Hướng dẫn giải chi tiết Phần Ôn tập chương 2 - Toán lớp 10

Nội dung lời giải bao gồm các câu hỏi lý thuyết, bài tập ứng dụng phần đại số và hình học.

A, Phần Đại số:

I. Phần bài tập:

Bài 1 (trang 50 SGK Đại số 10):

Phát biểu quy ước về tập xác định của một hàm số cho bởi công thức.

Từ đó hai hàm số

$$y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2+2)} \text{ và } y = \frac{1}{x^2+2}$$

có gì khác nhau?

Lời giải:

- Tập xác định của hàm số cho bởi công thức y = f(x) là tập hợp các giá trị của x sao cho biểu thức f(x) có nghĩa.

- Với quy ước đó:

+ Hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)\left(x^2+2\right)}$ có nghĩa khi:

$\left(x+1\right)\left(x^2+2\right) \neq 0 \Leftrightarrow x+1 \neq 0$ (vì $x^2+2>0$)

$\Leftrightarrow x \neq -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

+ Hàm số $y = \frac{1}{x^2+2}$ luôn có nghĩa

Vậy tập xác định của hàm số là D = R

Kết luận: Hai hàm số $y=\frac{x+1}{(x+1)(x^2+2)}$ và $y=\frac{1}{x^2+2}$ có tập xác định khác nhau.

Kiến thức áp dụng

+ Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

+ Hàm căn thức xác định khi biểu thức trong căn ≥ 0.

Bài 2 (trang 50 SGK Đại số 10):

Thế nào là hàm đồng biến (nghịch biến) trên khoảng (a; b) ?

Lời giải:

Cho hàm số y = f(x) xác định trên khoảng (a; b).

+ Hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng (a; b) nếu:

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)\ \forall\ x_1, x_2 \in (a; b)$

+ Hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng (a; b) nếu:

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)\ \forall\ x_1, x_2 \in (a; b)$

Bài 3 (trang 50 SGK Đại số 10):

Thế nào là một hàm số chẵn ? Thế nào là một hàm số lẻ ?

Lời giải:

– Hàm số y = f(x) có tập xác định D được gọi là hàm số chẵn nếu thỏa mãn hai điều kiện:

+ ∀ x ∈ D thì –x ∈ D

+ f(–x) = f(x).

– Hàm số y = f(x) có tập xác định D được gọi là hàm số lẻ nếu thỏa mãn hai điều kiện:

+ ∀ x ∈ D thì –x ∈ D

+ f(–x) = –f(x).

Bài 4 (trang 50 SGK Đại số 10):

Chỉ ra khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số : y = ax + b, trong mỗi trường hợp a > 0 ; a < 0.

Lời giải:

- Khi a > 0, hàm số y = ax + b đồng biến trên khoảng (-∞; +∞) hay đồng biến trên R.

- Khi a < 0, hàm số y = ax + b nghịch biến trên khoảng (-∞; +∞) hay nghịch biến trên R.

Bài 5 (trang 50 SGK Đại số 10):

Chỉ ra khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số: y = ax^2 + bx + c, trong mỗi trường hợp a > 0 ; a < 0.

Lời giải:

Hàm số y = ax^2 + bx + c

a > 0	a < 0
- Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$ - Nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$	- Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$ - Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$

Bài 6 (trang 50 SGK Đại số 10): Xác định tọa độ đỉnh, phương trình của trục đối xứng của parabol y = ax^2 + bx + c.

Lời giải:

Parabol y = ax^2 + bx + c có:

+ Tọa độ đỉnh D là:

$$D = \left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$$

+ Phương trình trục đối xứng là:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Bài 7 (trang 50 SGK Đại số 10):

Xác định tọa độ giao điểm của parabol y = $ax^2 + bx + c$ với trục tung. Tìm điều kiện để parabol này cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt, tại mỗi điểm và viết tọa độ của các giao điểm trong mỗi trường hợp.

Lời giải:

+ Giao điểm của parabol với trục tung:

Tại x = 0 thì y = $a.0^2 + b.0 + c = c$.

Vậy giao điểm của parabol với trục tung là A(0 ; c).

+ Giao điểm của parabol với trục hoành :

Tại y = 0 thì $ax^2 + bx + c = 0$ (*).

Để parabol cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt ⇔ $\Delta = b^2 - 4ac > 0$.

Khi Δ > 0 thì phương trình (*) có hai nghiệm là $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Tọa độ hai giao điểm là $B\left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a};0\right)$ và $C\left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};0\right)$

Kiến thức áp dụng

+ Để tìm giao điểm của đồ thị hàm số y = f(x) với trục tung, ta cho x = 0 rồi tính ra y. Điểm A(0 ; f(0)) chính là giao điểm của đồ thị với trục tung.

+ Để tìm giao điểm của đồ thị hàm số y = f(x) với trục hoành ta cho y = 0 rồi tìm x thỏa mãn f(x) = 0.

Bài 8 (trang 50 SGK Đại số 10):

Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \dfrac{2}{x+1} + \sqrt{x+3}$;

b) $y = \sqrt{2-3x} - \dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$;

c) $y = \begin{cases} \dfrac{1}{x+3} & \text{với } x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & \text{với } x < 1. \end{cases}$

Lời giải:

a) Hàm số $y = \dfrac{2}{x+1} + \sqrt{x+3}$

xác định khi $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \geq -3 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là

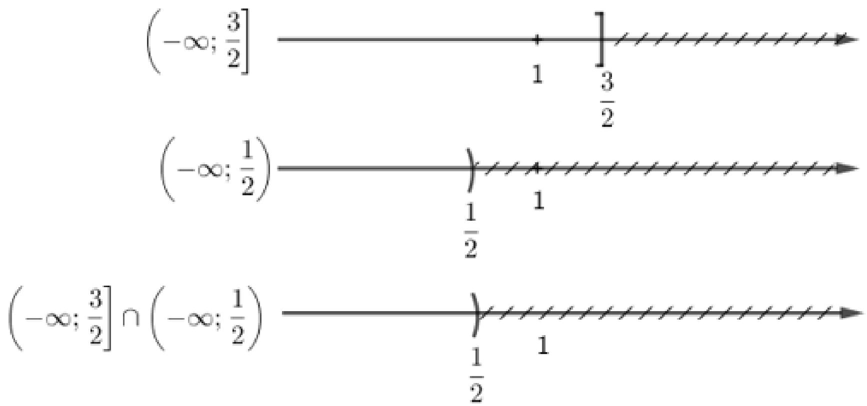
$D = [-3; +\infty) \setminus \{-1\}$.

b) Hàm số $y = \sqrt{2-3x} - \dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$

xác định khi

$$\begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ 1-2x \geq 0 \\ 1-2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \dfrac{2}{3} \\ x < \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cap \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$$



Vậy tập xác định của hàm số là

$$D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right).$$

c) Xét hàm số $y = \begin{cases} \dfrac{1}{x+3} & vs\ x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & vs\ x < 1 \end{cases}$

+ Xét trên [1; +∞), $y = \dfrac{1}{x+3}$

Hàm số xác định khi x + 3 ≠ 0 (luôn thỏa mãn với mọi x ≥ 1).

Vậy hàm số luôn xác định trên [1; +∞).

+ Xét trên (–∞; 1), .

Hàm số xác định khi 2 – x ≥ 0 ⇔ x ≤ 2 (Luôn thỏa mãn với mọi x < 1).

Vậy hàm số luôn xác định trên (–∞; 1).

Kết luận: Hàm số xác định trên R.

Kiến thức áp dụng

+ Hàm phân thức xác định khi biểu thức ở mẫu khác 0.

+ Hàm căn thức xác định khi biểu thức trong căn ≥ 0.

Bài 9 (trang 50-51 SGK Đại số 10):

Xét chiều biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = \frac{1}{2}x - 1$;

b) y = 4 - 2x;

c) y = √x²;

d) y = |x + 1|.

