

HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN 10 BÀI 3:HÀM SỐ BẬC 2

I. Lý thuyết Hàm số bậc 2:

Hàm số bậc hai được cho bởi công thức

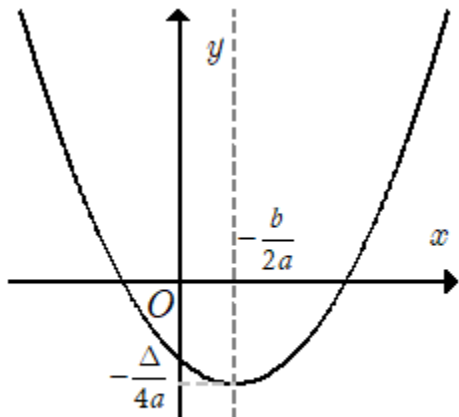
$$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0).$$

Tập xác định của hàm số này là $D = \mathbb{R}$

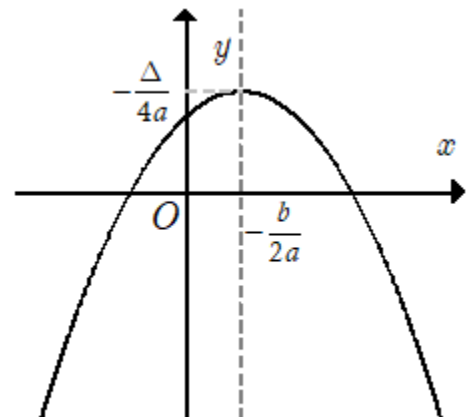
Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đã học ở lớp 9 là một trường hợp riêng của hàm số này.

I. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Đồ thị của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là một đường parabol có đỉnh là điểm $(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$.
 I , có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$. Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.



$a > 0$



$a < 0$

Cách vẽ

Để vẽ parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ta thực hiện các bước

1) Xác định tọa độ của đỉnh I $(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$

2) Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$.

3) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung (điểm $(0; c)$) và trục hoành (nếu có).

Xác định thêm một số điểm thuộc đồ thị, chẳng hạn điểm đối xứng với điểm $(0; c)$ qua trục đối xứng của parabol, để vẽ đồ thị chính xác hơn.

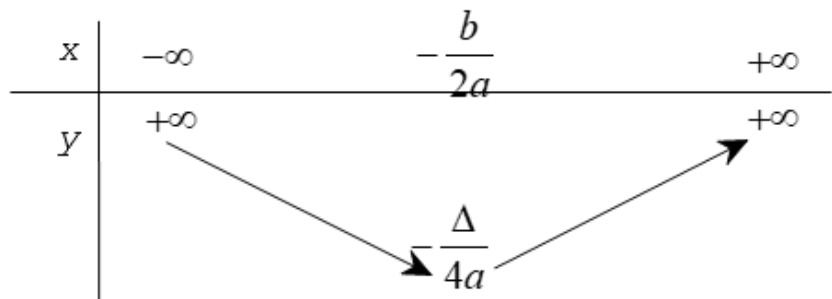
4) Vẽ parabol.

Khi vẽ parabol cần chú ý đến dấu của hệ số a ($a > 0$ bề lõm quay lên trên, $a < 0$ bề lõm quay xuống dưới).

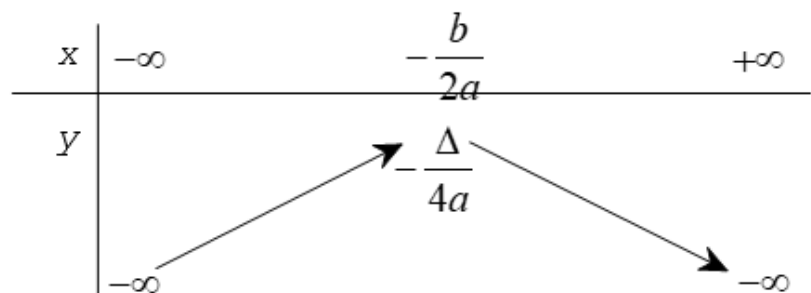
II. CHIỀU BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Dựa vào đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ta có bảng biến thiên của nó trong hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$ như sau

$$a > 0$$



$$a < 0$$



Từ đó, ta có định lí dưới đây

Định lí

Nếu $a < 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -\frac{b}{2a})$; đồng biến trên khoảng $(-\frac{b}{2a}; +\infty)$.

