

## BÀI 3: RÚT GỌN PHÂN THỨC

### BÀI TẬP:

Câu hỏi trang 38:

Cho phân thức:  $\frac{4x^3}{10x^2y}$

- Tìm nhân tử chung của cả tử và mẫu.
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

Lời giải

- Nhân tử chung của cả tử và mẫu:  $2x^2$

$$\frac{4x^3}{10x^2y} = \frac{4x^3 : 2x^2}{10x^2y : 2x^2} = \frac{2x}{5y}$$

Trả lời câu hỏi 1 trang 39:

Cho phân thức:  $\frac{5x + 10}{25x^2 + 50x}$

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi tìm nhân tử chung của chúng.
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

Lời giải

$$a) 5x + 10 = 5(x + 2)$$

$$25x^2 + 50x = 25x(x + 2)$$

⇒ Nhân tử chung của chúng là:  $5(x + 2)$

b)

$$\frac{5x + 10}{25x^2 + 50x} = \frac{(5x + 10):5(x + 2)}{(25x^2 + 50x):5(x + 2)}$$

$$= \frac{5(x + 2):5(x + 2)}{25x(x + 2):5(x + 2)} = \frac{1}{5x}$$

**Trả lời câu hỏi 2 trang 39:**

Rút gọn phân thức:

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{5x^3 + 5x^2}$$

**Lời giải:**

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{5x^3 + 5x^2} = \frac{(x + 1)^2}{5x^2(x + 1)} = \frac{x + 1}{5x^2}$$

**Trả lời câu hỏi 3 trang 39:**

Rút gọn phân thức :

$$\frac{3(x - y)}{y - x}$$

**Lời giải:**

$$\frac{3(x - y)}{y - x} = \frac{-3(y - x)}{y - x} = -3$$

**Bài 7 (trang 39 SGK Toán 8 Tập 1):**

Rút gọn phân thức:

a)  $\frac{6x^2y^2}{8xy^5}$  ;

b)  $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}$  ;

c)  $\frac{2x^2+2x}{x+1}$  ;

d)  $\frac{x^2-xy-x+y}{x^2+xy-x-y}$  .

**Lời giải:**

a)  $\frac{6x^2y^2}{8xy^5} = \frac{3x \cdot 2xy^2}{4y^3 \cdot 2xy^2}$

(Rút gọn nhân tử chung là  $2xy^2$ )

$$= \frac{3x}{4y^3}$$

b)  $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3} = \frac{5xy(x+y) \cdot 2y}{5xy(x+y) \cdot 3(x+y)^2}$

(Rút gọn nhân tử chung là  $5xy(x+y)$ )

$$= \frac{2y}{3(x+y)^2}$$

c)  $\frac{2x^2+2x}{x+1} = \frac{2x \cdot (x+1)}{x+1}$

(Rút gọn nhân tử chung là  $x+1$ )

$$= 2x$$

d)

+ Phân tích tử số thành nhân tử :

$$x^2 - xy - x + y = (x^2 - xy) - (x - y) = x \cdot (x - y) - (x - y) = (x - 1)(x - y)$$

+ Phân tích mẫu số thành nhân tử :

$$x^2 + xy - x - y = (x^2 + xy) - (x + y) = x(x + y) - (x + y) = (x - 1)(x + y)$$

Do đó ta có :

$$\frac{x^2 - xy - x + y}{x^2 + xy - x - y} = \frac{(x-1)(x-y)}{(x-1)(x+y)} \quad (\text{Rút gọn nhân tử chung } x-1)$$

$$= \frac{x-y}{x+y}$$

### Kiến thức áp dụng

Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :

+ Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.

+ Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

### Bài 8 (trang 40 SGK Toán 8 Tập 1):

Trong tờ nháp của một bạn có ghi một số phép rút gọn phân thức như hình sau:

a)  $\frac{3xy}{9y} = \frac{x}{3}$  ;

b)  $\frac{3xy+3}{9y+3} = \frac{x}{3}$  ;

c)  $\frac{3xy+3}{9y+9} = \frac{x+1}{3+3} = \frac{x+1}{6}$  ;

d)  $\frac{3xy+3x}{9y+9} = \frac{x}{3}$ .

Theo em câu nào đúng, câu nào sai? Em hãy giải thích.

### Lời giải:

a) Đúng vì rút gọn cả tử và mẫu cho 3y

$$\frac{3xy}{9y} = \frac{x \cdot 3y}{3 \cdot 3y} = \frac{x}{3}$$

b) Sai vì

$$(3xy + 3).3 = 3xy.3 + 3.3 = 9xy + 9$$

$$(9y + 3).x = 9y.x + 3.x = 9xy + 3x$$

Do đó  $(3xy + 3).3 \neq (9y + 3).x$

$$\Rightarrow \frac{3xy + 3}{9y + 3} \neq \frac{x}{3}$$

c) Sai.