Lời giải:

a) Hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$ có:

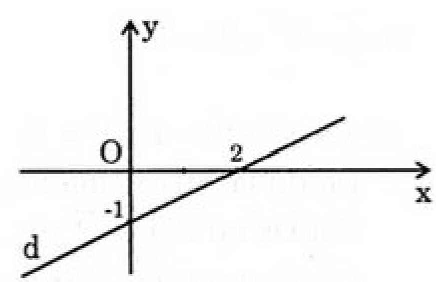
+ Tập xác định D = R.

+ Có $a = \frac{1}{2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên R.

+ Tại x = 0 thì y = 1/2 . 0 – 1 = –1 . Vậy A (0; –1) thuộc đồ thị hàm số.

Tại x = 2 thì y = 1/2 . 2 – 1 = 0. Vậy B (2; 0) thuộc đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm A (0; –1) và B (2; 0).



b) Hàm số y = 4 – 2x có:

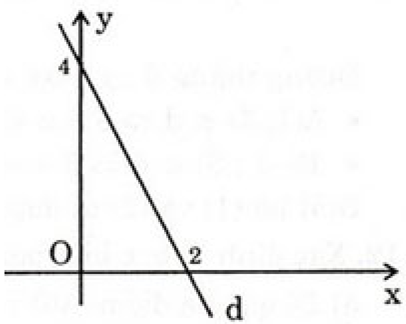
+ Tập xác định D = R

+ Có a = –2 < 0 nên hàm số nghịch biến trên R.

+ Tại x = 0 thì y = 4 ⇒ A(0 ; 4) thuộc đồ thị hàm số.

Tại x = 2 thì y = 0 ⇒ B(2; 0) thuộc đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm A(0 ; 4) và B(2; 0).



c) Hàm số $y=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x \text{ khi } x\geq 0 \\ -x \text{ khi } x<0 \end{cases}$ có :

+ Tập xác định D = R.

+ Trên (–∞; 0), hàm số y = –x nghịch biến.

Trên (0 ; +∞), hàm số y = x đồng biến.

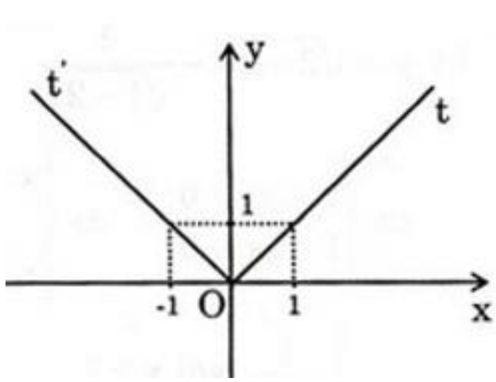
Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

+ Đồ thị hàm số gồm hai phần:

Phần thứ nhất: Nửa đường thẳng y = –x giữ lại phần bên trái trục tung.

Phần thứ hai: Nửa đường thẳng y = x giữ lại phần bên phải trục tung.



d) Hàm số y = |x + 1|

Nếu x + 1 ≥ 0 hay x ≥ –1 thì y = x + 1.

Nếu x + 1 < 0 hay x < –1 thì y = –(x + 1) = –x – 1.

$$\Rightarrow y = |x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ -x-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

+ Tập xác định: R

+ Trên (–∞; –1), y = x + 1 đồng biến.

Trên (–1 ; +∞), y = –x – 1 nghịch biến.

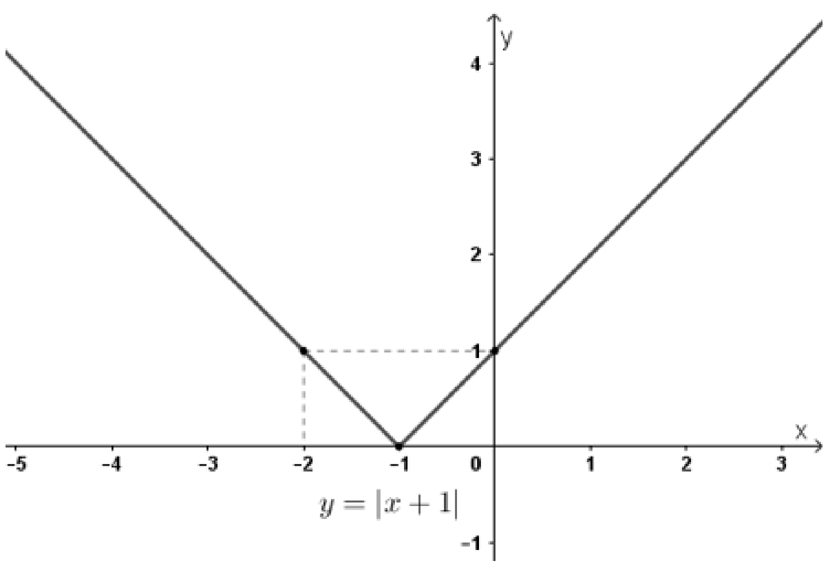
Ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

+ Đồ thị hàm số gồm hai phần:

Phần thứ nhất : Nửa đường thẳng y = x + 1 giữ lại các điểm có hoành độ ≥ –1.

Phần thứ hai : nửa đường thẳng y = –x – 1 giữ lại các điểm có hoành độ < –1.



Kiến thức áp dụng

+ Hàm số y = ax + b đồng biến trên tập xác định nếu a > 0 và nghịch biến trên tập xác định nếu a < 0.

+ Đồ thị hàm số y = ax + b là đường thẳng nên ta chỉ cần xác định hai điểm thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng qua nó.

Bài 10 (trang 51 SGK Đại số 10):

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = x^2 - 2x - 1$;

b) $y = -x^2 + 3x + 2$

Lời giải:

a) Hàm số $y = x^2 – 2x – 1$ có a = 1 > 0 ; b = –2 ; c = –1:

+ Tập xác định D = R.

+ Nghịch biến trên $(–\infty ; 1)$; đồng biến trên $(1 ; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

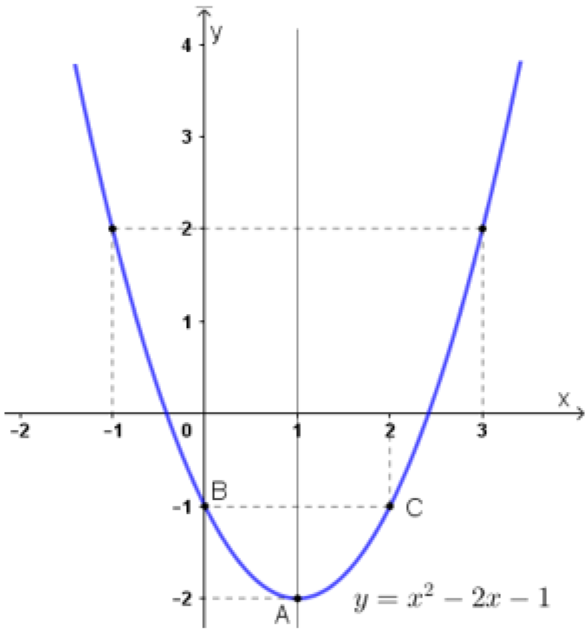
+ Đồ thị hàm số là parabol có:

Đỉnh A(1 ; –2)

Trục đối xứng là đường thẳng x = 1.

Giao điểm với Oy tại B(0 ; –1). Điểm đối xứng với B qua đường thẳng x = 1 là C(2 ; –1).