Nếu $a > 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -\frac{b}{2a})$ nghịch biến trên khoảng $(-\frac{b}{2a}; +\infty)$.

II. Nhóm câu hỏi lý thuyết:

Trả lời câu hỏi Toán 10 Đại số Bài 3 trang 42: Nhắc lại các kết quả đã biết về đồ thị của hàm số $y = ax^2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ là một parabol:

+ Nằm phía trên trục hoành nếu $a > 0$ và nhận điểm $O(0;0)$ làm điểm thấp nhất.

+ Nằm phía dưới trục hoành nếu $a < 0$ và nhận điểm $O(0;0)$ làm điểm cao nhất.

Trả lời câu hỏi Toán 10 Đại số Bài 3 trang 45: Vẽ parabol $y = -2x^2 + x + 3$.

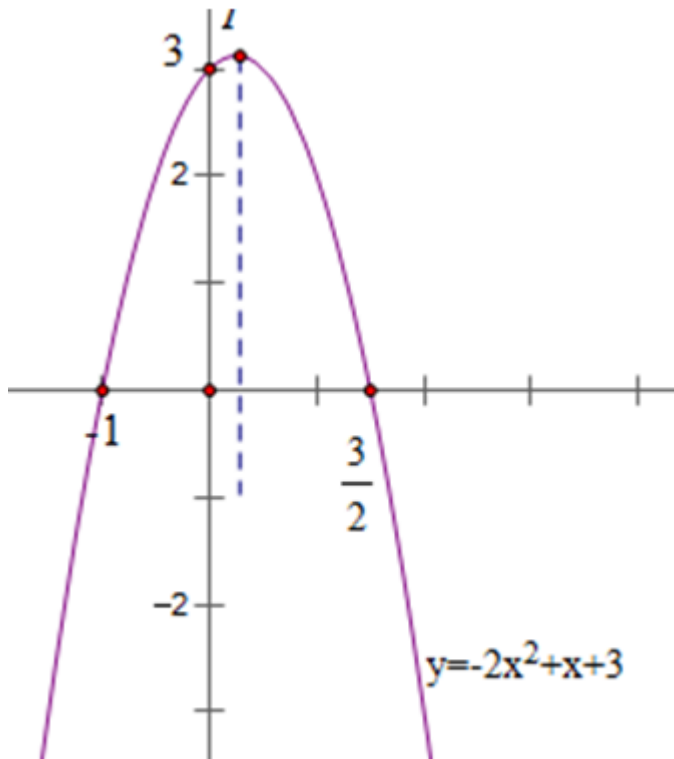
Lời giải

Đỉnh $I(1/4; 25/8)$

Trục đối xứng là đường thẳng $x = 1/4$

Giao điểm với trục Oy là điểm $(0;3)$

Giao điểm với trục Ox là điểm $(3/2;0)$ và $(-1;0)$



III. Nhóm bài tập thực hành:

Bài 1 (trang 49 SGK Đại số 10): Xác định tọa độ của đỉnh và các giao điểm với trục tung, trục hoành (nếu có) của một parabol:

a) $y = x^2 - 3x + 2$; b) $y = -2x^2 + 4x - 3$;

c) $y = x^2 - 2x$; d) $y = -x^2 + 4$.

Lời giải:

a) $y = x^2 - 3x + 2$ có $a = 1$; $b = -3$; $c = 2$; $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.2.1 = 1$.

+ Đỉnh của Parabol là $\left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{4}\right)$

+ Khi $x = 0$ thì $y = 2$. Vậy giao điểm với trục tung là $A(0 ; 2)$.

+ Khi $y = 0$ thì $x^2 - 3x + 2 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x = 2$ hoặc $x = 1$.

Vậy giao điểm với trục hoành là $B(2 ; 0)$ và $C(1 ; 0)$.

b) $y = -2x^2 + 4x - 3$ có $a = -2$; $b = 4$; $c = -3$; $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(-2)(-3) = -8$

+ Đỉnh của Parabol là $(1 ; -1)$.

+ Khi $x = 0$ thì $y = -3$. Vậy giao điểm với trục tung là $A(0 ; -3)$.

+ Khi $y = 0$ thì $-2x^2 + 4x - 3 = 0$. Phương trình vô nghiệm.

