

c) Thay a=1 vào hệ phương trình ta được hệ phương trình mới:

$$(III)\begin{cases}x+3y=1\\2x+6y=2\end{cases}$$

Ta có (biểu diễn x theo y
từ phương trình thứ nhất):

$$(III)\leftrightarrow\begin{cases}x=-3y+1\\2(-3y+1)+6y=2\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}x=-3y+1\\-6y+2+6y=2\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}x=-3y+1\\0.y=0\ \ (luôn\ đúng)\end{cases}$$

Vậy với a= 1 hệ phương trình có vô số nghiệm với nghiệm tổng quát là (-3y+1;y),(y ∈ R)

Kiến thức áp dụng

+ Giải hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ta làm như sau:

Bước 1: Từ một phương trình (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) ta được phương trình (*). Sau đó, ta thế (*) vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho phương trình thứ hai, phương trình (*) thay thế cho phương trình thứ nhất của hệ ta được hệ phương trình mới tương đương .

Bước 3: Giải hệ phương trình mới ta tìm được nghiệm của hệ phương trình.

+ Nếu xuất hiện phương trình dạng 0x = a (hoặc 0y = a) thì ta kết luận hệ phương trình vô nghiệm nếu a ≠ 0 hoặc hệ có vô số nghiệm nếu a = 0.

Bài 16 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 2): *Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:*

a) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 2x - y = -8 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases}$

Lời giải

Cách 1

a) $\begin{cases} 3x - y = 5 & (1) \\ 5x + 2y = 23 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta rút ra được y = 3x – 5 (*)

Thế (*) vào phương trình (2) ta được :

5x + 2(3x – 5) = 23 ⇔ 5x + 6x – 10 = 23 ⇔ 11x = 33 ⇔ x = 3.

Thay x = 3 vào (*) ta được y = 3.3 – 5 = 4.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (3 ; 4).

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 1 & (1) \\ 2x - y = -8 & (2) \end{cases}$

Từ (2) ta rút ra được y = 2x + 8 (*)

Thế (*) vào phương trình (1) ta được :

3x + 5(2x + 8) = 1 ⇔ 3x + 10x + 40 = 1 ⇔ 13x = -39 ⇔ x = -3.

Thay x = - 3 vào (*) ta được y = 2.(-3) + 8 = 2.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (-3 ; 2).

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} & (1) \\ x + y - 10 = 0 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta rút ra được $x = \frac{2}{3}y$ (*)

Thế (*) vào phương trình (2) ta được :

$$\frac{2}{3}y + y - 10 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{3}y = 10 \Leftrightarrow y = 6.$$

Thay y = 6 vào (*) ta được x = 4.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x ; y) = (4 ; 6).

Cách 2

$$a)\begin{cases}3x-y=5\\5x+2y=23\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}y=3x-5\\5x+2(3x-5)=23\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}y=3x-5\\5x+6x-10=23\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}y=3x-5\\11x=33\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}y=4\\x=3\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình

có nghiệm duy nhất (3;4)

$$b)\begin{cases}3x+5y=1\\2x-y=-8\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}3x+5y=1\\y=2x+8\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}3x+5(2x+8)=1\\y=2x+8\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}3x+10x+40=1\\y=2x+8\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}13x=-39\\y=2x+8\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=2\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình

có nghiệm duy nhất (-3;2)

$$c)\begin{cases}\dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3}\\ x+y-10=0\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}y\\ \dfrac{2}{3}y+y=10\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}y\\ \dfrac{5}{3}y=10\end{cases}$$

$$\leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}y\\ y=6\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=6\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình

có nghiệm duy nhất là (4;6)

Kiến thức áp dụng

+ Giải hệ phương trình $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ ta làm như sau:

Bước 1: Từ một phương trình (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) ta được phương trình (*). Sau đó, ta thế (*) vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho phương trình thứ hai, phương trình (*) thay thế cho phương trình thứ nhất của hệ ta được hệ phương trình mới tương đương .

Bước 3: Giải hệ phương trình mới ta tìm được nghiệm của hệ phương trình.

+ Nếu xuất hiện phương trình dạng 0x = a (hoặc 0y = a) thì ta kết luận hệ phương trình vô nghiệm nếu a ≠ 0 hoặc hệ có vô số nghiệm nếu a = 0.

Bài 17 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 2): *Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:*

a) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \left(\sqrt{2} - 1\right)x - y = \sqrt{2} \\ x + \left(\sqrt{2} + 1\right)y = 1 \end{cases}$.

Lời giải

Cách 1

a) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 & (1) \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} & (2) \end{cases}$

Từ (2) suy ra $x = -y\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (*)

Thế (*) vào (1) ta được :

$\left(-y\sqrt{3} + \sqrt{2}\right).\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1$

$\Leftrightarrow -y\sqrt{6} + 2 - y\sqrt{3} = 1$

$\Leftrightarrow -y(\sqrt{6} + \sqrt{3}) = -1$

$\Leftrightarrow y\left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right) = 1$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}$

Thay $y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}$ vào (*) ta được:

$x = -\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} + \sqrt{2} = 1.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(1;\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}\right)$.

b) $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{5} & (1) \\ x\sqrt{2}+y=1-\sqrt{10} & (2) \end{cases}$

Từ (1) rút ra được $x=2\sqrt{2}y+\sqrt{5}$ (*)

Thế (*) vào phương trình (2) ta được:

$\left(2\sqrt{2}y+\sqrt{5}\right).\sqrt{2}+y=1-\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow 4y+\sqrt{10}+y=1-\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow 5y=1-2\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow y=\dfrac{1-2\sqrt{10}}{5}$

Thay $y=\dfrac{1-2\sqrt{10}}{5}$ vào (*) ta được :

$x=2\sqrt{2}.\dfrac{1-2\sqrt{10}}{5}+\sqrt{5}=\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5};\dfrac{1-2\sqrt{10}}{5}\right)$

c) $\begin{cases} \left(\sqrt{2}-1\right)x - y = \sqrt{2} & (1) \\ x + \left(\sqrt{2}+1\right)y = 1 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta rút ra được

$y = \left(\sqrt{2}-1\right)x - \sqrt{2} \quad (*)$

Thế (*) vào phương trình (2) ta được :

$x + \left(\sqrt{2}+1\right).\left[\left(\sqrt{2}-1\right)x - \sqrt{2}\right] = 1$

$\Leftrightarrow x + x - 2 - \sqrt{2} = 1$

$\Leftrightarrow 2x = 3 + \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$

Thay $x = \dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$ vào (*) ta được

$y = \left(\sqrt{2}-1\right).\dfrac{3+\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} = \dfrac{-1}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}; \dfrac{-1}{2}\right)$

Cách 2

a) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x = -y\sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} (-y\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x = -y\sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} -y\sqrt{6} + 2 - y\sqrt{3} = 1 \\ x = -y\sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} -y(\sqrt{6} + \sqrt{3}) = -1 \\ x = -y\sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \\ x = -y\sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x = -\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} + \sqrt{2} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x = -(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{2} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình

có nghiệm duy nhất là $(1; \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3})$

b) $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{5} \\ (2\sqrt{2}y + \sqrt{5})\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{5} \\ 4y + \sqrt{10} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{5} \\ 5y = 1 - 2\sqrt{10} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{5} \\ y = \dfrac{1 - 2\sqrt{10}}{5} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}.\dfrac{1 - 2\sqrt{10}}{5} + \sqrt{5} \\ y = \dfrac{1 - 2\sqrt{10}}{5} \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}{5} \\ y = \dfrac{1 - 2\sqrt{10}}{5} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình

có nghiệm duy nhất là $\left(\frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5};\ \frac{1-2\sqrt{10}}{5}\right)$

c) $\begin{cases}(\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2}\\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1\end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}\\ x + (\sqrt{2}+1)[(\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}] = 1\end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}\\ x + (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)x - (\sqrt{2}+1).\sqrt{2} = 1\end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}\\ x + x - 2 - \sqrt{2} = 1\end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}\\ 2x = 3 + \sqrt{2}\end{cases}$

$$\leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} \\ x = \dfrac{3 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2} - 1).\dfrac{3 + \sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \\ x = \dfrac{3 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{3 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

duy nhất là $(\frac{3+\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2})$

Kiến thức áp dụng

Giải hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ta làm như sau:

Bước 1: Bước 1: Từ một phương trình (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) ta được phương trình (*). Sau đó, ta thế (*) vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho phương trình thứ hai, phương trình (*) thay thế cho phương trình thứ nhất của hệ ta được hệ phương trình mới tương đương .

Bước 3: Giải hệ phương trình mới ta tìm được nghiệm của hệ phương trình.

Bài 18 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 2): a) Xác định các hệ số a và b, biết rằng hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ có nghiệm (1 ; -2).

b) Cũng hỏi như vậy nếu phương trình có nghiệm là (√2 - 1; √2)

Lời giải

a) Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ có nghiệm (1 ; -2) khi và chỉ khi (1;-2) thỏa mãn hệ phương trình. Thay x = 1, y = -2 vào hệ phương trình ta được:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2.1 + b.(-2) = -4 \\ b.1 - a.(-2) = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2b = -4 \\ b + 2a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b = -6 \\ 2a = -b - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -\dfrac{b+5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -4 \end{cases}$$

Vậy với a = -4 và b = 3 thì hệ phương trình nhận (1; -2) là nghiệm.

b) Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ có nghiệm (√2 - 1; √2)khi và chỉ khi (√2 - 1; √2)thỏa mãn hệ phương trình.Thay (√2 - 1; √2)vào hệ phương trình ta được:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2.(\sqrt{2}-1)+b.\sqrt{2}=-4 \\ b.(\sqrt{2}-1)-a.\sqrt{2}=-5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b\sqrt{2}=-2\sqrt{2}-2 \\ a\sqrt{2}=b(\sqrt{2}-1)+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=-2-\sqrt{2} \\ a=\dfrac{(-\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-1)+5}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=-2-\sqrt{2} \\ a=\dfrac{-2+5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Vậy $a=\dfrac{-2+5\sqrt{2}}{2}$; $b=-2-\sqrt{2}$

Bài 19 (trang 16 SGK Toán 9 Tập 2): Biết rằng: *Đa thức P(x) chia hết cho đa thức x – a khi và chỉ khi P(a) = 0.* Hãy tìm các giá trị của m và n sao cho đa thức sau đồng thời chia hết cho x + 1 và x – 3:

$P(x) = mx^3 + (m – 2)x^2 – (3n – 5)x – 4n$

Lời giải

+ P(x) chia hết cho x + 1

⇔ P(-1) = 0

⇔ $m.(-1)^3 + (m – 2)(-1)^2 – (3n – 5).(-1) – 4n = 0$

⇔ -m + m – 2 + 3n – 5 – 4n = 0

⇔ -n – 7 = 0

⇔ n = -7 (1)

+ P(x) chia hết cho x – 3

⇔ P(3) = 0

⇔ $m.3^3 + (m - 2).3^2 - (3n - 5).3 - 4n = 0$

⇔ 27m + 9m – 18 – 9n + 15 – 4n = 0

⇔ 36m – 13n = 3 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} n = -7 \\ 36m - 13n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -7 \\ m = -\dfrac{22}{9} \end{cases}$$

Vậy $m = \dfrac{-22}{9}$ và $n = -7$.

Lý thuyết trọng tâm:

I. Quy tắc thế

Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc thế gồm hai bước sau:

+ **Bước 1:** Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

+ **Bước 2:** Dùng phương trình mới để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (và giữ nguyên phương trình thứ nhất).

II. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Tóm tắt cách giải:

+ **Bước 1:** Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.

+ **Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

III. Chú ý khi giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Nếu thấy xuất hiện phương trình có các hệ số của hai ẩn đều bằng 0 thì hệ phương trình đã cho có thể có vô số nghiệm hoặc vô nghiệm.