Đi qua các điểm (3 ; 2) và (–1 ; 2).



b) $y = -x^2 + 3x + 2$ có $a = -1 < 0$, $b = 3$, $c = 2$:

+ Tập xác định D = R

+ Đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$, nghịch biến trên $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
y		$\nearrow$	$\frac{17}{4}$	$\searrow$	
	$-\infty$				$-\infty$

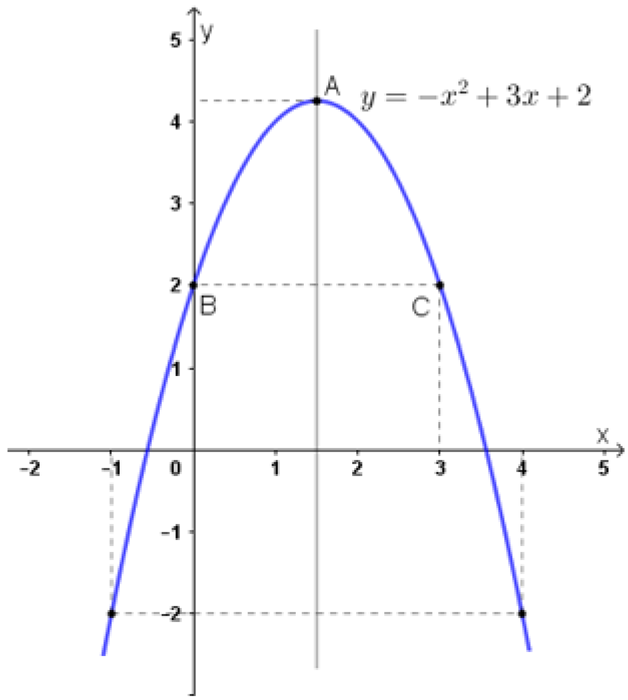
+ Đồ thị là parabol có:

Đỉnh là $A\left(\frac{3}{2}; \frac{17}{4}\right)$

Trục đối xứng là đường thẳng x = 3/2

Giao điểm với trục tung là B(0 ; 2). Điểm đối xứng với B qua đường thẳng x = 3/2 là C(3 ; 2).

Đi qua các điểm (–1 ; –2) và (4 ; –2)



Kiến thức áp dụng

Parabol y = ax^2 + bx + c:

+ Nếu a > 0 thì nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right)$, đồng biến trên $\left(\frac{-b}{2a}; +\infty\right)$

+ Nếu a < 0 thì đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right)$, nghịch biến trên $\left(\frac{-b}{2a}; +\infty\right)$

+ Có đỉnh là $A\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{-b}{2a}$

Bài 11 (trang 51 SGK Đại số 10): Xác định a, b biết đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm A(1 ; 3) và B(-1 ; 5)

Lời giải:

Đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm A(1 ; 3) và B(-1 ; 5) nên:

$$\begin{cases}3 = a.1 + b\\5 = a.(-1) + b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a + b = 3\\-a + b = 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = -1\\b = 4\end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng là: y = -x + 4.

Bài 12 (trang 51 SGK Đại số 10):

Xác định a, b, c biết parabol y = ax^2 + bx + c

a) Đi qua ba điểm A(0 ; -1), B(1 ; -1), C(-1 ; 1);

b) Có đỉnh I(1 ; 4) và đi qua điểm D(3 ; 0).

Lời giải:

a) (P): y = ax^2 + bx + c

Parabol đi qua A(0 ; –1) ⇒ –1 = a.02 + b.0 + c ⇒ c = –1.

Parabol đi qua B(1 ; –1) ⇒ –1 = a.12 + b.1 + c ⇒ a + b + c = –1.

Mà c = –1 ⇒ a + b = 0 (1)

Parabol đi qua C(–1; 1) ⇒ a.$(-1)^2$ + b.(–1) + c = 1 ⇒ a – b + c = 1.

Mà c = –1 ⇒ a – b = 2 (2)

Từ (1) và (2) ⇒ a = 1; b = –1.

Vậy a = 1 ; b = –1 ; c = –1.

b) (P) : y = ax^2 + bx + c

Parabol có đỉnh I(1 ; 4) ⇒ –b/2a = 1 ⇒ b = –2a ⇒ 2a + b = 0.

Parabol đi qua I(1; 4) ⇒ 4 = a.12 + b . 1 + c ⇒ a + b + c = 4.

Paraol đi qua D(3; 0) ⇒ 0 = a.32 + b.3 + c ⇒ 9a + 3b + c = 0.

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + c = 4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases}$ ta được : a = –1 ; b = 2 ; c = 3.

Vậy a = –1 ; b = 2 ; c = 3.

Bài 13 (trang 51 SGK Đại số 10): Chọn phương án đúng trong các bài tập sau:

Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{1-2x}$ là :

(A) $D = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$; (B) $D = \left[-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup \left[3; +\infty\right)$

(C) $D = \varnothing$; (D) $D = \mathbb{R}$.

Lời giải:

Chọn đáp án (C): D = ∅.

Giải thích:

Hàm số $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{1-2x}$ xác định khi :

$$\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cap \left[3; +\infty\right)$$

Mà $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cap \left[3; +\infty\right) = \varnothing$.

Vậy hàm số có tập xác định D = ∅.

Bài 14 (trang 51 SGK Đại số 10):

Chọn phương án đúng trong các bài tập sau:

Parabol $y = 3x^2 - 2x + 1$ có đỉnh là:

(A) $I\left(\frac{-1}{3};\frac{2}{3}\right)$; (B) $I\left(\frac{-1}{3};\frac{-2}{3}\right)$;

(C) $I\left(\frac{1}{3};\frac{-2}{3}\right)$; (D) $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải:

Chọn đáp án (D)

Giải thích : Parabol $y = 3x^2 - 2x + 1$ có $a = 3$; $b = -2$; $c = 1$, $\Delta = b^2 - 4ac = -8$

Đỉnh của Parabol là $I\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$ hay $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Bài 15 (trang 51 SGK Đại số 10): Chọn phương án đúng trong các bài tập sau:

Hàm số $y = x^2 - 5x + 3$

(A) Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$;

(B) Đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$;

(C) Nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$;

(D) Đồng biến trên khoảng (0; 3).

Lời giải:

Chọn đáp án (B): Đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$

Giải thích: Hàm số $y = x^2 - 5x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-b}{2a};+\infty\right)$ hay đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$

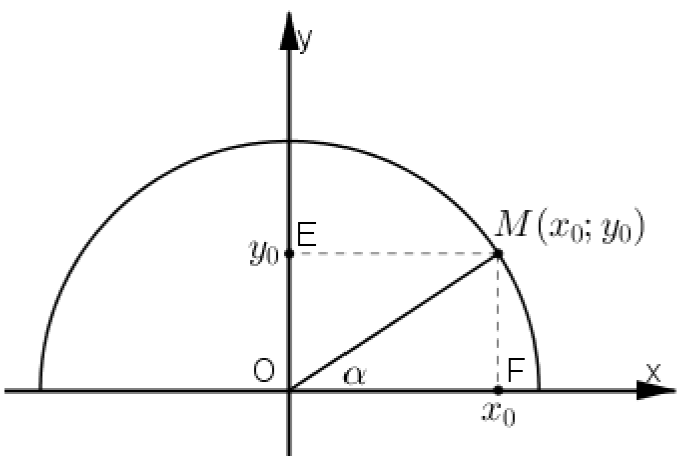
B. Phần Hình học:

I. Phần bài tập:

Bài 1 (trang 62 SGK Hình học 10):

Hãy nhắc lại định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α với $0^o \le \alpha \le 180^o$. Tại sao khi α là các góc nhọn thì giá trị lượng giác này lại chính là các tỉ số lượng giác đã được học ở lớp 9?

Lời giải:



a) Trên nửa đường tròn lượng giác nằm phía trên trục hoành, xác định điểm $M(x_0; y_0)$ sao cho $\widehat{MOx} = \alpha$

Khi đó ta có:

$\sin\alpha = y_0$

$\cos\alpha = x_0$

$\tan\alpha = y_0 / x_0$

$\cot\alpha = x_0 / y_0$

b) Gọi E, F là hình chiếu của M trên Oy, Ox.

Khi $\alpha < 90^o$ thì $x_0 > 0$, $y_0 > 0$

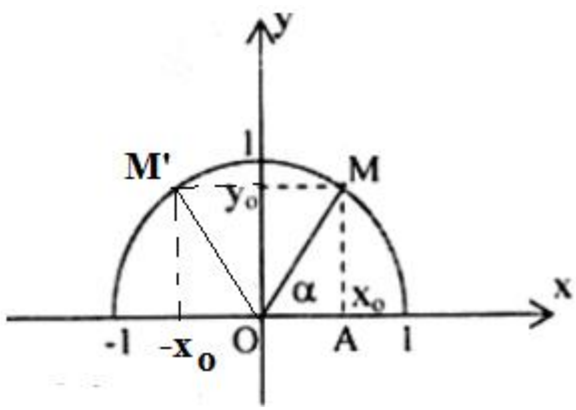
$$\text{Khi đó } \sin\alpha = y_0 = \frac{y_0}{1} = \frac{MF}{OM},$$

$$\cos\alpha = x_0 = \frac{x_0}{1} = \frac{OF}{OM}.$$

Bài 2 (trang 62 SGK Hình học 10):

Tại sao hai góc bù nhau lại có sin bằng nhau và coossin đối nhau?