Vậy Parabol không cắt trục hoành.

c) $y = x^2 - 2x$ có $a = 1$; $b = -2$; $c = 0$; $\Delta = b^2 - 4ac = 4$.

+ Đỉnh của Parabol là $(1 ; -1)$.

+ Khi $x = 0$ thì $y = 0$. Vậy giao điểm với trục tung là $O(0 ; 0)$.

+ Khi $y = 0$ thì $x^2 - 2x = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x = 0$ hoặc $x = 2$.

Vậy Parabol cắt trục hoành tại hai điểm $O(0 ; 0)$ và $A(2 ; 0)$.

d) $y = -x^2 + 4$ có $a = -1$; $b = 0$; $c = 4$; $\Delta = b^2 - 4ac = 0 - 4(-1).4 = 16$.

+ Đỉnh của Parabol là $(0 ; 4)$.

+ Khi $x = 0$ thì $y = 4$. Vậy giao điểm với trục tung là $A(0 ; 4)$.

+ Khi $y = 0$ thì $-x^2 + 4 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x = 2$ hoặc $x = -2$.

Vậy Parabol cắt trục hoành tại hai điểm $B(2 ; 0)$ hoặc $C(-2 ; 0)$.

Kiến thức áp dụng

+ Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh là $I(-b/2a ; -\Delta/4a)$.

Bài 2 (trang 49 SGK Đại số 10): Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = 3x^2 - 4x + 1$; b) $y = -3x^2 + 2x - 1$

c) $y = 4x^2 - 4x + 1$; d) $y = -x^2 + 4x - 4$

e) $y = 2x^2 + x + 1$; f) $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải:

a) $y = 3x^2 - 4x + 1$.

+ Tập xác định: \mathbb{R} .

+ Đỉnh $A(2/3 ; -1/3)$.

+ Trục đối xứng $x = 2/3$.

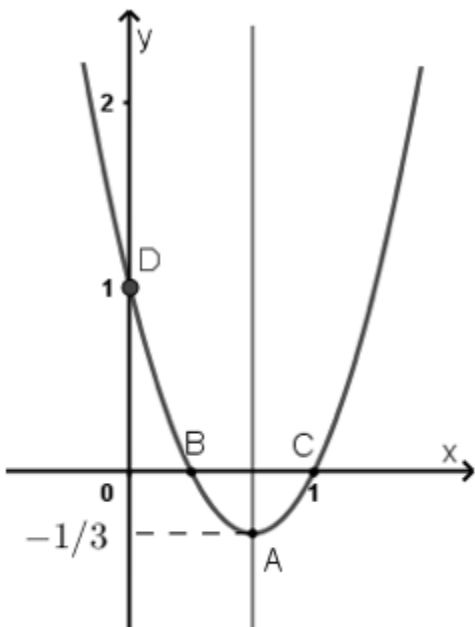
+ Giao điểm với Ox tại $B(1/3 ; 0)$ và $C(1 ; 0)$.

+ Giao điểm với Oy tại $D(0 ; 1)$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$2/3$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-1/3$	$+\infty$

+ Đồ thị hàm số :



b) $y = -3x^2 + 2x - 1$.

+ Tập xác định: \mathbb{R}

+ Đỉnh $A(1/3 ; -2/3)$.

+ Trục đối xứng $x = 1/3$.

+ Đồ thị không giao với trục hoành.

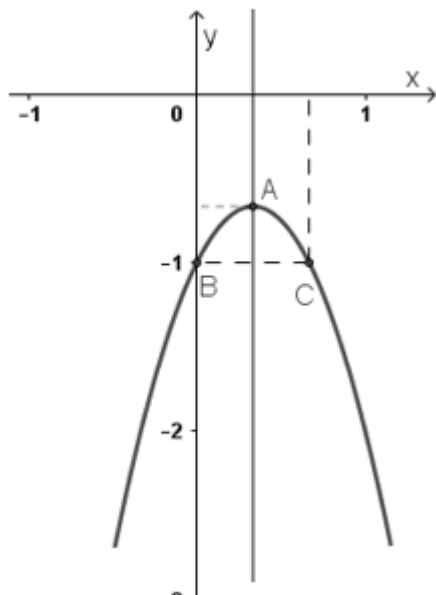
+ Giao điểm với trục tung là $B(0; -1)$.