Ta so sánh :  $\frac{3xy + 3}{9y + 9}$  và  $\frac{x + 1}{6}$

Ta có:  $(3xy + 3).6 = 3xy.6 + 3.6 = 18xy + 18$

Và  $(9x + 9).(x + 1) = 9xy + 9y + 9x + 9$

Do đó  $(3xy + 3).6 \neq (9x + 9).(x + 1)$

$$\Rightarrow \frac{3xy + 3}{9y + 9} \neq \frac{x + 1}{6}$$

d) Đúng vì:

$$\frac{3xy + 3x}{9y + 9} = \frac{x.(3y + 3)}{3.(3y + 3)} = \frac{x}{3}$$

(Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung  $3y + 3$ ).

### Kiến thức áp dụng

Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :

+ Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.

+ Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

**Bài 9 (trang 40 SGK Toán 8 Tập 1):**

Áp dụng qui tắc đổi dấu rồi rút gọn phân thức:

$$a) \frac{36(x-2)^3}{32-16x};$$

$$b) \frac{x^2-xy}{5y^2-5xy}.$$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} a) \frac{36(x-2)^3}{32-16x} \\ = -\frac{36(x-2)^3}{-(32-16x)} \end{aligned}$$

(Áp dụng quy tắc đổi dấu)

$$\begin{aligned} = \frac{-36 \cdot (x-2)^3}{16x-32} \\ = \frac{-36(x-2)^3}{16 \cdot (x-2)} \end{aligned}$$

(Phân tích tử và mẫu thành nhân tử)

$$\begin{aligned} = \frac{-9 \cdot (x-2)^2 \cdot 4(x-2)}{4 \cdot 4(x-2)} \\ = \frac{-9(x-2)^2}{4} \end{aligned}$$

(Rút gọn nhân tử chung là  $4(x - 2)$ )

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{x^2 - xy}{5y^2 - 5xy} \\ &= -\frac{x^2 - xy}{-(5y^2 - 5xy)} \end{aligned}$$

(Áp dụng quy tắc đổi dấu)

$$\begin{aligned} &= -\frac{x^2 - xy}{5xy - 5y^2} \\ &= -\frac{x(x - y)}{5y(x - y)} \end{aligned}$$

(Phân tích tử và mẫu thành nhân tử)

$$= \frac{-x}{5y}$$

(Rút gọn nhân tử chung là  $x - y$ ).

### Kiến thức áp dụng

$$\text{Quy tắc đổi dấu: } \frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$$

Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :

- + Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.
- + Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

**Bài 10 (trang 40 SGK Toán 8 Tập 1):** Đố. Đố em rút gọn được phân thức:

$$\frac{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$$

**Lời giải:**

Phân tích tử số thành nhân tử:

$$\begin{aligned} & x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \\ &= (x^7 + x^6) + (x^5 + x^4) + (x^3 + x^2) + (x + 1) \\ &= x^6(x + 1) + x^4(x + 1) + x^2(x + 1) + (x + 1) \\ &= (x^6 + x^4 + x^2 + 1)(x + 1) \end{aligned}$$

Phân tích mẫu số thành nhân tử:

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

Do đó:

$$= \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x - 1}$$

### Kiến thức áp dụng

Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :

+ Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.

+ Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

**Bài 11 (trang 40 SGK Toán 8 Tập 1):** Rút gọn phân thức:

a)  $\frac{12x^3y^2}{18xy^5}$ ;

b)  $\frac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)}$

**Lời giải:**

a) Cả tử và mẫu có nhân tử chung là  $6xy^2$ .

$$\frac{12x^3y^2}{18xy^5} = \frac{6xy^2 \cdot 2x^2}{6xy^2 \cdot 3y^3} = \frac{2x^2}{3y^3}.$$



b) Cả tử và mẫu có nhân tử chung là  $5.x.(x + 5)$

$$\frac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)} = \frac{5x(x+5).3(x+5)^2}{5x(x+5).4x}$$

$$= \frac{3(x+5)^2}{4x}$$

### Kiến thức áp dụng

Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :

+ Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.

+ Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

**Bài 12 (trang 40 SGK Toán 8 Tập 1):** Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi rút gọn phân thức:

a)  $\frac{3x^2 - 12x + 12}{x^4 - 8x}$  ;

b)  $\frac{7x^2 + 14x + 7}{3x^2 + 3x}$ .

**Lời giải:**

a)

+ Phân tích tử số và mẫu số thành nhân tử:

$$3x^2 - 12x + 12 = 3.(x^2 - 4x + 4)$$

$$= 3.(x^2 - 2.x.2 + 2^2) \text{ (Hằng đẳng thức (2))}$$

$$= 3.(x - 2)^2$$

$$x^4 - 8x = x.(x^3 - 8) = x.(x^3 - 2^3) \text{ (Hằng đẳng thức (7))}$$

$$= x.(x - 2)(x^2 + x.2 + 2^2)$$

$$= x(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

+ Rút gọn phân thức:

$$\frac{3x^2 - 12x + 12}{x^4 - 8x} = \frac{3 \cdot (x - 2)^2}{x \cdot (x - 2)(x^2 + 2x + 4)}$$

$$= \frac{3 \cdot (x - 2)}{x(x^2 + 2x + 4)}$$

b) + Phân tích tử và mẫu thành nhân tử:

$$7x^2 + 14x + 7 = 7 \cdot (x^2 + 2x + 1) = 7 \cdot (x + 1)^2$$

$$3x^2 + 3x = 3x(x + 1)$$

+ Rút gọn phân thức

$$\frac{7x^2 + 14x + 7}{3x^2 + 3x} = \frac{7 \cdot (x + 1)^2}{3x \cdot (x + 1)} = \frac{7(x + 1)}{3x}$$