Lời giải:



Gọi $M(x_o; y_o)$ nằm trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \alpha$

Khi đó điểm $M'(-x_o; y_o)$ trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM' = 180^o - \alpha$ (tức là $\angle xOM'$ là bù với $\angle xOM = \alpha$)

Do đó: $\sin\alpha = y_o = \sin(180^o - \alpha)$

$\cos\alpha = x_o = -(-x_o) = -\cos(180^o - \alpha)$

Bài 3 (trang 62 SGK Hình học 10):

Nhắc lại định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Tích vô hướng này với $|\vec{a}|$ và $|\vec{b}|$ không đổi đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất khi nào?

Lời giải:

Tích vô hướng của hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a};\vec{b})$

Vì $-1 \le \cos(\vec{a};\vec{b}) \le 1$ nên ta có:

$-|\vec{a}|.|\vec{b}| \le \vec{a}.\vec{b} \le |\vec{a}|.|\vec{b}|$

+ a→.b→ đạt giá trị lớn nhất bằng $|\vec{a}|.|\vec{b}|$ khi $\cos(\vec{a};\vec{b}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{a};\vec{b}) = 0$ ⇔ a→ và b→ cùng hướng.

+ a→.b→ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $-|\vec{a}|.|\vec{b}|$ khi $\cos(\vec{a};\vec{b}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{a};\vec{b}) = 180^0$ ⇔ a→ và b→ ngược hướng.

Bài 4 (trang 62 SGK Hình học 10): Trong mặt phẳng Oxy cho vectơ a→(-3; 1) và b→(2; 2). Hãy tính tích vô hướng a→.b→

Lời giải:

Ta có:

$\vec{a} = (-3;1)$, $\vec{b} = (2;2)$

Khi đó :

$\vec{a}.\vec{b} = (-3).2 + 1.2 = -6 + 2 = -4$

Kiến thức áp dụng

Cho $\vec{u} = (u_1;u_2)$, $\vec{v} = (v_1;v_2)$

Khi đó : $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = u_1.v_1 + u_2.v_2}$

Bài 5 (trang 62 SGK Hình học 10): Hãy nhắc lại định lí côsin trong tam giác. Từ các hệ thức này hãy tính cosA, cosB, cosC theo các cạnh của tam giác.

Lời giải:

Định lí Cô sin : Tam giác ABC có AB = c, BC = a, AC = c thì ta có :

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Bài 6 (trang 62 SGK Hình học 10):

Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ trong tam giác, hãy suy ra định lý Pi-ta-go.

Lời giải:

Giả sử tam giác ABC vuông tại A, suy ra góc $A = 90^o$, đặt BC = a, CA = b, AB = c

Theo định lý Cô sin trong tam giác ta có:

$a^2 = b^2 + c^2 – 2bc.\cos A = b^2 + c^2 – 2bc.\cos 90^o = b^2 + c^2 – 2bc.0 = b^2 + c^2$.

Vậy trong tam giác ABC vuông tại A thì $a^2 = b^2 + c^2$ (Định lý Pytago).

Bài 7 (trang 62 SGK Hình học 10):

Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC, ta có a = 2RsinA, b = 2RsinB, c = 2RsinC, trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Lời giải:

Trong tam giác ABC ta luôn có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (Định lý Sin)

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2R.\sin A \\ b = 2R.\sin B \\ c = 2R.\sin C \end{cases}$$

Bài 8 (trang 62 SGK Hình học 10):

Trong tam giác ABC. Chứng minh rằng

a) Góc A nhọn khi và chỉ khi $a^2 < b^2 + c^2$

b) Góc A tù khi và chỉ khi $a^2 > b^2 + c^2$

c) Góc A vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$

Lời giải:

Trong tam giác ABC, theo Hệ quả định lý Cô sin ta luôn có :

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Mà ta có 2.bc > 0 nên cos A luôn cùng dấu với $b^2 + c^2 – a^2$.

a) Góc A nhọn ⇔ cos A > 0 ⇔ $b^2 + c^2 – a^2 > 0$ ⇔ $a^2 < b^2 + c^2$.

b) Góc A tù ⇔ cos A < 0 ⇔ $b^2 + c^2 – a^2 < 0$ ⇔ $a^2 > b^2 + c^2$.

c) Góc A vuông ⇔ cos A = 0 ⇔ $b^2 + c^2 – a^2 = 0$ ⇔ $a^2 = b^2 + c^2$.

Bài 9 (trang 62 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC có góc A = 60^o, BC = 6. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó

Lời giải:

Áp dụng định lý Sin trong tam giác ABC ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

Mà góc $A = 60^0$, $a = BC = 6$.

Do đó $2R = \dfrac{6}{\sin 60^0}$

$$\Rightarrow R = \frac{6}{2.\sin 60^0} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

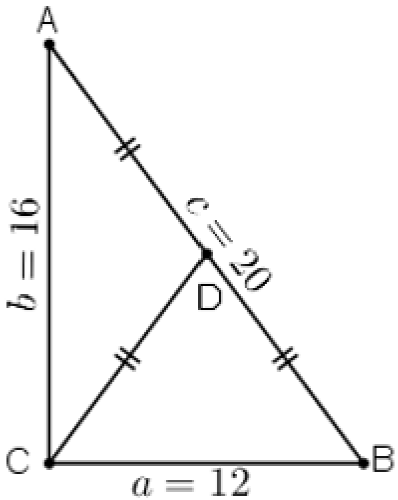
Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng $2\sqrt{3}$.

Bài 10 (trang 62 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC có a = 12, b = 16, c = 20. Tính diện tích S của tam giác, chiều cao h_a, bán kính R, r của các đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác và đường trung tuyến m_a của tam giác

Lời giải:

Nhận xét: Tam giác ABC có $a^2 + b^2 = c^2$ nên vuông tại C.



+ Diện tích tam giác: S = 1/2.a.b = 1/2.12.16 = 96 (đvdt)

+ Chiều cao h_a: h_a = AC = b = 16.

+ Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của AB.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp R = AB /2 = c/2 = 10.

+ Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác: S = p.r ⇒ r = S/p.

Mà S = 96, p = (a + b + c) / 2 = 24 ⇒ r = 4.

+ Đường trung tuyến m_a:

$m_a^2 = (2.(b^2 + c^2) – a^2) / 4 = 292 \Rightarrow m_a = \sqrt{292}$.

Bài 11 (trang 62 SGK Hình học 10):

Trong tập hợp các tam giác có hai cạnh là a và b, tìm tam giác có diện tích lớn nhất.

Lời giải:

Diện tích tam giác : S = 1/2.ab.sinC.

Mà ta có 0 < sin C < 1 nên 0 < S ≤ 1/2.ab

Vậy Max S = 1/2.ab

Dấu "=" xảy ra khi sin C = 1 ⇔ C = 90º.

Vậy trong các tam giác có hai cạnh a và b, tam giác vuông có diện tích lớn nhất bằng 1/2.ab.

II. Câu hỏi trắc nghiệm:

Bài 1 (trang 63 SGK Hình học 10):

Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào là đúng?

(A) $\sin 150^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\cos 150^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

(C) $\tan 150^0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; (D) $\cot 150^0 = \sqrt{3}$.

Lời giải:

– Chọn (C) $\tan 150^0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

– Giải thích:

$$\sin 150^0 = \sin\left(180^0 - 30^0\right)$$
$$= \sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

$$\cos 150^0 = \cos\left(180^0 - 30^0\right)$$
$$= -\cos 30^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 150^0 = \tan\left(180^0 - 30^0\right)$$
$$= -\tan 30^0 = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot 150^0 = \cot\left(180^0 - 30^0\right)$$
$$= -\cot 30^0 = -\sqrt{3}.$$

Bài 2 (trang 63 SGK Hình học 10):

Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

(A) sinα = sinβ ; (B) cosα = -cosβ

(C) tanα = -tanβ ; (D) cotα = cotβ

Lời giải:

– Chọn (D) cotα = cotβ.