Điểm đối xứng với $B(0; -1)$ qua đường thẳng $x = 1/3$ là $C(2/3; -1)$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$1/3$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-2/3$	$-\infty$

+ Đồ thị hàm số :



c) $y = 4x^2 - 4x + 1$.

+ Tập xác định : \mathbb{R}

+ Đỉnh $A(1/2; 0)$.

+ Trục đối xứng $x = 1/2$.

+ Giao điểm với trục hoành tại đỉnh A.

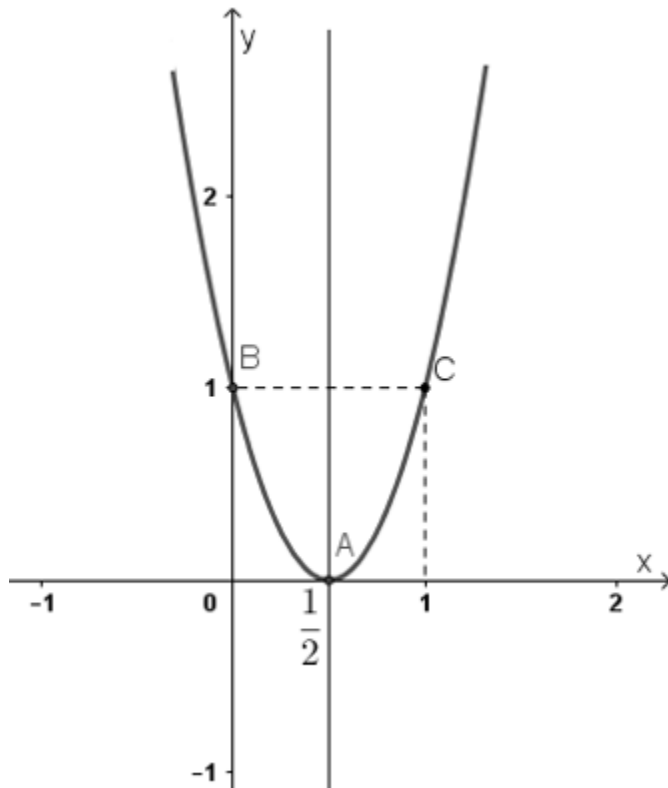
+ Giao điểm với trục tung B(0; 1).

Điểm đối xứng với B(0;1) qua đường thẳng $x = 1/2$ là C(1; 1).

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

+ Đồ thị hàm số:



d) $y = -x^2 + 4x - 4$.

+ Tập xác định: R

+ Đỉnh: I (2; 0)

+ Trục đối xứng: $x = 2$.

+ Giao điểm với trục hoành: A(2; 0).

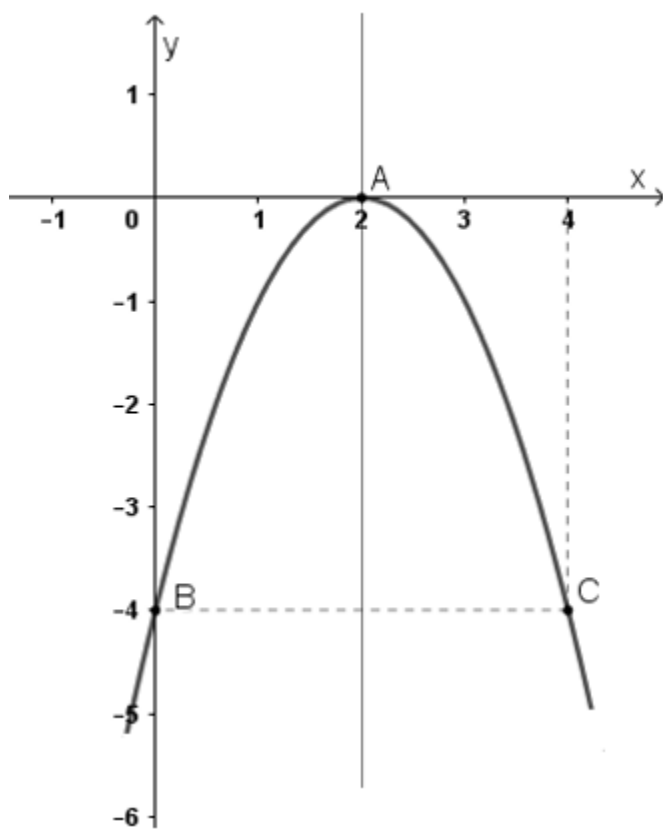
+ Giao điểm với trục tung: $B(0; -4)$.

