

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT TOÁN 9 - PHẦN ÔN TẬP CHƯƠNG 1

I. Phần đại số:

Câu 1 (trang 39 SGK Toán 9 Tập 1). Nêu điều kiện để x là căn bậc hai số học của số a không âm. Cho ví dụ

Trả lời:

Để x là căn bậc hai số học của số a không âm là $x \geq a$ và $x^2 = a$.

Ví dụ 2 là căn bậc hai số học của 4 vì $2 > 0$ và $2^2 = 4$.

Câu 2 (trang 39 SGK Toán 9 Tập 1): Chứng minh $\sqrt{a^2} = |a|$ với mọi số a .

Trả lời:

Ta xét hai trường hợp

- Nếu $a > 0 \Rightarrow |a| = a$ nên $|a|^2 = a^2$.

- Nếu $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$ nên $|a|^2 = (-a)^2 = a^2$

Trong cả hai trường hợp ta đều có $(|a|)^2 = a^2$ (1)

Mặt khác $|a| \geq 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $|a|$ chính là căn bậc hai số

học của x^2 hay $\sqrt{a^2} = |a|$

Câu 3 (trang 39 SGK Toán 9 Tập 1): Biểu thức A phải thỏa mãn điều kiện gì để \sqrt{A} xác định prôtêin

Trả lời:

\sqrt{A} xác định khi $A > 0$ hay nói cách khác : điều kiện xác định của căn bậc hai là biểu thức lấy căn không âm.

Câu 4 (trang 39 SGK Toán 9 Tập 1): Phát biểu và chứng minh định lí về mối liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương. Cho ví dụ.

Trả lời:

Định lí: Nếu $a \geq 0$ và $b \geq 0$ thì $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Chứng minh:

Vì $a \geq 0$, $b \geq 0 \Rightarrow ab \geq 0$, do đó

\sqrt{a} , \sqrt{b} , \sqrt{ab} đều xác định.

Ta có: $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$

Do $\sqrt{a} \geq 0$, $\sqrt{b} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$

Vậy \sqrt{a} , \sqrt{b} là căn bậc hai số học

của tích $a \cdot b$: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Ví dụ: $\sqrt{25 \cdot 81} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{81} = 5 \cdot 9 = 45$

$\sqrt{72} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{72 \cdot 8} = \sqrt{576} = 24$

Câu 5 (trang 39 SGK Toán 9 Tập 1): Phát biểu và chứng minh định lí về mối liên hệ giữa phép chia và phép khai phương. Cho ví dụ.

Trả lời:

Định lí: Nếu $a \geq 0$ và $b > 0$ thì $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Chứng minh

Do $a > 0$ và $b > 0$ nên $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ được xác định

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b} \quad (1)$$

Mặt khác $\sqrt{a} \geq 0$, $\sqrt{b} > 0$ nên $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ là căn bậc

hai số học của $\frac{a}{b}$ hay $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$a \geq 0$, $b > 0$.

Ví dụ: $\sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = 0,6$

$$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{162}{2}} = \sqrt{81} = 9$$

Nhóm bài tập ôn tập chương 1:

Bài 70 (trang 40 SGK Toán 9 Tập 1): Tìm giá trị các biểu thức sau bằng cách biến đổi, rút gọn thích hợp:

a) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}}$ b) $\sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25} \cdot 2 \frac{34}{81}}$

c) $\frac{\sqrt{640} \cdot \sqrt{34,3}}{\sqrt{567}}$ d) $\sqrt{21,6} \cdot \sqrt{810} \cdot \sqrt{11^2 - 5^2}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} &= \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} \cdot \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} \cdot \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{9^2}} \cdot \frac{\sqrt{4^2}}{\sqrt{7^2}} \cdot \frac{\sqrt{14^2}}{\sqrt{3^2}} \\ &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 14}{9 \cdot 7 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 2}{9 \cdot 3} = \frac{40}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25} \cdot 2 \frac{34}{81}} &= \sqrt{\frac{49}{16} \cdot \frac{64}{25} \cdot \frac{196}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} \\ &= \frac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{4^2}} \cdot \frac{\sqrt{8^2}}{\sqrt{5^2}} \cdot \frac{\sqrt{14^2}}{\sqrt{9^2}} \\ &= \frac{7 \cdot 8 \cdot 14}{4 \cdot 5 \cdot 9} = \frac{7 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 9} = \frac{196}{45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\sqrt{640} \cdot \sqrt{34,3}}{\sqrt{567}} &= \sqrt{\frac{640 \cdot 34,3}{567}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 34,3}{56,7}} \\ &= \sqrt{\frac{64 \cdot 49,7}{81,7}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 49}{81}} = \frac{8 \cdot 7}{9} = \frac{56}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{21,6} \cdot \sqrt{810} \cdot \sqrt{11^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{21,6 \cdot 810} \cdot \sqrt{(11 - 5)(11 + 5)} \\ &= \sqrt{216 \cdot 81} \cdot \sqrt{6 \cdot 16} = \sqrt{216 \cdot 6 \cdot 81 \cdot 16} \\ &= \sqrt{1296 \cdot 81 \cdot 16} = \sqrt{36^2 \cdot 9^2 \cdot 4^2} \\ &= \sqrt{(36 \cdot 9 \cdot 4)^2} = 1296 \end{aligned}$$