– Giải thích:

sin α = sin (180º – α)

cos α = –cos (180º – α)

tan α = –tan (180º – α)

$\cot\alpha = -\cot(180^o - \alpha)$.

Bài 3 (trang 63 SGK Hình học 10):

Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\sin\alpha < 0$; (B) $\cos\alpha > 0$;

(C) $\tan\alpha < 0$; (D) $\cot\alpha > 0$.

Lời giải:

– Chọn (C) $\tan\alpha < 0$

– Giải thích:

Với $90^o < \alpha < 180^o$ thì $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, $\tan\alpha < 0$, $\cot\alpha < 0$.

Bài 4 (trang 63 SGK Hình học 10):

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

(A) $\cos 45^o = \sin 45^o$; (B) $\cos 45^o = \sin 135^o$

(C) $\cos 30^o = \sin 120^o$; (D) $\sin 60^o = \cos 120^o$

– Chọn (D) $\sin 60^o = \cos 120^o$

– Giải thích: (D) sai vì $\sin 60^o > 0$ và $\cos 120^o < 0$.

Bài 5 (trang 63 SGK Hình học 10):

Cho hai góc nhọn α và β trong đó α < β. Khẳng định nào sau đây là sai?

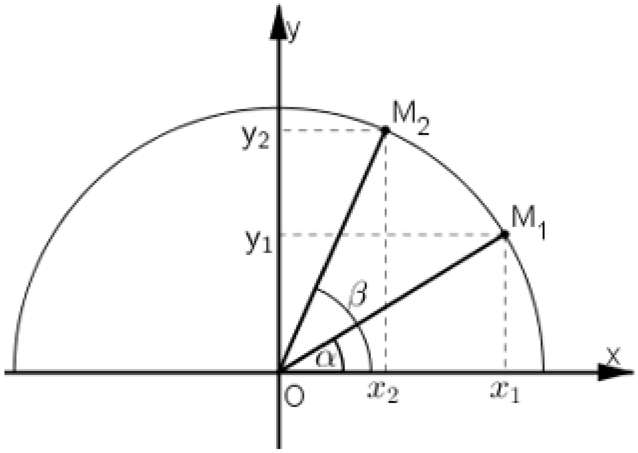
(A) $\cos\alpha < \cos\beta$; (B) $\sin\alpha < \sin\beta$

(C) $\alpha + \beta = 90^o \Rightarrow \cos\alpha = \sin\beta$; (D) $\tan\alpha + \tan\beta > 0$

Lời giải:

– Chọn (A) $\cos\alpha < \cos\beta$

– Giải thích :



Biểu diễn góc α, β (α < β) trên nửa đường tròn lượng giác nằm phía trên trục hoành.

Ta có sin α = y_1; cos α = x_1 ; sin β = y_2; cos β = x_2.

+ $x_1 > x_2$ nên cos α > cos β.

+ $y_1 < y_2$ nên sin α < sin β.

+ α + β = 90° ⇒ cos α = sin β.

+ tan α > 0, tan β > 0 nên tan α + tan β > 0.

Bài 6 (trang 63 SGK Hình học 10):

Tam giác ABC vuông tại A và có góc ∠B = 30°. Khẳng định nào sau đây là sai?

(A) $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$; (B) $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

(C) $\cos C = \frac{1}{2}$; (D) $\sin B = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

– Chọn (A)

– Giải thích

Vì tam giác ABC vuông tại A và góc B bằng 30° nên góc C bằng 60°.

$\cos B = \cos 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

$\sin C = \sin 60^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

$\cos C = \cos 60^0 = \dfrac{1}{2}$;

$\sin B = \sin 30^0 = \dfrac{1}{2}$.

Bài 7 (trang 63 SGK Hình học 10):

Tam giác đều ABC có đường cao AH. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\sin \widehat{BAH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\cos \widehat{BAH} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$;

(C) $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; (D) $\sin \widehat{AHC} = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

– Chọn (C)

– Giải thích:

$+ \ \widehat{BAH} = \dfrac{1}{2}.\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2}.60^0 = 30^0$

$\Rightarrow \sin \widehat{BAH} = \sin 30^0 = \dfrac{1}{2}$

$+ \ \cos \widehat{BAH} = \cos 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$+ \ \sin \widehat{ABC} = \sin 60^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$+ \ \sin \widehat{AHC} = \sin 90^0 = 1$.

Bài 8 (trang 64 SGK Hình học 10):

Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\sin\alpha = \sin(180^o - \alpha)$; (B) $\cos\alpha = \cos(180^o - \alpha)$

(C) $\tan\alpha = \tan(180^o - \alpha)$; (D) $\cot\alpha = \cot(180^o - \alpha)$

Lời giải:

– Chọn (A) $\sin\alpha = \sin(180^o - \alpha)$

– Giải thích:

Với mọi góc α ta có:

$\sin\alpha = \sin(180^o - \alpha)$

$\cos\alpha = -\cos(180^o - \alpha)$

$\tan\alpha = -\tan(180^o - \alpha)$

$\cot\alpha = -\cot(180^o - \alpha)$

Bài 9 (trang 64 SGK Hình học 10):

Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây:

A. $\cos35^o > \cos10^o$; B. $\sin60^o < \sin80^o$

C. $\tan45^o < \tan60^o$; D. $\cos45^o = \sin45^o$

Lời giải:

– Chọn (A) $\cos35^o > \cos10^o$

– Giải thích:

Với hai góc α và β thỏa mãn $0^o < \alpha < \beta < 90^o$ ta luôn có:

$\cos\alpha > \cos\beta$; $\sin\alpha < \sin\beta$; $\tan\alpha < \tan\beta$; $\cot\alpha > \cot\beta$

Do đó:

cos 35º < cos 10º (A sai)

Bài 10 (trang 64 SGK Hình học 10):

Tam giác ABC vuông ở A và có góc B = 50º. Hệ thức nào sau đây là sai?

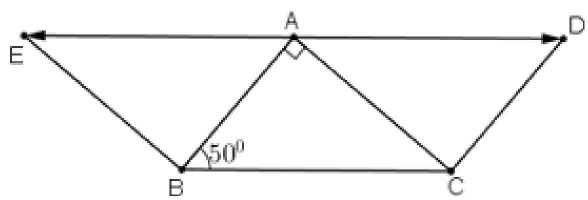
(A) $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=130^0$; (B) $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}\right)=40^0$;

(C) $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CB}\right)=50^0$; (D) $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CB}\right)=120^0$.

Lời giải:

– Chọn (D)

– Giải thích:



Vẽ $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$$+\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)=\widehat{BAD}$$
$$=180^0-\widehat{ABC}=130^0$$

$$+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)$$
$$=\widehat{CAD}=\widehat{ACB}$$
$$=90^0-\widehat{ABC}=40^0$$

$$+\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CB}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)=\widehat{BAE}$$
$$=\widehat{ABC}=50^0$$

$$+\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CB}\right)=\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right)=\widehat{CAE}$$
$$=180^0-\widehat{ACE}$$
$$=180^0-\left(90^0-\widehat{ABC}\right)=140^0$$

sin 60º < sin 80º (B đúng)

tan 45º < tan 60º (C đúng)

Lại có: sin 45º = 1/ √2, cos 45º = 1/√2 nên sin 45º = cos 45º (D đúng).

Bài 11 (trang 64 SGK Hình học 10):

Cho a→ và b→ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ 0→. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng.

(A) $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|$;   (B) $\vec{a}.\vec{b} = 0$;

(C) $\vec{a}.\vec{b} = -1$;   (D) $\vec{a}.\vec{b} = -|\vec{a}|.|\vec{b}|$.

Lời giải:

- Chọn (A)

- Giải thích:

Khi $\vec{a}$ và cùng hướng

$\Rightarrow (\vec{a};\vec{b}) = 0^0 \Rightarrow \cos(\vec{a};\vec{b}) = \cos 0^0 = 1$

Do đó $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b}) = |\vec{a}|.|\vec{b}|$.