Điểm đối xứng với điểm $B(0; -4)$ qua đường thẳng $x = 2$ là $C(4; -4)$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

+ Đồ thị hàm số:



e) $y = 2x^2 + x + 1$

+ Tập xác định: \mathbb{R}

+ Đỉnh $A(-1/4 ; 7/8)$.

+ Trục đối xứng $x = -1/4$.

+ Đồ thị không giao với trục hoành.

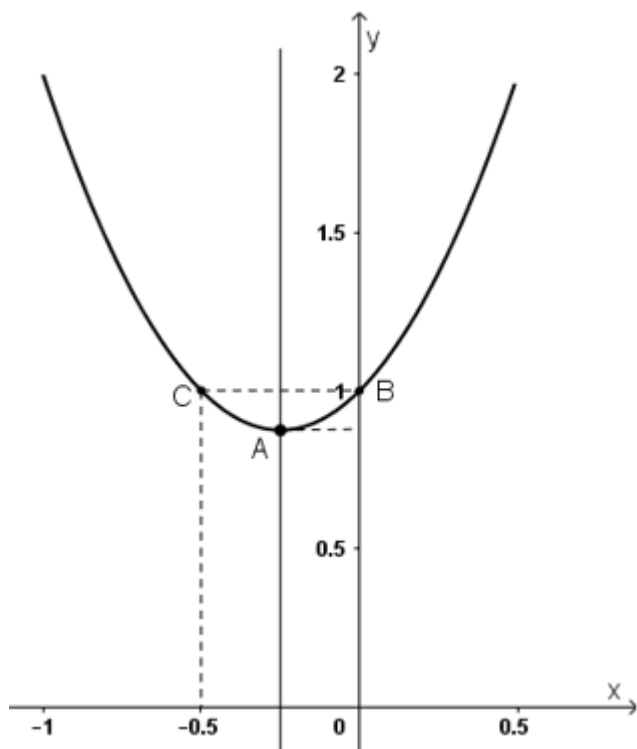
+ Giao điểm với trục tung B(0; 1).

Điểm đối xứng với B(0 ; 1) qua đường thẳng $x = -1/4$ là C(-1/2 ; 1)

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$\frac{7}{8}$	$+\infty$

+ Đồ thị hàm số:



f) $y = -x^2 + x - 1$

+ Tập xác định R

+ Đỉnh A(1/2 ; -3/4).

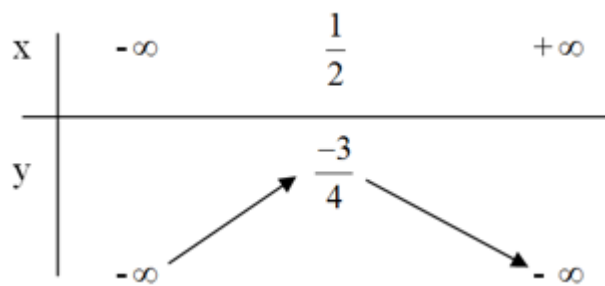
+ Trục đối xứng $x = 1/2$.

+ Đồ thị không giao với trục hoành.

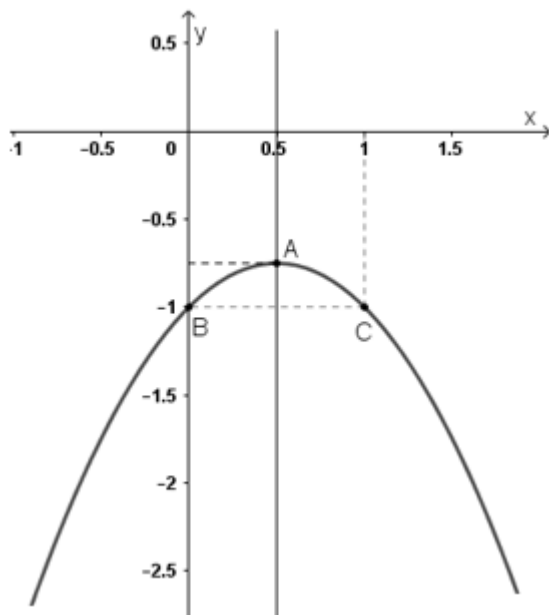
+ Giao điểm với trục tung: B(0; -1).