Bài 71 (trang 40 SGK Toán 9 Tập 1): Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$b) 0,2\sqrt{(-10)^2 \cdot 3} + 2\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}$$

$$c) \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{4}{5} \cdot \sqrt{200} \right) : \frac{1}{8}$$

$$d) 2\sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} + \sqrt{2 \cdot (-3)^2} - 5\sqrt{(-1)^4}$$

Lời giải:

$$a) (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$= (\sqrt{2^2 \cdot 2} - 3\sqrt{2} + 10)\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$= (2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 10)\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 3 \cdot (\sqrt{2})^2 + \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$= 4 - 6 + \sqrt{20} - \sqrt{5} = -2 + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$$

$$= -2 + \sqrt{5}$$

$$b) 0,2\sqrt{(-10)^2 \cdot 3} + 2\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}$$

$$= 0,2 \cdot 10 \cdot \sqrt{3} + 2|\sqrt{3} - \sqrt{5}|$$

$$= 2\sqrt{3} + 2(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{4}{5} \sqrt{200} \right) : \frac{1}{8} \\
 & = \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - 3 \sqrt{\frac{2}{2^2}} + \frac{4}{5} \sqrt{\frac{400}{2}} \right) : \frac{1}{8} \\
 & = \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - 3 \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{4}{5} \cdot 20 \sqrt{\frac{1}{2}} \right) : \frac{1}{8} \\
 & = \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - 3 \sqrt{\frac{1}{2}} + 16 \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \cdot 8 \\
 & = \frac{27}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 8 = 27 \cdot 2 \sqrt{2} = 54\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } & 2\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} + \sqrt{2 \cdot (-3)^2} - 5\sqrt{(-1)^4} \\
 & = 2|\sqrt{2}-3| + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{1} \\
 & = 2(3-\sqrt{2}) + 3\sqrt{2} - 5 = 6 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5 \\
 & = 1 + \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Bài 72 (trang 40 SGK Toán 9 Tập 1): Phân tích thành nhân tử (với các số x, y, a, b không âm và a ≥ b)

a) $xy - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1$ b) $\sqrt{ax} - \sqrt{by} + \sqrt{bx} - \sqrt{ay}$

c) $\sqrt{a+b} + \sqrt{a^2-b^2}$ d) $12 - \sqrt{x} - x$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & xy - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 \\
 & = (\sqrt{x})^2 \cdot y - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 \\
 & = y\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) + \sqrt{x} - 1 \\
 & = (\sqrt{x} - 1)(y\sqrt{x} + 1) \text{ với } x \geq 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \sqrt{ax} - \sqrt{by} + \sqrt{bx} - \sqrt{ay} \\
 & = \sqrt{ax} + \sqrt{bx} - \sqrt{ay} - \sqrt{by}
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{x}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - \sqrt{y}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$= (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \text{ (với } x, y, a \text{ và } b \text{ đều không âm)}$$

c) $\sqrt{a+b} + \sqrt{a^2 - b^2}$

$$= \sqrt{a+b} + \sqrt{(a-b)(a+b)}$$

$$= \sqrt{a+b} + \sqrt{(a-b)} \cdot \sqrt{(a+b)}$$

$$= \sqrt{a+b}(1 + \sqrt{(a-b)})$$

(với $a+b, a-b$ đều không âm)

d) $12 - \sqrt{x} - x$

$$= 16 - x - 4 - \sqrt{x} \text{ (tách } 12 = 16 - 4 \text{ và đổi vị trí)}$$

$$= [4^2 - (\sqrt{x})^2] - (4 + \sqrt{x})$$

$$= (4 - \sqrt{x})(4 + \sqrt{x}) - (4 + \sqrt{x})$$

$$= (4 + \sqrt{x})(4 - \sqrt{x} - 1)$$

$$= (4 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})$$

Bài 73 (trang 40 SGK Toán 9 Tập 1): Rút gọn rồi tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\sqrt{-9a} - \sqrt{9 + 12a + 4a^2}$ tại $a = -9$

b) $1 + \frac{3m}{m-2} \sqrt{m^2 - 4m + 4}$ tại $m = 1,5$

c) $\sqrt{1 - 10a - 25a^2} - 4a$ tại $a = \sqrt{2}$

d) $4x - \sqrt{9x^2 + 6x + 1}$ tại $x = -\sqrt{3}$

Lời giải:

a) $\sqrt{-9a} - \sqrt{9 + 12a + 4a^2}$

$$= \sqrt{3^2 \cdot (-a)} - \sqrt{3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2a + (2a)^2}$$

$$= 3\sqrt{-a} - \sqrt{(3 + 2a)^2} = 3\sqrt{-a} - |3 + 2a|$$

Tại $a = -9$ ta được:

$$= 3\sqrt{-(-9)} - |3 + 2(-9)|$$

$$= 3\sqrt{3^2} - |3 - 18|$$

$$= 3.3 - |-15| = 9 - 15 = -6$$

$$\text{b) } 1 + \frac{3m}{m-2} \sqrt{m^2 - 4m + 4}$$

$$= 1 + \frac{3m}{m-2} \sqrt{(m)^2 - 2.2m + 2^2}$$

$$= 1 + \frac{3m}{m-2} \sqrt{(m-2)^2} = 1 + \frac{3m}{m-2} |m-2|$$

Tại $m = 1,5$ ta được:

$$1 + \frac{3.1,5}{1,5-2} |1,5 - 2| = 1 + \frac{4,5}{-0,5} . 0,5$$

$$= 1 - 4,5 = -3,5$$

$$\text{c) } \sqrt{1 - 10a + 25a^2} - 4a = \sqrt{1 - 2.5a + (5a)^2} - 4a$$

$$= \sqrt{(1 - 5a)^2} - 4a = |1 - 5a| - 4a$$

Tại $a = \sqrt{2}$ ta được:

$$= |1 - 5\sqrt{2}| - 4\sqrt{2}$$

$$= (5\sqrt{2} - 1) - 4\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} - 1$$

$$\text{d) } 4x - \sqrt{9x^2 + 6x + 1} = 4x - \sqrt{(3x)^2 + 2.3x + 1}$$

$$= 4x - \sqrt{(3x + 1)^2} = 4x - |3x + 1|$$

Tại $x = -\sqrt{3}$ ta được:

$$= 4(-\sqrt{3}) - |3(-\sqrt{3}) + 1|$$

$$= -4\sqrt{3} - |-3\sqrt{3} + 1|$$

$$= -4\sqrt{3} - (3\sqrt{3} - 1)$$

$$= -7\sqrt{3} + 1$$

Bài 74 (trang 40 SGK Toán 9 Tập 1): Tìm x , biết:

$$a) \sqrt{(2x - 1)^2} = 3$$

$$b) \frac{5}{3} \sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \frac{1}{3} \sqrt{15x}$$

Lời giải:

$$a) \sqrt{(2x - 1)^2} = 3$$

$$\Leftrightarrow |2x - 1| = 3$$

$$* \text{Nếu } x \geq \frac{1}{2} \text{ thì } 2x - 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$* \text{Nếu } x < \frac{1}{2} \text{ thì } -(2x - 1) = 3$$

$$\Leftrightarrow -2x + 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow -2x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x = 2$ và $x = -1$

$$b) \frac{5}{3} \sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \frac{1}{3} \sqrt{15x} \text{ (điều kiện } x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{3} \sqrt{15x} - \sqrt{15x} - \frac{1}{3} \sqrt{15x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \sqrt{15x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{15x} = 6$$

$$\Leftrightarrow 15x = 36 \Leftrightarrow x = \frac{36}{15} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Bài 75 (trang 40 SGK Toán 9 Tập 1): Chứng minh các đẳng thức sau:

$$a) \left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = -1,5$$

$$b) \left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = -2$$

$$c) \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = a - b \text{ với } a, b \text{ dương và } a \neq b.$$

$$d) \left(1 + \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left(1 - \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} \right) = 1-a \text{ với } a \geq 0 \text{ và } a \neq 1$$

Lời giải:

Biến đổi về trái:

$$\begin{aligned} a. VT &= \left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{2^2 \cdot 2} - 2} - \frac{\sqrt{6^2 \cdot 6}}{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} - \sqrt{6}}{2\sqrt{2} - 2} - \frac{6\sqrt{6}}{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{6} \cdot (\sqrt{2} - 1)}{2(\sqrt{2} - 1)} - 2\sqrt{6} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - 2 \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = -\frac{3}{2} = -1,5 = VP \end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

$$\begin{aligned}
 \text{b. } VT &= \left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \\
 &= \left(\frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}} \right) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\
 &= \left(-\frac{\sqrt{7} \cdot (\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} - \frac{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} \right) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\
 &= (-\sqrt{7} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\
 &= -(\sqrt{7} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\
 &= -(7 - 5) = -2 = VP
 \end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

$$\begin{aligned}
 \text{c. } VT &= \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \\
 &= \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \\
 &= \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} + \sqrt{b} \cdot \sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \\
 &= \frac{\sqrt{ab} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \\
 &= (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \\
 &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b = VP
 \end{aligned}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

$$\begin{aligned}
 \text{d) } VT &= \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \\
 &= \left(1 + \frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{a^2} - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \\
 &= \left[1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right] \left[1 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right] \\
 &= (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) \\
 &= 1 - (\sqrt{a})^2 = 1 - a = VP \text{ (đpcm)}
 \end{aligned}$$

Bài 76 (trang 41 SGK Toán 9 Tập 1): Cho biểu thức

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}\right) : \frac{b}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \text{ với } a > b > 0$$

a) Rút gọn Q.

b) Xác định giá trị của Q khi $a = 3b$.