Bài 12 (trang 64 SGK Hình học 10):

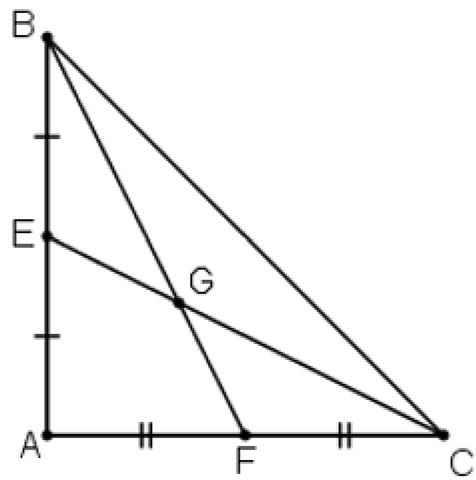
Cho tam giác ABC vuông cân tại A có AB = AC = 30cm. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G. Diện tích tam giác GFC là:

A. 50 cm^2 ;   B. 50√2 cm^2

C. 75 cm^2 ;   D. 15√105 cm^2

Lời giải:

- Chọn (C)



* Tam giác ABC có 2 đường trung tuyến BE, CF cắt nhau tại G nên G là trọng tâm tam giác ABC

Suy ra: $GF = \frac{1}{3}BF$

Gọi h_G là đường cao xuất phát từ đỉnh G của tam giác GFC; h_B là đường cao xuất phát từ đỉnh B của tam giác BFC. Ta có:

$$S_{GFC} = \frac{1}{2}h_G.FC;\ S_{BFC} = \frac{1}{2}h_B.FC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{GFC}}{S_{BFC}} = \frac{h_G}{h_B} = \frac{GF}{BF} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{GFC} = \frac{1}{3}S_{BFC}$$

* Vì F là trung điểm của AC nên: $FC = \frac{1}{2}AC$

Ta có:

$$S_{BFC} = \frac{1}{2}.BA.FC;\ S_{BAC} = \frac{1}{2}.BA.AC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BFC}}{S_{BAC}} = \frac{FC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{BFC} = \frac{1}{2}S_{BAC}$$

$$\Rightarrow S_{GFC} = \frac{1}{3}.S_{BFC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.S_{BAC}$$
$$= \frac{1}{6}S_{ABC} = \frac{1}{6}.\frac{1}{2}.AB.AC$$
$$= \frac{1}{6}.\frac{1}{2}.30.30 = 75$$

Bài 13 (trang 64 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC vuông A có AB = 5cm, BC = 13cm. Gọi góc ABC = α và góc ACB = β. Hãy chọn kết luận đúng khi so sánh α và β:

A. β > α ;   B. β < α

C. β = α ;   D. α ≤ β

Lời giải:

Chọn (B)

Giải thích:

Tam giác ABC vuông tại A nên

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$\Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$$
$$= \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

Tam giác ABC có: AB < AC nên góc ACB < góc ABC hay β < α (Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn).

Bài 14 (trang 64 SGK Hình học 10):

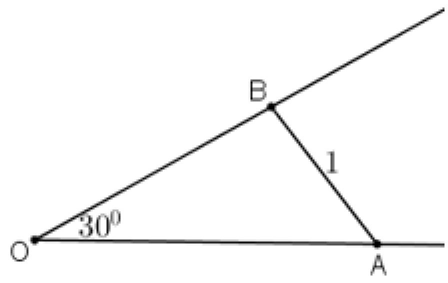
Cho góc ∠xOy = 30°. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho AB = 1. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng:

(A) 15;   (B) √3 ;   (C) 2√2 ;   (D) 2.

Lời giải:

- Chọn (D)

- Giải thích:



$$\frac{AB}{\sin O} = \frac{OB}{\sin A}$$

$$\Rightarrow OB = \frac{AB.\sin A}{\sin O}$$

$$= \frac{1.\sin A}{\sin 30^0} = 2.\sin A \le 2$$

Áp dụng định lý Sin trong ΔAOB có:

Vậy OB đạt giá trị lớn nhất bằng 2 khi sin A = 1 ⇔ A = 90º.

Bài 15 (trang 65 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC có BC = a, CA = b, AB = c. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A, Nếu $b^2 + c^2 – a^2 > 0$ thì góc A nhọn;

B, Nếu $b^2 + c^2 – a^2 > 0$ thì góc A tù;

C, Nếu $b^2 + c^2 – a^2 < 0$ thì góc A nhọn;

D, Nếu $b^2 + c^2 – a^2 < 0$ thì góc A vuông.

Lời giải:

Chọn (A) Nếu $b^2 + c^2 – a^2 > 0$ thì góc A nhọn .

Giải thích:

Trong tam giác ABC ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

+ Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì cos A > 0 ⇔ A < 90º, nghĩa là góc A nhọn.

+ Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì cos A < 0 ⇔ A > 90º, nghĩa là góc A tù.

Bài 16 (trang 65 SGK Hình học 10):

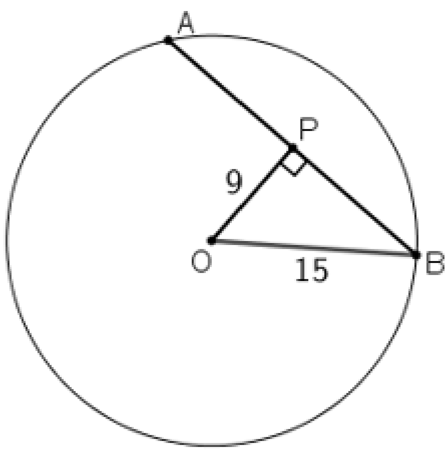
Đường tròn tâm O có bán kính R = 15cm. Gọi P là một điểm cách tâm O một khoảng PO = 9cm. Dây cung đi qua P và vuông góc với PO có độ dài là:

A, 22cm; B, 23cm; C, 24cm; D, 25cm.

Lời giải:

- Chọn (C)

- Giải thích:



$$PB = \sqrt{OB^2 - OP^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$$

$$\Rightarrow AB = 2.PB = 2.12 = 24cm.$$

Bài 17 (trang 65 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC có CA = 18cm, AB = 8cm và có diện tích bằng $64cm^2$. Giá trị của sinA là:

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{3}{8}$;

(C) $\frac{4}{5}$; (D) $\frac{8}{9}$.

Lời giải:

Chọn (D)

Giải thích:

Áp dụng công thức:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB.AC} = \frac{2.64}{8.18} = \frac{8}{9}$$

Bài 18 (trang 65 SGK Hình học 10):

Cho hai góc nhọn α và phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

A, sinα = - cosβ ; B, cosα = sinβ ;

C, tanα = cotβ ; D, cotα = tanβ .

Lời giải:

Chọn (A) sin α = –cos β

Giải thích : Nếu có α + β = 90º thì:

sin α = cos β ; cos α = sin β; tan α = cot β; cot α = tan β.

Bài 19 (trang 65 SGK Hình học 10):

Bất đẳng thức nào dưới đây đúng?

A, sin90º < sin150º; B, sin90º15' < sin90º30';

C, sin90º30' > sin10ºº; D, cos150º > cos120º.

Lời giải:

Chọn (C) cos 90º30’ > cos 100º

Giải thích:

+ sin 90º = 1, sin 150º = 1/2 ⇒ sin 90º > sin 150º (A sai)

+ sin 90º15’ = sin 89º45’; sin 90º30’ = sin 89º30’.

Mà với 0º < α < β < 90º thì sin α < sin β ⇒ sin 89º45’ > sin 89º30’

⇒ sin 90º15’ > sin 90º30’ (B sai)

+ Với 0º < α < β < 180º thì cos α > cos β ⇒ cos 90º30’ > cos 100º (C đúng)

+ cos 150º = –√3/2, cos 120º = –1/2 nên cos 150º < cos 120º (D sai)

Bài 20 (trang 65 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây là sai?