Điểm đối xứng với B(0 ; -1) qua đường thẳng $x = 1/2$ là C(1 ; -1).

+ Bảng biến thiên:



+ Đồ thị hàm số :



Bài 3 (trang 49 SGK Đại số 10): Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng parabol đó:

- a) Đi qua hai điểm M(1; 5) và N(-2; 8);
- b) Đi qua hai điểm A(3; -4) và có trục đối xứng là $x = -3/2$;
- c) Có đỉnh là I(2; -2);
- d) Đi qua điểm B(-1; 6) và tung độ của đỉnh là $-1/4$.

Lời giải:

a)

+ Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua $M(1; 5)$

$$\Rightarrow 5 = a.1^2 + b.1 + 2 \Rightarrow a + b = 3 \quad (1)$$

+ Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua $N(-2; 8)$

$$\Rightarrow 8 = a.(-2)^2 + b.(-2) + 2 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a = 2; b = 1$.

Vậy parabol cần tìm là $y = 2x^2 + x + 2$.

b) + Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ có trục đối xứng $x = -3/2$

$$\Rightarrow -b/2a = -3/2 \Rightarrow b = 3a \quad (1)$$

+ Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(3; -4)$

$$\Rightarrow -4 = a.3^2 + b.3 + 2 \Rightarrow 9a + 3b = -6 \quad (2)$$

Thay $b = 3a$ ở (1) vào biểu thức (2) ta được:

$$9a + 3.3a = -6 \Rightarrow 18a = -6 \Rightarrow a = -1/3 \Rightarrow b = -1.$$

Vậy parabol cần tìm là $y = -1/3x^2 - x + 2$.

c) Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ có đỉnh $I(2; -2)$, suy ra :

$$+ -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (1)$$

$$+ \frac{-\Delta}{4a} = -2 \Rightarrow \Delta = 8a$$

$$\Rightarrow b^2 - 4a.2 = 8a \Rightarrow b^2 = 16a \quad (2)$$

Từ (1) $\Rightarrow b^2 = 16.a^2$, thay vào (2) ta được $16a^2 = 16a \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -4$.

Vậy parabol cần tìm là $y = x^2 - 4x + 2$.

d) + Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $B(-1 ; 6)$

$$\Rightarrow 6 = a.(-1)^2 + b.(-1) + 2 \Rightarrow a = b + 4 \quad (1)$$

+ Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ có tung độ của đỉnh là $-1/4$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4} \Rightarrow \Delta = a$$

$$\Rightarrow b^2 - 4a.2 = a \Rightarrow b^2 = 9a \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được: $b^2 = 9.(b + 4) \Leftrightarrow b^2 - 9b - 36 = 0$.

Phương trình có hai nghiệm $b = 12$ hoặc $b = -3$.

Với $b = 12$ thì $a = 16$.

Với $b = -3$ thì $a = 1$.

Vậy có hai parabol thỏa mãn là $y = 16x^2 + 12b + 2$ và $y = x^2 - 3x + 2$.

Kiến thức áp dụng

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có :

+ Đỉnh là $I(-b/2a ; -\Delta/4a)$

+ Trục đối xứng là đường thẳng $x = -b/2a$

Bài 4 (trang 50 SGK Đại số 10): Xác định a, b, c biết parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(8 ; 0)$ và có đỉnh là $I(6 ; -12)$.

Lời giải:

+ Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(8 ; 0)$

$$\Rightarrow 0 = a.8^2 + b.8 + c \Rightarrow 64a + 8b + c = 0 \quad (1).$$

+ Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh là $I(6 ; -12)$ suy ra:

$$-b/2a = 6 \Rightarrow b = -12a \quad (2).$$

$$-\Delta/4a = -12 \Rightarrow \Delta = 48a \Rightarrow b^2 - 4ac = 48a \quad (3).$$

Thay (2) vào (1) ta có: $64a - 96a + c = 0 \Rightarrow c = 32a$.

Thay $b = -12a$ và $c = 32a$ vào (3) ta được:

$$(-12a)^2 - 4a \cdot 32a = 48a$$

$$\Rightarrow 144a^2 - 128a^2 = 48a$$

$$\Rightarrow 16a^2 = 48a$$

$$\Rightarrow a = 3 \text{ (vì } a \neq 0 \text{)}.$$

Từ $a = 3 \Rightarrow b = -36$ và $c = 96$.

Vậy $a = 3$; $b = -36$ và $c = 96$.