**Bài 13 (trang 40 SGK Toán 8 Tập 1):** Áp dụng qui tắc đổi dấu rồi rút gọn phân thức:

a)  $\frac{45x(3 - x)}{15x(x - 3)^3};$

b)  $\frac{y^2 - x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}.$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{45x(3-x)}{15x.(x-3)^3} \\ &= \frac{-45x(3-x)}{-15x(x-3)^3} \quad (\text{Áp dụng quy tắc đổi dấu}) \\ &= \frac{45x.(x-3)}{-15x(x-3)^3} \\ &= \frac{3.15x.(x-3)}{-(x-3)^2.15x(x-3)} \\ &= \frac{3}{-(x-3)^2} \quad (\text{Rút gọn nhân tử chung là } 15x(x-3)) \\ &= -\frac{3}{(x-3)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{y^2 - x^2}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3} \\ &= \frac{-(y^2 - x^2)}{-(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)} \end{aligned}$$

(Áp dụng quy tắc đổi dấu)

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2 - y^2}{-(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)}{-(x - y)^3} \\ &= \frac{x + y}{-(x - y)^2} \end{aligned}$$

(Rút gọn nhân tử chung là  $(x - y)$ )

### Kiến thức áp dụng

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$$

Quy tắc đổi dấu:

Muốn rút gọn một phân thức ta có thể :

+ Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử để tìm nhân tử chung.

+ Rút gọn cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

### TỔNG HỢP LÝ THUYẾT:

#### Quy tắc rút gọn một phân thức

Muốn rút gọn một phân thức đại số ta cần phải:

+ Đặt điều kiện xác định cho mẫu thức.

+ Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung

+ Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung giống nhau

Chú ý:

+ Có khi cần đổi dấu tử hoặc mẫu thức để xuất hiện nhân tử chung.

+ Cần chú ý tính chất  $A = -(-A)$ .

2. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 1: Rút gọn phân thức  $\frac{1-x}{x(x-1)}$ .

**Hướng dẫn:**

Điều kiện xác định  $x \neq 0; x \neq 1$ .

Ta có: 
$$\frac{1-x}{x(x-1)} = \frac{-(x-1)}{x(x-1)} = -\frac{1}{x}$$

Ví dụ 2: Rút gọn phân thức  $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}$ .

**Hướng dẫn:**

Điều kiện xác định  $xy \neq 0; x+y \neq 0$ .

Ta có:

$$\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3} = \frac{2y \cdot 5xy \cdot (x+y)}{3 \cdot 5xy \cdot (x+y) \cdot (x+y)^2} = \frac{2y}{3(x+y)^2}$$

## B. Bài tập tự luyện

**Bài 1:** Rút gọn các biểu thức sau

a) 
$$\frac{y(2x-x^2)}{x(2y+y^2)}$$

b) 
$$\frac{xy^3 - yx^3}{x^2 + xy}$$

$$c) \frac{(x+a)^2 - x^2}{a^2 + 4x^2 + 4ax}$$

**Hướng dẫn:**

$$a) \text{ Ta có: } \frac{y(2x-x^2)}{x(2y+y^2)} = \frac{xy(2-x)}{xy(2+y)} = \frac{2-x}{2+y}.$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{xy^3 - yx^3}{x^2 + xy} &= \frac{xy(y^2 - x^2)}{x(x+y)} \\ &= \frac{xy(y-x)(y+x)}{x(x+y)} = y(y-x) \end{aligned}$$

$$c) \text{ Ta có: } \frac{(x+a)^2 - x^2}{a^2 + 4x^2 + 4ax} = \frac{(x+a-x)(x+a+x)}{(a+2x)^2}$$

$$= \frac{a(a+2x)}{(a+2x)^2} = \frac{a}{a+2x}$$

**Bài 2:** Rút gọn phân thức sau:

$$a) \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{-4x^2 + 10x - 4}$$

$$b) \frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3}$$

**Hướng dẫn:**

$$a) \text{ Ta có: } \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{-4x^2 + 10x - 4} = \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{-2(2x^2 - 5x + 2)}$$

$$= \frac{x(x-2)(x-3)}{-2(2x-1)(x-2)} = \frac{-x(x-3)}{2(2x-1)}$$

b) Ta có:  $\frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3}$

$$= \frac{(x-2y)(x-y)}{x^2(x+2y) - y^2(x+2y)} = \frac{(x-2y)(x-y)}{(x^2 - y^2)(x+2y)}$$

$$= \frac{(x-2y)(x-y)}{(x-y)(x+y)(x+2y)} = \frac{x-2y}{(x+y)(x+2y)}$$