Lời giải:

a) Rút gọn

$$\begin{aligned} Q &= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}\right) \cdot \frac{b}{a-\sqrt{a^2-b^2}} \\ &= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a^2-b^2}} \cdot \frac{b}{a-\sqrt{a^2-b^2}} \\ &= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a^2 - (\sqrt{a^2-b^2})^2}{b \cdot \sqrt{a^2-b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a^2 - (a^2 - b^2)}{b \cdot \sqrt{a^2-b^2}} \\ &= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{b^2}{b \sqrt{a^2-b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}} \\ &= \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}} = \frac{a-b}{\sqrt{(a-b)(a+b)}} = \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}} \end{aligned}$$

b) Thay $a = 3b$ vào ta được:

$$Q = \frac{\sqrt{3b-b}}{\sqrt{3b+b}} = \frac{\sqrt{2b}}{\sqrt{4b}} = \sqrt{\frac{2b}{4b}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

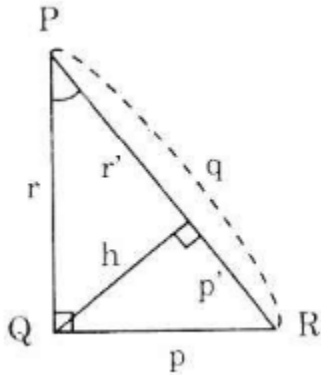
II, Phần Hình học

Câu hỏi ôn tập chương 1:

Câu 1 (trang 91 SGK Toán 9 Tập 1):

Cho hình 36. Hãy viết hệ thức giữa:

- Cạnh huyền, cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền.
- Các cạnh góc vuông p , r và đường cao h .
- Đường cao h và hình chiếu của các cạnh góc vuông trên cạnh huyền p' , r'



Hình 36

Trả lời:

a) $p^2 = p'.q$; $r^2 = r'.q$

b) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{r^2}$

c) $h^2 = p'.r'$

Câu 2 (trang 91 SGK Toán 9 Tập 1):

Cho hình 37.

a) Hãy viết công thức tính các tỉ số lượng giác của góc α

b) Hãy viết hệ thức giữa các tỉ số lượng giác của góc α và các tỉ số lượng giác của góc β .

Trả lời:

a) $\sin \alpha = \frac{b}{a}$; $\cos \alpha = \frac{c}{a}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{c}$; $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{c}{b}$

b) $\sin \alpha = \cos \beta$; $\cos \alpha = \sin \beta$

$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cotg} \beta$; $\operatorname{cotg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$

Câu 3 (trang 91-92 SGK Toán 9 Tập 1):

Xem hình 37.

a) Hãy viết công thức tính các cạnh góc vuông b và c theo cạnh huyền a và tỉ số lượng giác của các góc α, β .

b) Hãy viết công thức tính mỗi cạnh góc vuông theo cạnh góc vuông kia và tỉ số lượng giác của các góc α, β .

Trả lời:

a) $b = a \sin \alpha = a \cos \beta$; $c = a \sin \beta = a \cos \alpha$

b) $b = c \cdot \tan \beta = c \cdot \cot \alpha$

Câu 4 (trang 92 SGK Toán 9 Tập 1):

Để giải một tam giác vuông, cần biết ít nhất mấy góc và cạnh? Có lưu ý gì về số cạnh?

Trả lời:

Để giải một tam giác vuông cần biết hai yếu tố trong đó có ít nhất là một yếu tố cạnh

Nhóm bài tập ôn tập chương 1:

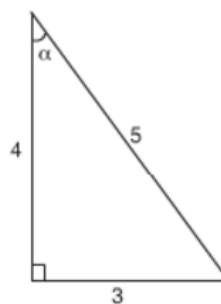
Bài 33 (trang 93 SGK Toán 9 Tập 1):

Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây:

a) Trong hình 41, $\sin \alpha$ bằng:

(A) $\frac{5}{3}$; (B) $\frac{5}{4}$

(C) $\frac{3}{5}$; (D) $\frac{3}{4}$

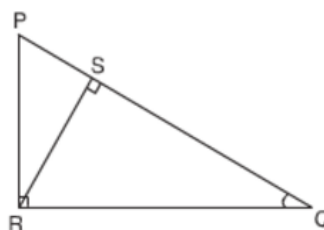


Hình 41

b) Trong hình 42, $\sin Q$ bằng:

(A) $\frac{PR}{RS}$; (B) $\frac{PR}{QR}$

(C) $\frac{PS}{SR}$; (D) $\frac{SR}{QR}$

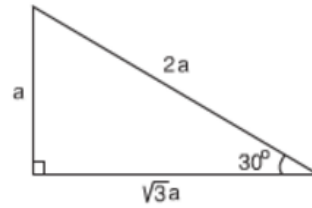


Hình 42

c) Trong hình 43, $\cos 30^\circ$ bằng:

(A) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$; (B) $\frac{a}{\sqrt{3}}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (D) $2\sqrt{3}a^2$



Hình 43

Lời giải:

a) Chọn C

b) Chọn D

c) Chọn C vì:

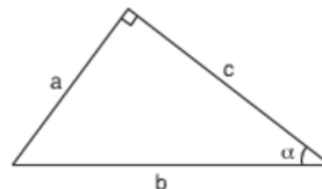
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3} a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Bài 34 (trang 93 SGK Toán 9 Tập 1):

a) Trong hình 44, hệ thức nào trong các hệ thức sau là đúng?

(A) $\sin \alpha = \frac{b}{c}$; (B) $\cotg \alpha = \frac{b}{c}$

(C) $\tg \alpha = \frac{a}{c}$; (D) $\cotg \alpha = \frac{a}{c}$



Hình 44

b) Trong hình 45, hệ thức nào trong các hệ thức sau *không đúng* ?