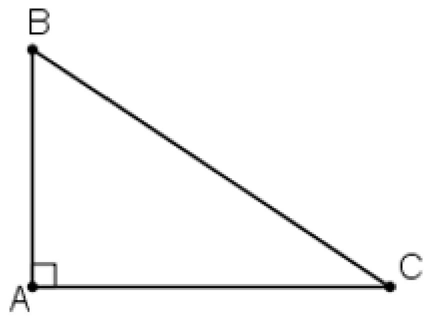
(A) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$; (B) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB} < \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$;

(C) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$; (D) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}$.

Lời giải:

- Chọn (D)

- Giải thích:



$+\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$,

$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = \widehat{ABC} < 90^0$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) > 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = BA.BC.\cos\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) > 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

$+\ \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}\right) = 180^0 - \widehat{ACB} > 90^0$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}\right) < 0 \ \Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB} < 0$

$\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC}\right)=\widehat{ACB}<90^0$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC}\right)>0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}>0$

Do đó $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}<\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$.

+ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$

$\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\widehat{ACB}<90^0$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)>0$

$\Rightarrow \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}>0$

Do đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}<\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

+ $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC}\right)=\widehat{ACB}<90^0$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC}\right)>0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}>0$

$\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AB}\right)=180^0-\widehat{ABC}>90^0$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AB}\right)<0$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}<0$

Do đó $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}>\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}$.

Bài 21 (trang 65 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC có AB = 4cm, BC = 7cm, CA = 9cm. Giá trị cosA là:

(A) $\frac{2}{3}$;　　　　(B) $\frac{1}{3}$;

(C) $\frac{-2}{3}$;　　　　(D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Chọn (A)

Giải thích:

Áp dụng hệ quả định lý Côsin trong tam giác ABC ta có:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC}$$

$$= \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2.4.9} = \frac{2}{3}$$

Bài 22 (trang 65 SGK Hình học 10):

Cho hai điểm A(1; 2) và B(3; 4). Giá trị của $\overrightarrow{AB}^2$ là:

A, 4;　　B, 4√2 ;　　C, 6√2 ;　　D, 8.

Lời giải:

- Chọn **D**

- Giải thích:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = \left(x_B - x_A; y_B - y_A\right) = (2;2)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}^2 = 2^2 + 2^2 = 8.$$

Bài 23 (trang 66 SGK Hình học 10):

Cho hai vectơ a→= (4; 3) và b→= (1; 7). Góc giữa hai vectơ a→và b→là:

A, 90°;　　B, 60°;

C, 45º; D, 30º.

Lời giải:

Chọn (C) 45º.

Giải thích :

Áp dụng công thức tính góc giữa hai vec tơ

$\vec{u}=(u_1;u_2)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2)$:

$$\cos(\vec{u};\vec{v})=\frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$$

$$=\frac{u_1.v_1+u_2.v_2}{\sqrt{u_1^2+u_2^2}.\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$$

Ta có:

$$\cos(\vec{a};\vec{b})=\frac{4.1+3.7}{\sqrt{4^2+3^2}.\sqrt{1^2+7^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow(\vec{a};\vec{b})=45^0.$$

Bài 24 (trang 66 SGK Hình học 10):

Cho hai điểm M = (1; -2), N = (-3; 4). Khoảng cách giữa hai điểm M và N là:

A, 4; B, 6;

C, 3√6 ; D, 2√13.

Lời giải:

Chọn (D) 2√13

Giải thích :

Áp dụng công thức tính khoảng cách giữa hai điểm A(x_A ; y_A) ; B(x_B ; y_B) :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

Ta có : $MN=\sqrt{(-3-1)^2+(4-(-2))^2}$

$=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

Bài 25 (trang 66 SGK Hình học 10):

Tam giác ABC có A = (-1; 1); B = (1; 3) và C(1; -1).

Trong các phát biểu sau đây, hãy chọn phát biểu đúng:

(A) ABC là tam giác có ba cạnh bằng nhau;

(B) ABC là tam giác có ba góc đều nhọn;

(C) ABC là tam giác cân tại B (có BA = BC);

(D) ABC là tam giác vuông cân tại A.

Lời giải:

Chọn (D) ABC là tam giác vuông cân tại A.

Giải thích :

$$AB=\sqrt{(1+1)^2+(3-1)^2}$$
$$=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$$

$$CA=\sqrt{(-1-1)^2+(1-(-1))^2}$$
$$=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$$

$$BC=\sqrt{(1-1)^2+(-1-3)^2}=4$$

Nhận thấy AB = AC và $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên ΔABC vuông cân tại A.

Bài 26 (trang 66 SGK Hình học 10):

Cho tam giác ABC có A = (10; 5), B = (3; 2), C = (6; -5). Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) ABC là tam giác đều;

(B) ABC là tam giác vuông cân tại B;

(C) ABC là tam giác vuông cân tại A;

(D) ABC là tam giác có góc tù tại A.

Lời giải:

- Chọn (B)

- Ta có:

$$AB^2 = (3-10)^2 + (2-5)^2 = 7^2 + 3^2 = 58$$

$$BC^2 = (6-3)^2 + (-5-2)^2 = 3^2 + 7^2 = 58$$

$$CA^2 = (6-10)^2 + (-5-5)^2 = 4^2 + 10^2 = 116$$

Nhận thấy AB = BC (=√58), và $AB^2 + BC^2 = CA^2$ nên ΔABC vuông cân tại B.

Bài 27 (trang 66 SGK Hình học 10):

Tam giác ABC vuông cân tị A và nội tiếp trong đường trong tâm O bán kính R. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Khi đó tỉ số R/r bằng:

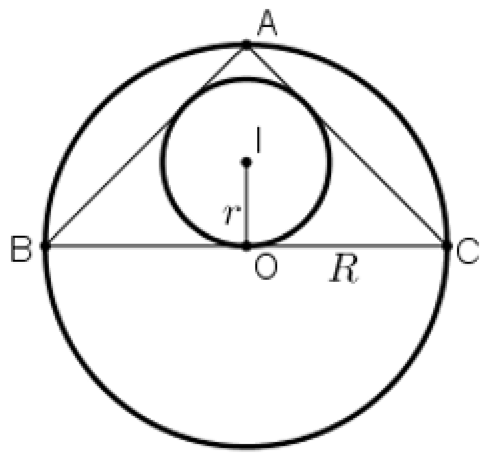
(A) $1+\sqrt{2}$;   (B) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

(C) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$;   (D) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:

Chọn (A)

Giải thích :



Đặt AB = a. Khi đó AC = a, BC = a√2.

ΔABC vuông tại A nên R = BC/2 = a/√2

Lại có $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC = p.r$

$$\Rightarrow r = \frac{AB.AC}{2p} = \frac{a^2}{a+a+a\sqrt{2}} = \frac{a}{2+\sqrt{2}}$$

Vậy $\frac{R}{r} = \frac{a}{\sqrt{2}} : \frac{a}{2+\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1$

Bài 28 (trang 66 SGK Hình học 10):

Tam giác ABC có AB = 9cm, AC = 12cm và BC = 15cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là:

A, 8cm; B, 10cm;

C, 9cm; D, 7,5cm.

Lời giải:

Chọn (D) 7,5cm

Giải thích:

Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2 = BC^2$ nên vuông tại A.

Do đó trung tuyến AM = 1/2.BC = 7,5cm.

Bài 29 (trang 67 SGK Hình học 10):

Tam giác ABC có BC = a, CA = b, AB = c và có diện tích S. Nếu tăng cạnh BC lên hai lần đồng thời tăng cạnh CA lên 3 lần và giữ nguyên độ lớn của góc C thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

A, 2S; B, 3S; C, 4S; D, 6S.

Lời giải:

Chọn (D) 6S.

Giải thích:

Ta có: S = $\frac{1}{2}$.ab.sinC.

Nếu : tăng BC lên 2 lần ta có a' = 2.a

tăng CA lên 3 lần ta có b' = 3b.

Giữ nguyên độ lớn góc C thì sinC'=sinC.

Khi đó :

S' = $\frac{1}{2}$.a'b'.sinC' = $\frac{1}{2}$.2a.3b.sinC = 6. $\frac{1}{2}$.ab.sinC = 6S

Bài 30 (trang 67 SGK Hình học 10):

Cho tam giác DEF có DE = DF = 10 cm và EF = 12 cm. Gọi I là trung điểm của cạnh EF. Đoạn thẳng DI có độ dài là:

A, 6,5cm; B, 7cm; C, 8cm; D, 4cm.

Lời giải:

Chọn (C) 8cm.

Giải thích:

Áp dụng công thức tính độ dài đường trung tuyến ta có:

$$DI^2 = \frac{2.(DE^2 + DF^2) - EF^2}{4}$$
$$= \frac{2.(10^2 + 10^2) - 12^2}{4} = 64$$

$\Rightarrow DI = 8cm.$

III. Tổng hợp lý thuyết chương 2 – Phần hình học

Giá trị lượng giác của một góc bất kì từ 0º đến 180º

1. Tính chất

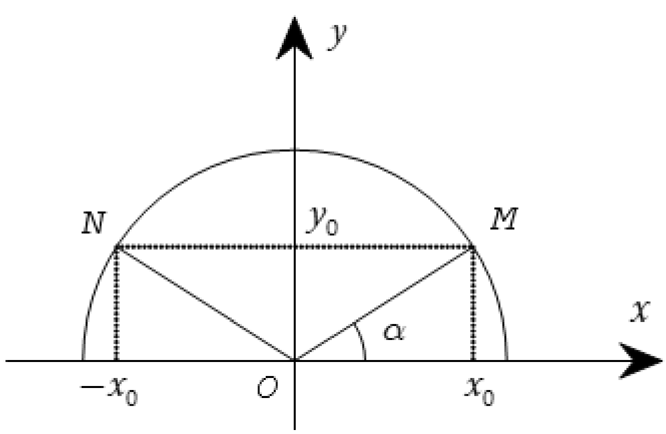
Trên hình bên ta có dây cung NM song song với trục Ox và nếu ∠ xOM = α thì ∠xON = 180º – α. Ta có yM = yN = yº, xM = –xN = xº. Do đó

sin α = sin(180º – α)

cos α = –cos(180º – α)

tan α = –tan(180º – α)

cot α = –cot(180º – α)



2. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Giá trị α lượng giác	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0
sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cosα	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1
tanα	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	||	0
cotα	||	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	||

Trong bảng kí hiệu "||" để chỉ giá trị lượng giác không xác định.

Chú ý. Từ giá trị lượng giác của các góc đặc biệt đã cho trong bảng và tính chất trên, ta có thể suy ra giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt khác.

Chẳng hạn:

sin 120º = sin(180º – 60º) = sin60º = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

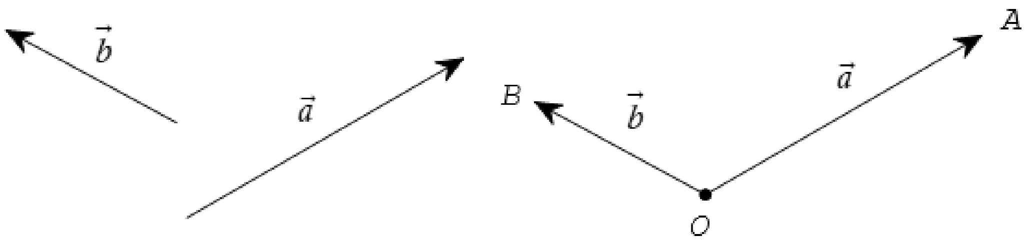
cos 135º = cos(180º – 45º) = –cos45º = - $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Góc giữa hai vectơ

a) Định nghĩa

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ 0 .Từ một điểm O bất kì ta vẽ $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ và $\overrightarrow{OB}=\vec{b}.$ Góc ∠AOB với số đo từ 0º đến 180º được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta kí hiệu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $(\vec{a},\vec{b})$

Nếu ($(\vec{a},\vec{b})$) = 90° thì ta nói rằng $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau, kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$ hoặc $\vec{b} \perp \vec{a}$.



b) Chú ý. Từ định nghĩa ta có $(\vec{a},\vec{b}) = (\vec{b},\vec{a})$.

1. Định nghĩa

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a}.\vec{b}$ được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}| \,.\, |\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})$$

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng vectơ $\vec{0}$

ta quy ước:

$$\vec{a}.\vec{b} = 0$$

Chú ý

+) Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ ta có:

$$\vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

+) Khi $\vec{a}$ = $\vec{b}$ tích vô hướng $\vec{a}.\vec{a}$ được kí hiệu là $\overrightarrow{a^2}$ và số này được gọi là bình phương vô hướng của vectơ $\vec{a}$

Ta có:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|.|\vec{a}|.\cos 0^0 = |\vec{a}|^2$$

2. Các tính chất của tích vô hướng

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

Với ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có:

- $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$ (tính chất phân phối);
- $(k\vec{a}).\vec{b} = k(\vec{a}.\vec{b}) = \vec{a}.(k\vec{b})$;
- $\vec{a}^2 \geq 0$, $\vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0$.

Nhận xét. Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra:

- $(\vec{a}+\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a}-\vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}^2$;
- $(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$.

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trên mặt phẳng tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$, cho hai vectơ:

$\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b}\,(b_1, b_2)$.

Khi đó tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$

$$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2.$$

Nhận xét. Hai vectơ:

$\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b}\,(b_1, b_2)$

đều khác vectơ $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi: $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$.

4. Ứng dụng

a) Độ dài của vectơ

Độ dài của vectơ $\vec{a} = (a_1, a_2)$, được tính theo công thức:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

b) Góc giữa hai vectơ

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra nếu $\vec{a} = (a_1, a_2)$ và $\vec{b} = (b_1, b_2)$ đều khác $\vec{0}$ thì ta có:

$$\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

c) Khoảng cách giữa hai điểm

Khoảng cách giữa hai điểm A(xA; yA) và B(xB; yB) được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

1. Định lí côsin

Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b và AB = c

Ta có

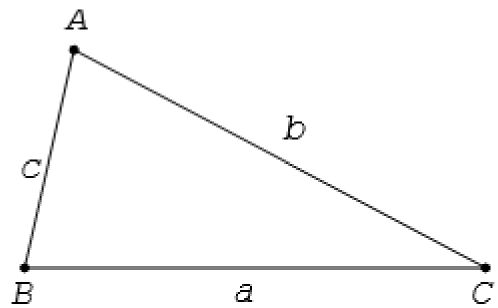
$a^2 = b^2 + c^2 – 2bc.\cos A$;

$b^2 = c^2 + a^2 – 2ca.\cos B$;

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$.

Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

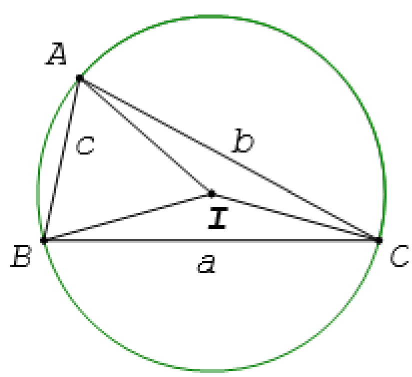


2. Định lí sin

Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.

Ta có

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



3. Độ dài đường trung tuyến

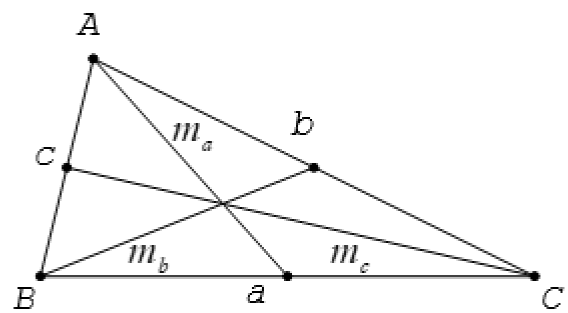
Cho tam giác ABC có ma, mb, mc lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A, B, C.

Ta có

$$m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4};$$

$$m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4};$$

$$m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$



4. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có

+) ha, hb, hc là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC, CA, AB;

+) R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;

+) r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;

+) p = $\frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác;

+) S là diện tích tam giác.

Khi đó ta có:

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$= \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ca.\sin B = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$= \frac{abc}{4R}$$

$$= p.r$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$