

ÔN TẬP CHƯƠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH. HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1 (trang 70 SGK Đại số 10):

Khi nào hai phương trình được gọi là tương đương ? Cho ví dụ.

Hướng dẫn giải chi tiết:

- Hai phương trình có cùng tập nghiệm thì tương đương nhau.

- Ví dụ hai phương trình:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ và } (x - 1)(x - 2)(x^2 + x + 1) = 0$$

là hai phương trình tương đương vì chúng có cùng tập nghiệm là $\{1, 2\}$.

Bài 2 (trang 70 SGK Đại số 10):

Thế nào là phương trình hệ quả ? Cho ví dụ.

Hướng dẫn giải chi tiết:

Phương trình (a) có tập nghiệm là S_1

Phương trình (b) có tập nghiệm là S_2

Nếu $S_1 \subset S_2$ thì ta nói (b) là phương trình hệ quả của phương trình (a), kí hiệu: $(a) \Rightarrow (b)$

Ví dụ : Phương trình $x + 1 = 0$ có tập nghiệm là $S_1 = \{-1\}$

phương trình $x^2 - x - 2 = 0$ có tập nghiệm là $S_2 = \{-1; 2\}$

Ta có: $S_1 \subset S_2$ nên phương trình $x^2 - x - 2 = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $x + 1 = 0$, kí hiệu:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0.$$

Bài 3 (trang 70 SGK Đại số 10):

Giải các phương trình

a) $\sqrt{x-5} + x = \sqrt{x-5} + 6$; b) $\sqrt{1-x} + x = \sqrt{x-1} + 2$

c) $\frac{x^2}{\sqrt{x-2}} = \frac{8}{\sqrt{x-2}}$; d) $3 + \sqrt{2-x} = 4x^2 - x + \sqrt{x-3}$

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Điều kiện: $x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

$$\sqrt{x-5} + x = \sqrt{x-5} + 6$$

$\Leftrightarrow x = 6$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = 6$

b) Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Xét $x = 1$: VT (2) = 1; VP (2) = 2.

Vậy $x = 1$ không phải nghiệm của (2) nên phương trình (2) vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c)

Điều kiện xác định: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Khi đó (3) $\Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = -2\sqrt{2}$ (không t/m đkxđ)

hoặc $x = 2\sqrt{2}$ (t/m đkxđ)

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = 2\sqrt{2}$.

d) Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Bài 4 (trang 70 SGK Đại số 10): Giải các phương trình

$$a) \frac{3x+4}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{4}{x^2-4} + 3$$

$$b) \frac{3x^2-2x+3}{2x-1} = \frac{3x-5}{2}$$

$$c) \sqrt{x^2-4} = x-1$$

Lời giải:

$$a) \frac{3x+4}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{4}{x^2-4} + 3 \quad (1)$$

Điều kiện xác định :

$$\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

Quy đồng và bỏ mẫu chung ta được:

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow (3x+4)(x+2) - (x-2) = 4 + 3(x^2-4)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 4x + 8 - x + 2 = 4 + 3x^2 - 12$$

$$\Leftrightarrow 9x = -18$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ (không thỏa mãn đkxd)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

$$b) \frac{3x^2-2x+3}{2x-1} = \frac{3x-5}{2} \quad (2)$$

Điều kiện xác định: $2x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1/2$.

Quy đồng và bỏ mẫu chung ta được:

$$\text{Phương trình (2)} \Leftrightarrow 2(3x^2-2x+3) = (2x-1)(3x-5)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 4x + 6 = 6x^2 - 10x - 3x + 5$$

$$\Leftrightarrow 9x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -1/9 \text{ (thỏa mãn đkxđ)}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -1/9$.

$$\text{c) } \sqrt{x^2 - 4} = x - 1 \quad (3)$$

Điều kiện xác định $x^2 - 4 \geq 0$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$(3) \Rightarrow x^2 - 4 = (x - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = 5/2 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Thử lại thấy $x = 5/2$ là nghiệm của phương trình (3).

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 5/2$.

Bài 5 (trang 70 SGK Đại số 10): Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} -2x + 5y = 9 \\ 4x + 2y = 11 \end{cases} ;$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} ;$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x + 3y = 15 \\ 4x - 5y = 6 \end{cases}$$

Lời giải:

a) (nhân pt1 với 2 rồi cộng với pt2 để giản ước x)

$$\begin{cases} -2x + 5y = 9 \\ 4x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 10y = 18 \\ 4x + 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12y = 29 \\ 4x + 2y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{29}{12} \\ 4x + 2 \cdot \frac{29}{12} = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{29}{12} \\ x = 11 - \frac{29}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{29}{12} \\ x = \frac{37}{24} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là:

$$(x ; y) = \left(\frac{37}{24} ; \frac{29}{12} \right)$$

b) (nhân pt2 với 2 rồi cộng với pt1 để giản ước y)