(A) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

(B) $\sin \alpha = \cos \beta$

(C) $\cos \beta = \sin (90^\circ - \alpha)$

(D) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$



Hình 45

Lời giải:

a) Chọn C

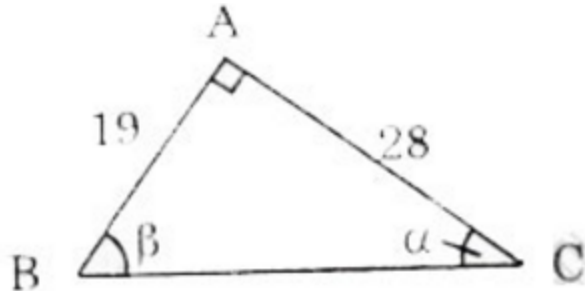
b) Chọn C sai

- Vì đẳng thức đúng phải là: $\cos \beta = \sin(90^\circ - \beta)$

Bài 35 (trang 94 SGK Toán 9 Tập 1):

Tỉ số giữa hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông bằng 19: 28. Tìm các góc của nó.

Lời giải:



Kí hiệu góc như trên hình vẽ.

Tỉ số giữa hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông là tg của góc nhọn này và là cotg của góc nhọn kia.

Giả sử α là góc nhọn của tam giác vuông đó.

Ta có:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{19}{28} \approx 0,6786$$

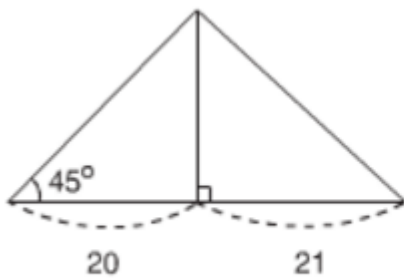
$$\Rightarrow \alpha \approx 34^\circ 10'$$

$$\Rightarrow \beta \approx 90^\circ - 34^\circ 10' = 55^\circ 50'$$

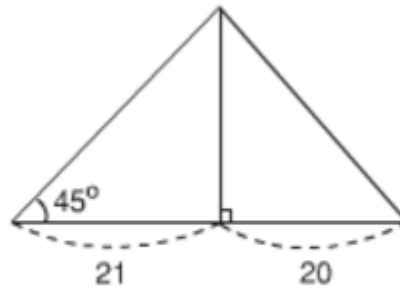
(Lưu ý: Bạn cũng có thể sử dụng cotg để tính, nhưng cũng sẽ cho kết quả tương tự bởi vì tính chất lượng giác của 2 góc phụ nhau.)

Bài 36 (trang 94 SGK Toán 9 Tập 1):

Cho tam giác có một góc bằng 45° . Đường cao chia một cạnh kề với góc đó thành các phần 20cm và 21 cm. Tính cạnh lớn trong hai cạnh còn lại (lưu ý có hai trường hợp hình 46 và hình 47).

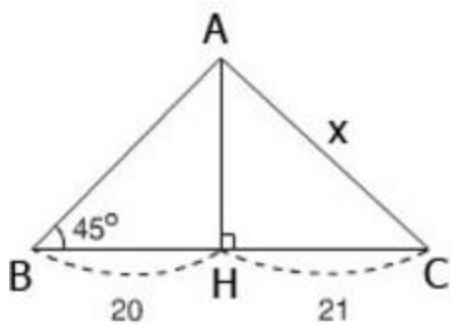


Hình 46

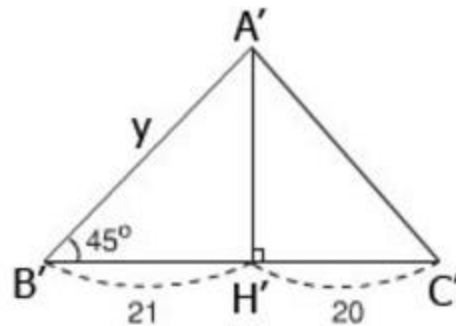


Hình 47

Lời giải:



Hình 46



Hình 47

- Trường hợp hình 46: cạnh lớn trong hai cạnh còn lại được kí hiệu là x.

ΔHAB cân vì có $\angle B = 45^\circ$

$$\Rightarrow HA = HB = 20$$

Áp dụng định lí Pitago trong ΔHAC có:

$$x^2 = AC^2 = HA^2 + HC^2 = 20^2 + 21^2 = 841$$

$$\Rightarrow x = 29 \text{ hay độ dài cạnh lớn trong hai cạnh còn lại là } 29.$$

- Trường hợp hình 47: cạnh lớn trong hai cạnh còn lại được kí hiệu là y .

$\Delta H'A'B'$ cân vì có $\angle B' = 45^\circ$

$\Rightarrow H'A' = H'B' = 21$

Áp dụng định lí Pitago trong $\Delta H'A'B'$ có:

$$y^2 = A'B'^2 = H'A'^2 + H'B'^2 = 21^2 + 21^2 = 2 \cdot 21^2$$

$\Rightarrow y = 21\sqrt{2} \approx 29,7$ hay độ dài cạnh lớn trong hai cạnh còn lại là 29,7.

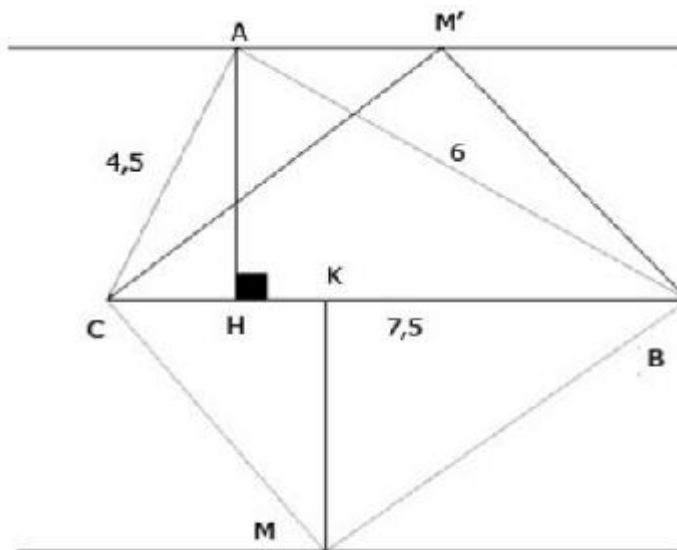
Bài 37 (trang 94 SGK Toán 9 Tập 1):

Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4,5\text{cm}$, $BC = 7,5\text{cm}$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A. Tính các góc B, C và đường cao AH của tam giác đó.

b) Hỏi rằng điểm M mà diện tích tam giác MBC bằng diện tích tam giác ABC nằm trên đường nào?

Lời giải:



a) Ta có: $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 7,5^2 = BC^2$

nên tam giác ABC vuông tại A. (đpcm)

$$\text{Ta có: } \operatorname{tg}B = \frac{AC}{AB} = \frac{4,5}{6} = 0,75$$

$$\Rightarrow \angle B = 37^\circ$$

$$\Rightarrow \angle C = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

Mặt khác trong tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\text{nên } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{36} + \frac{1}{20,25}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{36 \cdot 20,25}{36 + 20,25} = 12,96$$

$$\Rightarrow AH = 3,6 \text{ cm}$$

b) Gọi khoảng cách từ M đến BC là MK. Ta có:

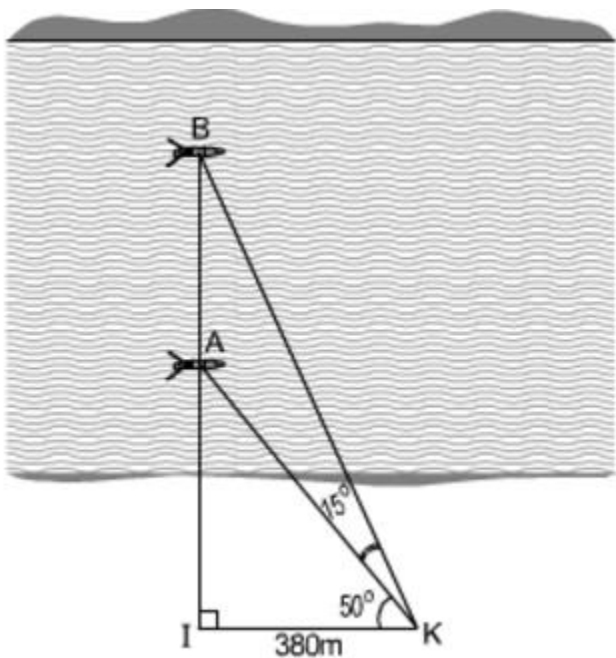
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \text{ và } S_{MBC} = \frac{1}{2} MK \cdot BC$$

Ta thấy $S_{MBC} = S_{ABC}$ khi $MK = AH = 3,6 \text{ cm}$

Do đó để $S_{MBC} = S_{ABC}$ thì M phải nằm trên đường thẳng song song và cách BC một khoảng là 3,6 cm (có hai đường thẳng như trên hình).

Bài 38 (trang 95 SGK Toán 9 Tập 1):

Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình 48. Tính khoảng cách giữa chúng (làm tròn đến mét).



Hình 48

Lời giải:

Trong tam giác vuông BIK có:

$$IB = IK \cdot \tan \angle IKB = IK \cdot \tan(50^\circ + 15^\circ) = 380 \cdot \tan 65^\circ \approx 814 \text{ (m)}$$

Trong tam giác vuông AIK có:

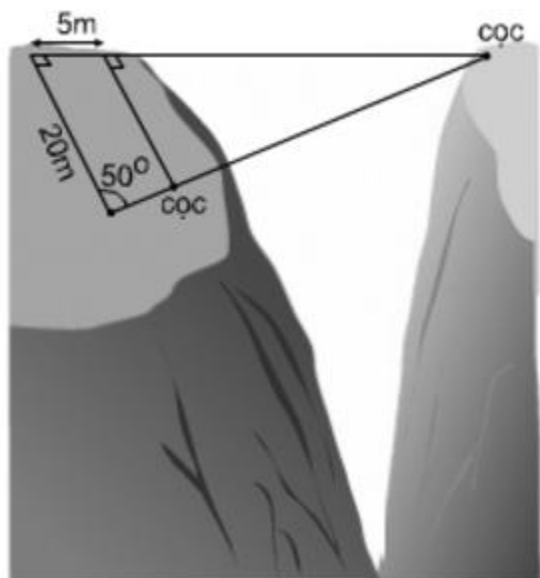
$$IA = IK \cdot \tan \angle IKA = IK \cdot \tan 50^\circ = 380 \cdot \tan 50^\circ \approx 452 \text{ (m)}$$

Vậy khoảng cách giữa hai thuyền là:

$$AB = IB - IA = 814 - 452 = \mathbf{362 \text{ (m)}}$$

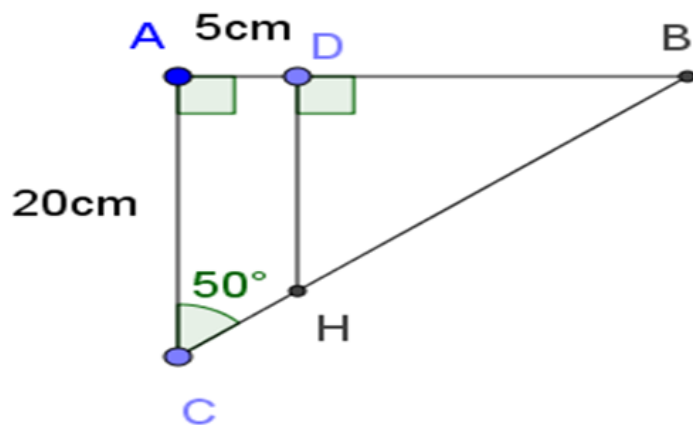
Bài 39 (trang 95 SGK Toán 9 Tập 1):

Tìm khoảng cách giữa hai cọc để căng dây vượt qua vực trong hình 49 (làm tròn đến mét)



Hình 49

Lời giải:



Kí hiệu như hình vẽ. Theo hệ thức giữa cạnh và góc của tam giác vuông:

Trong tam giác vuông ABC:

$$AB = AC \tan 50^\circ = 20 \cdot \tan 50^\circ = 23,83 \text{ m}$$

$$\Rightarrow BD = 20 \tan 50^\circ - 5 = 18,83 \text{ m}$$

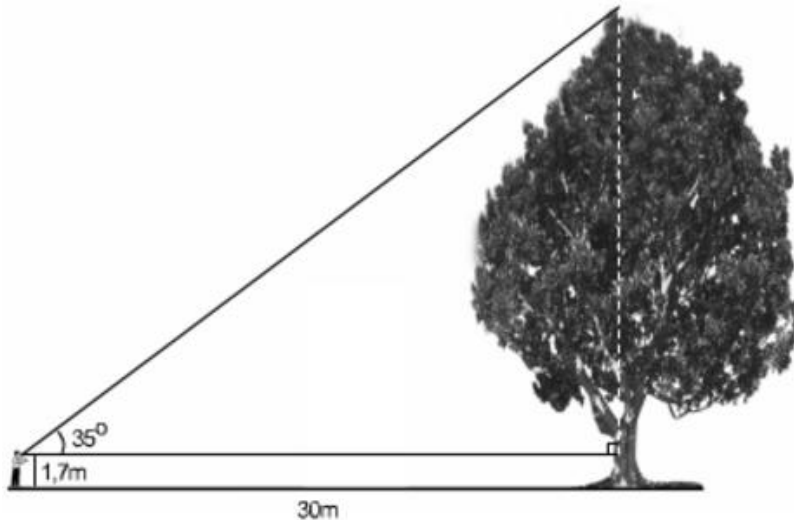
Trong tam giác vuông BHD:

$$\Rightarrow BH = \frac{BD}{\sin 50^\circ} = \frac{18,83}{\sin 50^\circ} \approx 24,59 \text{ (m)}$$

Vậy khoảng cách giữa hai cọc là **24,59 m**.

Bài 40 (trang 95 SGK Toán 9 Tập 1):

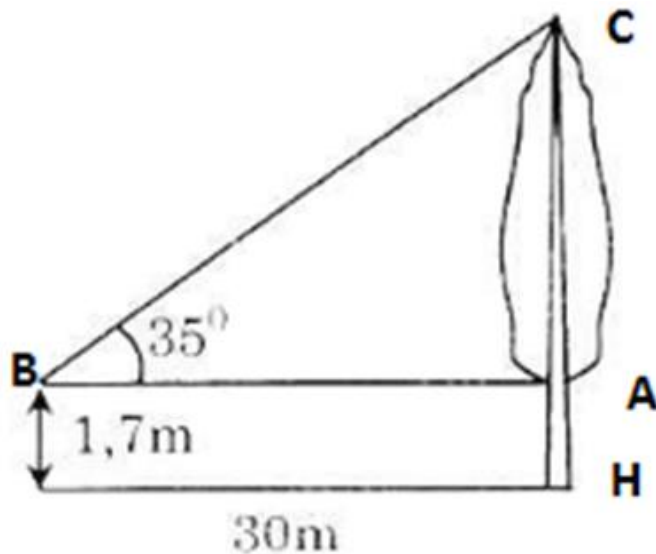
Tính chiều cao của cây trong hình 50 (làm tròn đến đề-xi-mét)



Hình 50

Lời giải:

Kí hiệu như hình vẽ.



Trong tam giác vuông ABC có:

$$BA = AC \cdot \tan 35^\circ = 30 \cdot \tan 35^\circ \approx 21 \text{ (m)}$$

Chiều cao của cây là:

$$BH = BA + AH \approx 21 + 1,7 \approx 22,7 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao của cây là 22,7 (m) (hoặc = 227 dm).

(**Ghi chú:** Bạn cũng có thể làm tắt hơn như sau:

Chiều cao của cây là:

$$BH = BA + AH = AC \cdot \tan 35^\circ + AH = 30 \cdot \tan 35^\circ + 1,7 = 22,7 \text{ m)}$$

Bài 41 (trang 96 SGK Toán 9 Tập 1):

Tam giác ABC vuông tại C có $AC = 2\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $\angle BAC = x$, $\angle ABC = y$. Dùng các thông tin sau (nếu cần) để tìm $x - y$:

$$\sin 23^\circ 36' \approx 0,4$$

$$\cos 66^\circ 24' \approx 0,4$$

$$\text{tg} 21^\circ 48' \approx 0,4$$

Lời giải:

Ta có:

$$\text{tg} 21^\circ 48' = 0,4 = \frac{2}{5} = \frac{AC}{BC} = \text{tg} B$$

$$\text{Suy ra } y = 21^\circ 48'$$

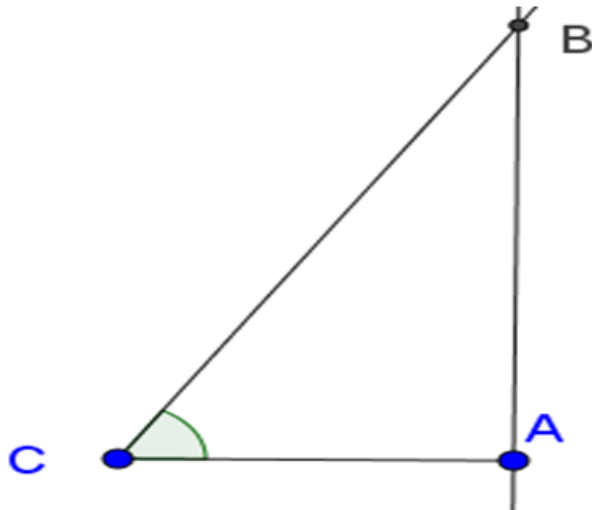
$$\Rightarrow x = 90^\circ - y = 68^\circ 12' \text{ (x, y là hai góc phụ nhau)}$$

$$\text{Vậy } x - y = 68^\circ 12' - 21^\circ 48' = \mathbf{46^\circ 24'}$$

Bài 42 (trang 96 SGK Toán 9 Tập 1):

Ở một cái thang dài 3m người ta ghi: "Để đảm bảo an toàn khi dùng thang, phải đặt thang này tạo với mặt đất một góc có độ lớn từ 60° đến 70° ". Đo góc thì khó hơn đo độ dài. Vậy hãy cho biết: Khi dùng thang đó chân thang phải đặt cách tường khoảng bao nhiêu mét để đảm bảo an toàn?

Lời giải:



Kí hiệu như hình vẽ.

Trong tam giác vuông ABC có:

$$AC = BC \cdot \cos C = 3 \cdot \cos C$$

Vì phải đặt thang tạo với mặt đất một góc 60° đến 70° nên

$$60^\circ \leq \angle C \leq 70^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 70^\circ \leq \cos C \leq \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 3 \cdot \cos 70^\circ \leq 3 \cdot \cos C \leq 3 \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 1,03 \leq AC \leq 1,5$$

Vậy phải đặt chân thang cách tường từ 1,03 m đến 1,5 m.

Bài 43 (trang 96 SGK Toán 9 Tập 1): Đố

Vào khoảng năm 200 trước Công Nguyên, Oratôxten, một nhà toán học và thiên văn học Hi Lạp, đã ước lượng được "chu vi" của Trái Đất (chu vi đường Xích Đạo) nhờ hai quan sát sau:

- 1) Một ngày trong năm, ông ta để ý thấy Mặt Trời chiếu thẳng các đáy giếng ở thành phố Xy-en (nay gọi là At-xu-an), tức là tia sáng chiếu thẳng đứng.
- 2) Cùng lúc đó ở thành phố A-lếch-xăng-đri-a cách Xy-en 800km, một tháp cao 25m có bóng trên mặt đất dài 3,1m.

Từ hai quan sát trên, em hãy tính xấp xỉ "chu vi" của Trái Đất.

(Trên hình 51 điểm S tượng trưng cho thành phố Xy-en, điểm A tượng trưng cho thành phố A-lếch-xăng-đri-a, bóng của tháp trên mặt đất được coi là đoạn thẳng AB).



Hình 51

Lời giải:

Gọi c là chu vi Trái đất, góc $\angle AOS = \alpha$. Ta có:

$$c = AS \cdot \frac{360^\circ}{\alpha^\circ} = 800 \cdot \frac{360^\circ}{\alpha^\circ}$$

Vì các tia sáng chiếu thẳng đứng nên $BC \parallel SO$ do đó:

$$\angle AOS = \angle ACB \text{ (so le trong)}$$

Trong tam giác ABC vuông tại A có:

$$\operatorname{tg}C = \frac{AB}{AC} = \frac{3,1}{25} \approx 0,124 \Rightarrow \hat{C} \approx 7,07^\circ$$

Vì $\angle AOS = \angle ACB$ nên $\alpha = 7,07^\circ$

Vậy chu vi Trái đất là:

$$c = 800 \cdot \frac{360^\circ}{7,07^\circ} \approx 40736 \text{ (km)}$$