BÀI: ÔN TẬP CHƯƠNG 2

Bài 1 (trang 90 SGK Giải tích 12):

Hãy nêu các tính chất của lũy thừa với số mũ thực

Hướng dẫn giải chi tiết:

Tính chất của lũy thừa với số mũ thực:

Cho a, b là những số thực dương; α,β là những số thực tùy ý. Khi đó ta có:

$+\ a^{\alpha}.a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$;

$+\ \dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$;

$+\ \left(a^{\alpha}\right)^{\beta} = a^{\alpha.\beta}$;

$+\ (ab)^{\alpha} = a^{\alpha}.b^{\alpha}$;

$+\ \left(\dfrac{a}{b}\right)^{\alpha} = \dfrac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}$;

+ Nếu $a > 1$ thì $a^{\alpha} > a^{\beta} \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

+ Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{\alpha} > a^{\beta} \Leftrightarrow \alpha < \beta$

Bài 2 (trang 90 SGK Giải tích 12):

Hãy nêu các tính chất của hàm lũy thừa

Hướng dẫn giải chi tiết:

Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
Đạo hàm	$y' = \alpha.x^{\alpha-1}$	$y' = \alpha.x^{\alpha-1}$
Chiều biến thiên	Hàm số luôn đồng biến	Hàm số luôn nghịch biến
Tiệm cận	Không có	Tiệm cận ngang là Ox Tiệm cận đứng là Oy
Đồ thị	Đồ thị luôn đi qua điểm $(1, 1)$	

Bài 3 (trang 90 SGK Giải tích 12):

Hãy nêu các tính chất của hàm số mũ và hàm số logarit.

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Hàm số mũ: $y = a^x$

- Tập xác định: D = R.

- Chiều biến thiên:

+ $y = a^x.\ln a$

$a > 1 \Rightarrow y' > 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên R.

$0 < a < 1 \Rightarrow y' < 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên R.

+ Tiệm cận: $\lim_{x \to -\infty} y = 0$

$\Rightarrow$ y = 0 (trục Ox) là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- Đồ thị:

+ Đồ thị đi qua (0; 1) và (1; a).

+ Đồ thị nằm phía trên trục hoành.

b) Hàm số logarit: $y = \log_a x$

- Tập xác định: D = (0; +∞).

- Chiều biến thiên:

+ $y' = \frac{1}{x.\ln a}$

$a > 1 \Rightarrow y' > 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên D.

$0 < a < 1 \Rightarrow y' < 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên D.

+ Tiệm cận: $\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty$

$\Rightarrow x = 0$ (trục Oy) là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- Đồ thị:

+ Đồ thị hàm số đi qua (1; 0) và (a; 1).

+ Đồ thị nằm bên phải trục tung.

Bài 4 (trang 90 SGK Giải tích 12):

Tìm tập xác định của hàm số:

a) $y = \frac{1}{3^x - 3}$;

b) $y = \log \frac{x-1}{2x-3}$;

c) $y = \log \sqrt{x^2 - x - 12}$;

d) $y = \sqrt{25^x - 5^x}$.

Hướng dẫn giải chi tiết:

a) Hàm số $y = \frac{1}{3^x - 3}$ xác định

$\Leftrightarrow 3^x - 3 \neq 0$

$\Leftrightarrow 3^x \neq 3$

$\Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy hàm số có tập xác định:

$D = R \backslash \{1\}$.

b) Hàm số $y = \log \frac{x-1}{2x-3}$ xác định

$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2x-3} > 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(2x-3) > 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \frac{3}{2} \\ x < 1 \end{array}\right.$

Vậy hàm số có tập xác định:

$D = (-\infty;1) \cup \left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

c) $y = \log\sqrt{x^2 - x - 12}$ xác định

$\Leftrightarrow x^2 - x - 12 > 0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-4) > 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -3 \\ x > 4 \end{array}\right.$

Vậy hàm số có tập xác định

$D = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

d) Hàm số $y = \sqrt{25^x - 5^x}$ xác định

$\Leftrightarrow 25^x - 5^x \geq 0$

$\Leftrightarrow 5^x\left(5^x - 1\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow 5^x - 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow 5^x \geq 1$

$\Leftrightarrow x \geq 0.$

Vậy hàm số có tập xác định:

$D = [0; +\infty)$.

Bài 5 (trang 90 SGK Giải tích 12):

Biết $4^x + 4^{-x} = 23$. Hãy tính $2^x + 2^{-x}$

Hướng dẫn giải chi tiết:

$(2^x + 2^{-x})^2$

$= 2^{2x} + 2.2^x.2^{-x} + 2^{-2x}$

$= 4^x + 2 + 4^{-x}$

$= (4^x + 4^{-x}) + 2 = 23 + 2$

$= 25$

Mà $2^x + 2^{-x} > 0$

$\Rightarrow 2^x + 2^{-x} = 5$

Bài 6 (trang 90 SGK Giải tích 12): Cho $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$

Hãy tính $\log_a x$ với:

a) $x = a^3b^2\sqrt{c}$;

b) $x = \dfrac{a^4\sqrt[3]{b}}{c^3}$.

Lời giải:

a) Ta có: $\log_a x = \log_a(a^3b^2\sqrt{c})$

$= \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a\sqrt{c}$

$= 3 + 2\log_a b + \dfrac{1}{2}\log_a c$

$= 3 + 2.3 - 1 = 8$

b) $\log_a \dfrac{a^4\sqrt[3]{b}}{c^3}$

$= \log_a a^4 + \log_a \sqrt[3]{b} - \log_a c^3$

$= 4 + \dfrac{1}{3}\log_a b - 3.\log_a c$

$= 4 + \dfrac{1}{3}.3 - 3.(-2)$

$= 11.$

Kiến thức áp dụng

$+ \log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$

$+ \log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

$+ \log_a b^\alpha = \alpha.\log_a b.$

Bài 7 (trang 90 SGK Giải tích 12): Giải các phương trình:

a) $3^{x+4}+3.5^{x+3}=5^{x+4}+3^{x+3}$;

b) $25^x-6.5^x+5=0$;

c) $4.9^x+12^x-3.16^x=0$;

d) $\log_7(x-1).\log_7 x=\log_7 x$;

e) $\log_3 x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} x=6$;

f) $\log\dfrac{x+8}{x-1}=\log x$.

Lời giải:

a) $3^{x+4}+3.5^{x+3}=5^{x+4}+3^{x+3}$

$\Leftrightarrow 3^{x+3}.3-3^{x+3}=5^{x+3}.5-3.5^{x+3}$

$\Leftrightarrow 2.3^{x+3}=2.5^{x+3}$

$\Leftrightarrow 3^{x+3}=5^{x+3}$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{5}\right)^{x+3}=1$

$\Leftrightarrow x+3=0$

$\Leftrightarrow x=-3$.

Vậy phương trình có nghiệm x = -3.

b) $25^x - 6.5^x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \left(5^x\right)^2 - 6.5^x + 5 = 0$

(Phương trình bậc hai ẩn 5^x)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x = 5 \\ 5^x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm:

$S = \{0; 1\}$.

c) $4.9^x + 12^x - 3.16^x = 0$

$\Leftrightarrow 4.\dfrac{9^x}{16^x} + \dfrac{12^x}{16^x} - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 4.\left(\dfrac{9}{16}\right)^x + \left(\dfrac{3}{4}\right)^x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 4.\left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^x\right]^2 + \left(\dfrac{3}{4}\right)^x - 3 = 0$

(Phương trình bậc hai ẩn $\left(\frac{3}{4}\right)^x$).

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{3}{4} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^x = -1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{3}{4}$$

$\Leftrightarrow x = 1.$

d) Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_7(x-1).\log_7 x = \log_7 x$$

$$\Leftrightarrow \log_7(x-1).\log_7 x - \log_7 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_7 x.\left[\log_7(x-1) - 1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_7 x = 0 \\ \log_7(x-1) - 1 = 0 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_7 x = 0 \\ \log_7 (x-1) = 1 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x - 1 = 7 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1\ (L) \\ x = 8\ \ (t.m) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm x = 8.

e) Điều kiện: x > 0.

$\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

$\Leftrightarrow \log_3 x + \log_{3^{\frac{1}{2}}} x + \log_{3^{-1}} x = 6$

$\Leftrightarrow \log_3 x + 2\log_3 x - \log_3 x = 6$

$\Leftrightarrow 2\log_3 x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x = 3$

$\Leftrightarrow x = 27.$

Vậy phương trình có nghiệm x = 27.

f) Điều kiện: $x > 1$.

$$\log\frac{x+8}{x-1} = \log x$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+8}{x-1} = x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = x + 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -2 & (L) \\ x = 4 & (t.m) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm x = 4.

Bài 8 (trang 90 SGK Giải tích 12): Giải các bất phương trình:

a) $2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448$;

b) $(0,4)^x - (2,5)^{x+1} > 1,5$;

c) $\log_3\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 1\right)\right] < 1$;

d) $\log_{0,2}^2 x - 5.\log_{0,2} x < -6$.

Lời giải:

a) $2^{2x-1}+2^{2x-2}+2^{2x-3}\ge 448$

$\Leftrightarrow 2^{2x-3}.2^2+2^{2x-3}.2+2^{2x-3}\ge 448$

$\Leftrightarrow 2^{2x-3}.\left(2^2+2+1\right)\ge 448$

$\Leftrightarrow 2^{2x-3}\ge 64$

$\Leftrightarrow 2x-3\ge \log_2 64$

$\Leftrightarrow 2x-3\ge 6$

$\Leftrightarrow x\ge \frac{9}{2}.$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S=\left[\frac{9}{2};+\infty\right)$

b) $(0,4)^x - (2,5)^{x+1} > 1,5$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x - \left(\frac{5}{2}\right)^{x+1} > 1,5$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x - \frac{5}{2}.\left(\frac{5}{2}\right)^x > 1,5$

Đặt $t = \left(\frac{2}{5}\right)^x > 0$, BPT trở thành:

$t - \frac{5}{2}.\frac{1}{t} > 1,5$

$\Leftrightarrow t^2 - 1,5t - \frac{5}{2} > 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t > \frac{5}{2} \\ t < -1 (loai) \end{array}\right.$.

Suy ra, $\left(\frac{2}{5}\right)^x > \frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{5}{2}\right)$

$\Leftrightarrow x < -1.$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm (-∞; -1)

c) Điều kiện

$$\begin{cases} x^2-1>0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \\ x^2-1<\left(\frac{1}{2}\right)^0=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(-\sqrt{2};-1\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)$$

$$\log_3\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)\right]<1$$

$$\Leftrightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3<x^2-1<1 \Leftrightarrow \frac{1}{8}<x^2-1<1$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{8}<x^2<2$$

Hay $\begin{cases} \frac{9}{8}<x^2 \\ x^2<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<\frac{-3\sqrt{2}}{4} \\ x>\frac{3\sqrt{2}}{4} \end{array}\right. \\ -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow x\in\left(-\sqrt{2};\frac{-3\sqrt{2}}{4}\right)\cup\left(\frac{3\sqrt{2}}{4};\sqrt{2}\right)$$

Kết hợp với điều kiện, vậy bất phương trình có tập nghiệm:

$S=\left(-\sqrt{2};\frac{-3\sqrt{2}}{4}\right)\cup\left(\frac{3\sqrt{2}}{4};\sqrt{2}\right)$

d) Điều kiện: x > 0

$\log_{0,2}^2 x - 5.\log_{0,2} x < -6$

$\Leftrightarrow \left(\log_{0,2} x\right)^2 - 5.\log_{0,2} x + 6 < 0$

$\Leftrightarrow\ 2 < \log_{0,2} x < 3$

$\Leftrightarrow 0,2^3 < x < 0,2^2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{125} < x < \frac{1}{25}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $\left(\frac{1}{125};\frac{1}{25}\right)$

LUYỆN TẬP:

Bài 1 (trang 91 SGK Giải tích 12): Tìm tập xác định của hàm số $y=\log\frac{x-2}{1-x}$

(A). (–∞; 1) ∪ (2; +∞).

(B). (1; 2).

(C). R\{1}.

(D). R\ {1; 2}.

Lời giải:

Hàm $y = \log\dfrac{x-2}{1-x}$ xác định

$\Leftrightarrow \dfrac{x-2}{1-x} > 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(1-x) > 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1) < 0$

$\Leftrightarrow 1 < x < 2.$

Bài 2 (trang 91 SGK Giải tích 12): Chọn phương án đúng:

(A). $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1.$

(B). $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$

(C). $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0.$

(D). $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0.$

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Vì $0 < \dfrac{1}{3} < 1$

nên $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow 0 < a < b.$

Bài 3 (trang 91 SGK Giải tích 12): Cho hàm số f(x) = ln(4x-x^2). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. f’(2) = 1

B. f’(2)= 0

C. f’(5) = 1,2

D. f’(-1)= -1,2

Lời giải:

Chọn đáp án B.

Điều kiện xác định: $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x(4 - x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

$$f'(x) = \frac{\left(4x - x^2\right)'}{4x - x^2} = \frac{4 - 2x}{4x - x^2}$$

Do đó f'(2) = 0;

f'(5) và f'(-1) không tồn tại.

Bài 4 (trang 91 SGK Giải tích 12): Cho hàm số g(x) = $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 7\right)$

Nghiệm của bất phương trình g(x) > 0 là:

A. x > 3

B. x < 2 hoặc x > 3

C. 2 < x < 3

D. x < 2.

Lời giải:

Chọn đáp án C.

Điều kiện: $x^2 - 5x + 7 > 0$ (Đúng với mọi x).

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 7\right) > 0$$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$

$\Leftrightarrow 2 < x < 3.$

Bài 5 (trang 91 SGK Giải tích 12): Trong các hàm số:

$f\left(x\right)=\ln\frac{1}{\sin x}$;

$g\left(x\right)=\ln\frac{1+\sin x}{\cos x}$;

$h\left(x\right)=\ln\frac{1}{\cos x}$

hàm số nào có đạo hàm là $\frac{1}{\cos x}$?

A. f(x) B. g(x)

C. h(x) D. g(x) và h(x)

Lời giải:

$$=\frac{\cos x.\cos x+\left(1+\sin x\right).\sin x}{\cos^2 x}$$

Chọn đáp án B.

$$=\frac{\cos^2 x+\sin x+\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$+\ f'\left(x\right)=\left(\frac{1}{\sin x}\right)'.\frac{1}{\frac{1}{\sin x}}$$

$$=\frac{1+\sin x}{\cos^2 x}.$$

$$=\sin x.\left(\frac{1}{\sin x}\right)'$$

$$\Rightarrow g'\left(x\right)=\left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right)'.\frac{\cos x}{1+\sin x}$$

$$=\sin x.\frac{-\left(\sin x\right)'}{\sin^2 x}=\frac{-\cos x}{\sin x}$$

$$=\frac{1+\sin x}{\cos^2 x}.\frac{\cos x}{1+\sin x}=\frac{1}{\cos x}.$$

$$+\left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right)'$$

$$+\ h'\left(x\right)=\left(\frac{1}{\cos x}\right)'.\cos x$$

$$=\frac{\left(1+\sin x\right)'.\cos x-\left(1+\sin x\right).\left(\cos x\right)'}{\cos^2 x}=\frac{\sin x}{\cos^2 x}.\cos x=\frac{\sin x}{\cos x}.$$

Bài 6 (trang 91 SGK Giải tích 12): Số nghiệm của phương trình $2^{2x2}-7x-5=1$

(A). 0; (B). 1; (C). 2; (D) 3.

Lời giải:

Chọn đáp án C.

$2^{2x^2-7x+5}=1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Bài 7 (trang 91 SGK Giải tích 12): Nghiệm của phương trình $10^{\log 9} = 8x + 5$

(A). 0; (B). $\dfrac{1}{2}$;

(C) $\dfrac{5}{8}$; (D). $\dfrac{7}{4}$.

Lời giải:

Chọn đáp án B.

$10^{\log 9}=8x+5$

$\Leftrightarrow 10^{\log_{10} 9}=8x+5$

$\Leftrightarrow 9 = 8x + 5$

$\Leftrightarrow 8x = 4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.