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 10x - 4y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 13x = 26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 2 + 4y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là:

$$(x ; y) = \left(2 ; \frac{3}{2} \right)$$

c) (nhân pt1 với 2, pt2 với 3 rồi cộng để giản ước y)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ 9x + 6y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ 13x = 34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot \frac{34}{13} - 6y = 10 \\ x = \frac{34}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = \frac{136}{13} - 10 \\ x = \frac{34}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{13} \\ x = \frac{34}{13} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là:

$$(x ; y) = \left(\frac{34}{13} ; \frac{1}{13} \right)$$

d) (nhân pt1 với 5, pt2 với 3 rồi cộng để giản ước y)

$$\begin{cases} 5x + 3y = 15 \\ 4x - 5y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 15y = 75 \\ 12x - 15y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 37x = 93 \\ 12x - 15y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{93}{37} \\ 4x - 5y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{93}{37} \\ 4 \cdot \frac{93}{37} - 5y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{93}{37} \\ 5y = \frac{372}{37} - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{93}{37} \\ y = \frac{30}{37} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là:

$$(x ; y) = \left(\frac{93}{37} ; \frac{30}{37} \right)$$

Bài 6 (trang 70 SGK Đại số 10): Hai công nhân được giao việc sơn một bức tường. Sau khi người thứ nhất làm được 7 giờ và người thứ hai làm được 4 giờ thì họ sơn được $\frac{5}{9}$ bức tường. Sau đó họ cùng làm việc với nhau trong 4 giờ nữa thì chỉ còn lại $\frac{1}{18}$ bức tường chưa sơn. Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì sau bao nhiêu giờ mỗi người mới sơn xong bức tường ?

Lời giải:

Gọi t_1 (giờ) là thời gian người thứ nhất sơn xong bức tường,

t_2 (giờ) là thời gian người thứ hai sơn xong bức tường.

(Điều kiện: $t_1 > 0$; $t_2 > 0$)

+ Trong một giờ:

Người thứ nhất sơn được $\frac{1}{t_1}$ bức tường

Người thứ hai sơn được $\frac{1}{t_2}$ bức tường

+ Người thứ nhất làm trong 7 giờ và người thứ hai làm trong 4 giờ thì họ sơn được $\frac{5}{9}$

bức tường nên ta có: $7 \cdot \frac{1}{t_1} + 4 \cdot \frac{1}{t_2} = \frac{5}{9}$

+ Sau đó họ cùng làm việc với nhau trong 4 giờ nữa, nghĩa là người thứ nhất làm trong $7 + 4 = 11$ giờ và người thứ hai làm trong $4 + 4 = 8$ giờ.

Khi đó họ còn $\frac{1}{18}$ bức tường chưa sơn nghĩa là họ đã sơn được $\frac{17}{18}$ bức tường.

$$11 \cdot \frac{1}{t_1} + 8 \cdot \frac{1}{t_2} = \frac{17}{18}$$

Ta có phương trình

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 7 \cdot \frac{1}{t_1} + 4 \cdot \frac{1}{t_2} = \frac{5}{9} \\ 11 \cdot \frac{1}{t_1} + 8 \cdot \frac{1}{t_2} = \frac{17}{18} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{t_1} = x$; $\frac{1}{t_2} = y$, khi đó hệ phương trình trở thành
$$\begin{cases} 7x + 4y = \frac{5}{9} \\ 11x + 8y = \frac{17}{18} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$x = \frac{1}{18}; y = \frac{1}{24} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{x} = 18; t_2 = \frac{1}{y} = 24$$

Vậy nếu mỗi người làm riêng thì người thứ nhất sơn xong bức tường trong 18 giờ, người thứ hai sơn xong bức tường trong 24 giờ.

Bài 7 (trang 70 SGK Đại số 10): Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ -4x + 5y + 3z = 6 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases} ; \quad \text{b) } \begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ -2x + 3y + z = -6 \\ 3x + 8y - z = 12 \end{cases}$$

Lời giải:

a)

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -7 & (1) \\ -4x + 5y + 3z = 6 & (2) \\ x + 2y - 2z = 5 & (3) \end{cases}$$

Đưa hệ phương trình về hệ dạng tam giác bằng cách khử dần các ẩn.

Nhân phương trình (1) với 2 rồi cộng với phương trình (2) và nhân phương trình (3) với 4 rồi cộng với phương trình (2) ta được:

$$\text{Hệ} \Leftrightarrow \begin{cases} -y + 5z = -8 \\ 13y - 5z = 26 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12y = 18 \\ -y + 5z = -8 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ z = \frac{-13}{10} \\ x = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

$$(x; y; z) = \left(\frac{-3}{5}; \frac{3}{2}; \frac{-13}{10} \right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

b)

$$\begin{cases} x + 4y - 2z = 1 & (1) \\ -2x + 3y + z = -6 & (2) \\ 3x + 8y - z = 12 & (3) \end{cases}$$

Đưa hệ phương trình về dạng hệ tam giác bằng cách khử dần các ẩn.

Nhân phương trình (2) với 2 rồi cộng với phương trình (1) và cộng phương trình (2) với phương trình (3) ta được:

$$\begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ -3x + 10y = -11 \\ x + 11y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ -3x + 10y = -11 \\ 3x + 33y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ x + 11y = 6 \\ 43y = 7 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được

$$y = \frac{7}{43}; x = 6 - 11y = \frac{181}{43};$$

$$z = \frac{x + 4y - 1}{2} = \frac{83}{43}.$$

$$(x; y; z) = \left(\frac{181}{43}; \frac{7}{43}; \frac{83}{43} \right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm