

CHUYÊN ĐỀ 2	CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ
--------------------	---------------------------

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI	1
Dạng 1. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên, đồ thị của hàm số đó	1
Dạng 2. Tìm cực trị của hàm số khi biết y, y'	5
Dạng 3. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$	8
Dạng 4. Tìm m để hàm số có n cực trị	10
Dạng 5. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị	11
Dạng 6. Tìm m để hàm số có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước	12
Dạng 7. Tam giác cực trị	14
Dạng 8. Bài toán cực trị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối	14
Dạng 9. Tìm cực trị của hàm số $f(u)$ khi biết bảng biến thiên, đồ thị $f'(x)$	17
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	21
Dạng 1. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên, đồ thị của hàm số đó	21
Dạng 2. Tìm cực trị của hàm số khi biết y, y'	27
Dạng 3. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$	40
Dạng 4. Tìm m để hàm số có n cực trị	48
Dạng 5. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị	53
Dạng 6. Tìm m để hàm số có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước	57
Dạng 7. Tam giác cực trị	64
Dạng 8. Bài toán cực trị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối	68
Dạng 9. Tìm cực trị của hàm số $f(u)$ khi biết bảng biến thiên, đồ thị $f'(x)$	79

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên, đồ thị của hàm số đó

Câu 1. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y		↗ 4		↘ -5		↗ 2	

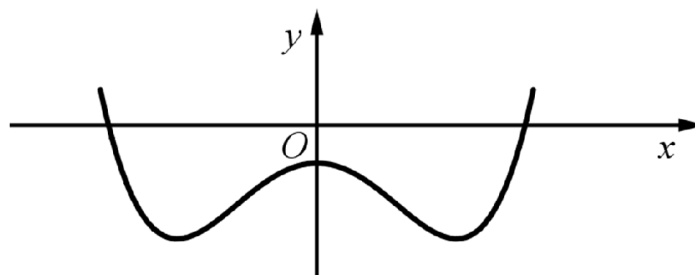
A. $x = -2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 6. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Câu 7. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

A. $x = -2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 8. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3

B. Hàm số có hai điểm cực tiểu

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0

D. Hàm số có ba điểm cực trị

Câu 9. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

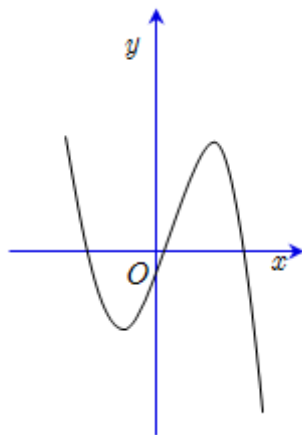
A. $x=2$.

B. $x=-2$.

C. $x=1$.

D. $x=3$.

Câu 10. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 3

B. 2

C. 0

D. 1

Câu 11. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(0;+\infty)$

Câu 12. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

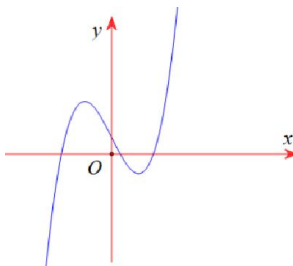
A. $x = -1$.

B. $x = -3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Câu 13. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



- Câu 31. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.
- A. $y_{CT} = -6$ B. $y_{CT} = -1$ C. $y_{CT} = -2$ D. $y_{CT} = 1$
- Câu 32. (THPT CÙ HUY CẬN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?
- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 33. (THPT CÙ HUY CẬN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:
- A. $y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = 3$. C. $y_{CT} = 2$. D. $y_{CT} = 4$.
- Câu 34. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4
- Câu 35. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019)** Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 36. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?
- A. $y = \frac{x^2+1}{x}$ B. $y = \frac{2x-2}{x+1}$ C. $y = x^2 - 2x + 1$ D. $y = -x^3 + x + 1$
- Câu 37. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 38. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.
- Câu 39. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Xét các mệnh đề sau đây
- 1) Hàm số có 3 điểm cực trị.
 - 2) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$.
 - 3) Hàm số có 1 điểm cực trị.
 - 4) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$.
- Có bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong bốn mệnh đề trên?
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 40. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
- A. -2. B. 0. C. 2. D. 1.

- Câu 41.** (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-x-2)(x+1)^4$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng
- A. -1. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 42.** (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 2019m$ ($m \in \mathbb{R}$) đạt cực tiểu tại điểm:
- A. $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.
- Câu 43.** (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là:
- A. $M(-1; -1)$. B. $N(0; 1)$. C. $P(2; -1)$. D. $Q(1; 3)$.
- Câu 44.** (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm
- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.
- Câu 45.** (THPT SƠN TÂY HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.
- Câu 46.** (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là
- A. $(-1; -8)$ B. $(0; -5)$ C. $(\frac{5}{3}; \frac{40}{27})$ D. $(1; 0)$
- Câu 47.** (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là
- A. 4 B. 1 C. 2 D. 3
- Câu 48.** Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?
- A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$. B. $y = x^4$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = |x+2|$.
- Câu 49.** (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:
- A. 3 B. 1 C. 0 D. 2

Dạng 3. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$

- Câu 50.** (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
- A. $m = -1$ B. $m = -7$ C. $m = 5$ D. $m = 1$

- Câu 51. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$
- A. không tồn tại m . B. $m = \pm 1$. C. $m = 1$. D. $m \in \{1; 2\}$.
- Câu 52. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019)** Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
- A. $m = 1, m = 5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.
- Câu 53. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- A. $m = 0$. B. $m > 4$. C. $0 \leq m < 4$. D. $0 < m \leq 4$.
- Câu 54. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3
- Câu 55. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 3 B. 2 C. Vô số D. 1
- Câu 56. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. Vô số B. 3 C. 5 D. 4
- Câu 57. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 6 B. Vô số C. 4 D. 7
- Câu 58. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- A. 8 B. Vô số C. 7 D. 9
- Câu 59. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^{12} + (m-5)x^7 + (m^2-25)x^6 + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$?
- A. 8 B. 9 C. Vô số D. 10
- Câu 60.** Tìm tất cả tham số thực m để hàm số $y = (m-1)x^4 - (m^2-2)x^2 + 2019$ đạt cực tiểu tại $x = -1$
- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 61. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x - \sin x)(x - m - 3)\left(x - \sqrt{9 - m^2}\right)^3 \forall x \in \mathbb{R}$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 6 B. 7 C. 5 D. 4

Dạng 4. Tìm m để hàm số có n cực trị

- Câu 62.** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại?
- A. $1 < m \leq 3$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq 1$ D. $1 \leq m \leq 3$
- Câu 63.** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.
- A. $m \neq 0$ B. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$
C. $m = -1; m = 1$ D. $m = 1$
- Câu 64.** (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị.
- A. $0 < m < 2$. B. $m > 2$. C. $m > 0$. D. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$.
- Câu 65.** (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu?
- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m < -\frac{3}{2}$. C. $m \leq \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.
- Câu 66.** (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 1$ có hai cực trị là:
- A. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $(-1; 2)$ D. $[-1; 2]$
- Câu 67.** (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là
- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.
- Câu 68.** (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Cho hàm số $y = mx^4 + (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng một điểm cực tiểu.
- A. Không tồn tại m . B. $m \geq 0$. C. $m \geq -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.
- Câu 69.** (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.
- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.
- Câu 70.** (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có một điểm cực trị khi
- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m \leq 0 \vee m \geq 1$. C. $m = 0$. D. $m < 0 \vee m > 1$.

- Câu 71.** (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10;10]$ để hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 7$ có ba điểm cực trị?
- A. 20 B. 10 C. Vô số D. 11
- Câu 72.** (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 5
- Câu 73.** (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có một cực trị.
- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $m \leq 0 \cup m \geq 1$

Dạng 5. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị

- Câu 74.** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
- A. $m = \frac{3}{2}$ B. $m = \frac{3}{4}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = \frac{1}{4}$
- Câu 75.** (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?
- A. $M(0; -1)$ B. $N(1; -10)$ C. $P(1; 0)$ D. $Q(-1; 10)$
- Câu 76.** (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.
- A. $S = 5$ B. $S = \frac{10}{3}$ C. $S = 10$ D. $S = 9$
- Câu 77.** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB .
- A. $P(1; 0)$. B. $M(0; -1)$. C. $N(1; -10)$. D. $Q(-1; 10)$.
- Câu 78.** (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- Lần 1- 2018- BTN) Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là
- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = x - 2$.
- Câu 79.** (Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2017 - 2018 - BTN) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m+1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. $m = \frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 80. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2017 - 2018 - BTN) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

- A. $m = -1$. B. $m = -5$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Câu 81. (PTNK Cơ Sở 2 - TPHCM - 2017 - 2018 - BTN) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

- A. $m = \frac{3}{4}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{3}{4}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 82. (TT Tân Hồng Phong - 2018 - BTN) Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.

- A. $m = -\frac{1}{3}$. B. $m = \frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = 1$.

Dạng 6. Tìm m để hàm số có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 83. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 3 B. 6 C. -6 D. 0

Câu 84. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ bằng

- A. $\frac{40}{9}$ B. $\frac{22}{9}$ C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{8}{3}$

Câu 85. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ C. $m = -1$ D. $m = 1$

Câu 86. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox .

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 87. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (m+1)x + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị của số tự nhiên $m < 20$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

A. 18. B. 19. C. 21. D. 20.

Câu 88. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 - 2)x - m^2 + 3$ có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị đó nằm về hai phía khác nhau đối với trục hoành?

A. 2. B. 1.
C. 3. D. 4.

Câu 89. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

A. $m \in (-1; 3) \cup (3; 4)$. B. $m \in (1; 3)$. C. $m \in (3; 4)$. D. $m \in (-1; 4)$.

Câu 90. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = 3x^3 + 2(m+1)x^2 - 3mx + m - 5$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ đồng thời $y(x_1) \cdot y(x_2) = 0$ là:

A. -21 B. -39 C. -8 D. $3\sqrt{11} - 13$

Câu 91. (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.

A. $T = \sqrt{51} + 6$ B. $T = \sqrt{61} + 3$ C. $T = \sqrt{61} - 3$ D. $T = \sqrt{51} - 6$

Câu 92. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + mx + 3$ có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \leq 4$. Số phần tử của S bằng

A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 93. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 4(m-2)x^2 - 7x + 1$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -4$

A. $m = 5$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = \frac{7}{2}$.

Câu 94. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để điểm $M(2m^3; m)$ tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (C) một tam giác có diện tích nhỏ nhất?

A. 0 B. 1 C. 2 D. không tồn tại

Câu 95. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số thực m để đường thẳng đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn (C) có tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$ B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$ C. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$

Câu 96. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có hai điểm cực trị $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thỏa mãn $x_1(y_1 - y_2) = y_1(x_1 - x_2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + 2ab + 3c$ bằng

A. $-\frac{49}{4}$ B. $-\frac{25}{4}$ C. $-\frac{841}{36}$ D. $-\frac{7}{6}$

Dạng 7. Tam giác cực trị

Câu 97. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$ B. $m = 1$ C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$ D. $m = -1$

Câu 98. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0 < m < 1$ B. $m > 0$ C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$ D. $m < 1$

Câu 99. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông. Số phần tử của tập hợp S là

A. 2 B. 0 C. 4 D. 1

Câu 100. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ (1). Tổng lập phương các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua 3 điểm này có bán kính $R = 1$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ C. $2 + \sqrt{5}$ D. $-1 + \sqrt{5}$

Câu 101. (THPT MINH CHÂU HÙNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m + 4$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều?

A. $m \in \{0; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$ B. $m \in \{0; \sqrt[3]{3}; -\sqrt[3]{3}\}$ C. $m \in \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$ D. $m \in \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

Câu 102. (THPT QUANG TRUNG ĐÔNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác vuông cân.

A. $m = 1$ B. $m \in \{-1; 1\}$ C. $m \in \{-1; 0; 1\}$ D. $m \in \emptyset$

Dạng 8. Bài toán cực trị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối

Câu 103. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?
 A. 5 B. 6 C. 4 D. 3

Câu 104. (CHUYÊN HÙNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 03) Biết phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 105. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ có bảy điểm cực trị
 A. 1. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 106. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Số điểm cực trị của hàm số $y = |(x-1)(x-2)^2|$ là
 A. 2 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 107. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 5		↘ 1	↗ $+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4 B. 2 C. 5 D. 3

Câu 108. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2		4		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 6		↘ 2	↗ $+\infty$

Hàm số $y = f(|x-3|)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 5 B. 6 C. 3 D. 1

Câu 109. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 5		↘ 1	↗ $+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 110. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 111. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hàm số

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) và $\begin{cases} a > 0, d > 2019 \\ a + b + c + d - 2019 < 0 \end{cases}$. Số cực trị của hàm số

$y = |g(x)|$ (với $g(x) = f(x) - 2019$) bằng

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 1.

Câu 112. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có đúng 5 điểm cực trị?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 4.

Câu 113. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Số điểm cực trị của hàm số $y = |(x-1)(x-2)^2|$ là

- A. 2 B. 2 C. 3 D. 4

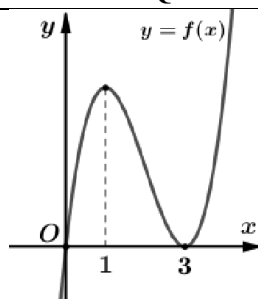
Câu 114. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị.

- A. 16 B. 44 C. 26 D. 27

Câu 115. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên trong khoảng $[-2; 2]$ của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Câu 116. (THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + 2f(x) + 2m|$ có đúng 3 điểm cực trị.

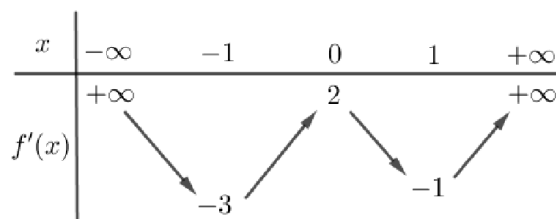
- A. $m > 1$ B. $m \geq 1$ C. $m \leq 2$ D. $m > 2$

Câu 117. (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1|$ có 7 điểm cực trị là:

- A. (0;6) B. (6;33) C. (1;33) D. (1;6)

Dạng 9. Tìm cực trị của hàm số $f(u)$ khi biết bảng biến thiên, đồ thị $f'(x)$

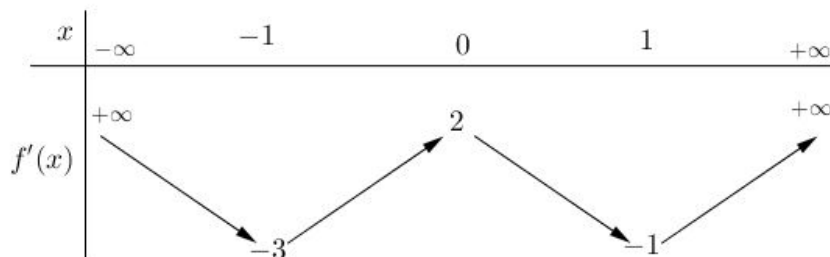
Câu 118. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

- A. 9. B. 3. C. 7. D. 5.

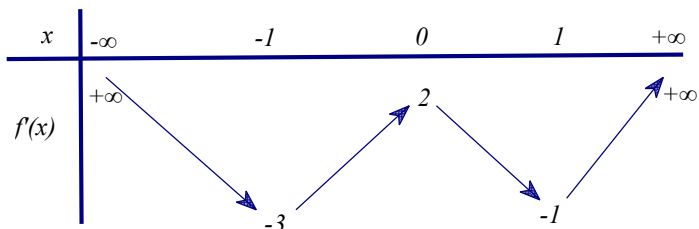
Câu 119. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

- A. 5. B. 9. C. 7. D. 3.

Câu 120. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

- A. 9. B. 5. C. 7. D. 3.

Câu 121. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

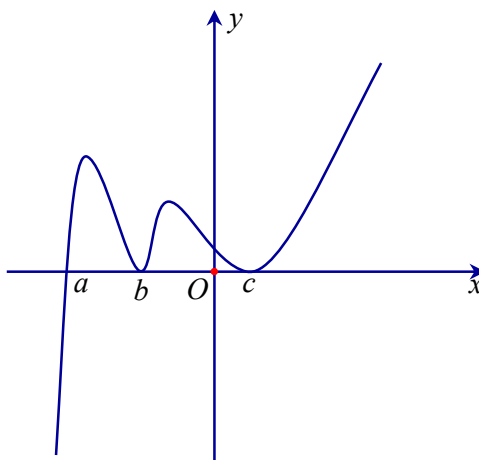
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

- A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Câu 122. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình vẽ.

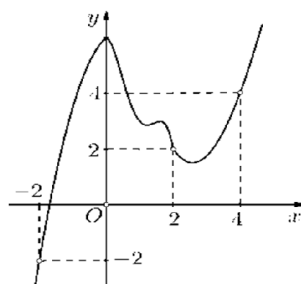
Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 123. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị

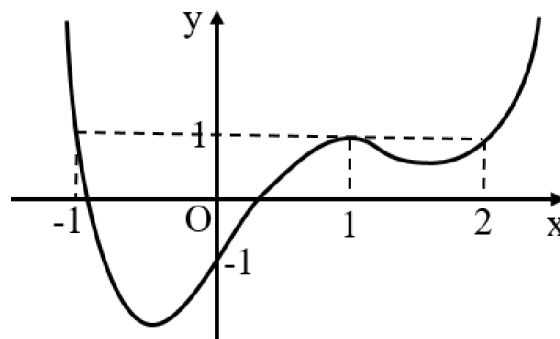
$y = f'(x)$ như hình vẽ sau



Đồ thị hàm số $g(x) = |2f(x) - x^2|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

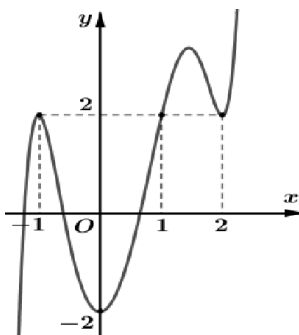
- A. 7 B. 5 C. 6 D. 3

Câu 124. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x) - x$. Hàm số đạt cực đại tại điểm thuộc khoảng nào dưới đây?



- A. $(\frac{3}{2}; 3)$ B. $(-2; 0)$ C. $(0; 1)$ D. $(\frac{1}{2}; 2)$

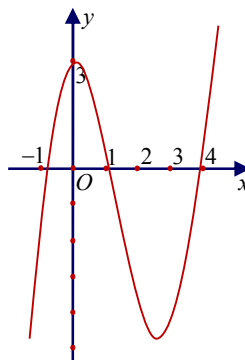
Câu 125. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f'(x-1)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = \pi^{2f(x)-4x}$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

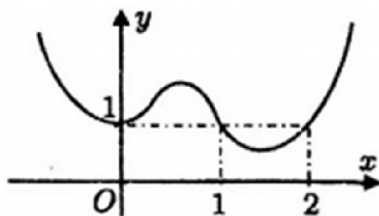
- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 126. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đặt $g(x) = 3f(f(x)) + 4$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)$?



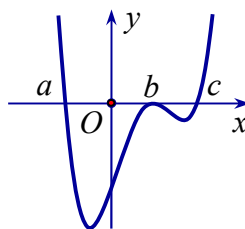
- A. 2. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 127. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) - x$ là



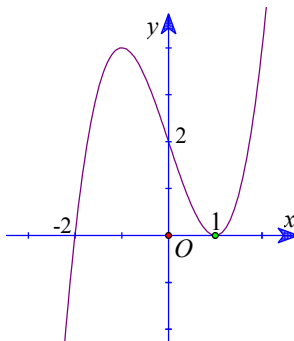
- A. $x = 0$. B. $x = 1$.
 C. $x = 2$. D. không có điểm cực đại.

Câu 128. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(|x^3|)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.



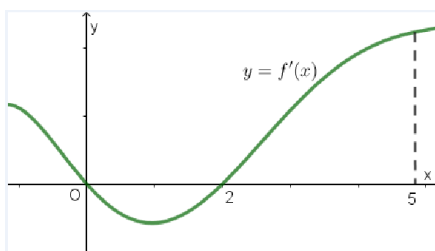
- A. 3 B. 5 C. 4 D. 2

Câu 129. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.



- A. 4 B. 2 C. 5 D. 3

Câu 130. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2)$ trên khoảng $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 131. (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2017) - 2018x + 2019$ là.

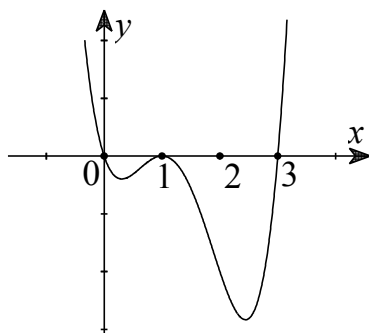
A. 3

B. 4

C. 1

D. 2

Câu 132. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m \in (3; +\infty)$.

B. $m \in [0; 3]$.

C. $m \in [0; 3)$.

D. $m \in (-\infty; 0)$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Tìm cực trị của hàm số dựa vào bảng biến thiên, đồ thị của hàm số đó

Câu 1. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y				↘			
			4		-5		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$

B. Hàm số có bốn điểm cực trị

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

D. Hàm số không có cực đại

Lời giải

Chọn.C

Dựa vào bảng biến thiên. Hàm số có đạo hàm trên \mathbb{R} và $y'(2) = 0$; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = 2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 2. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

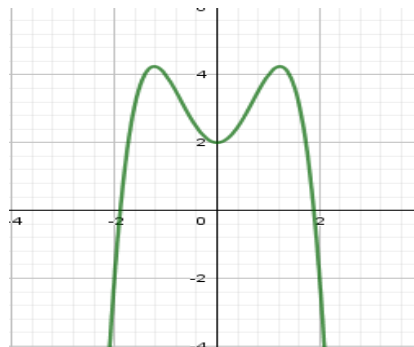
- A. 5 B. 2 C. 0 D. 1

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta có: Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 5$

Câu 3. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Lời giải

Chọn A

Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 4. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

- A. $y_{CB} = 2$ và $y_{CT} = 0$ B. $y_{CB} = 3$ và $y_{CT} = 0$
 C. $y_{CB} = 3$ và $y_{CT} = -2$ D. $y_{CB} = -2$ và $y_{CT} = 2$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CB} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 5. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+			
$f(x)$	$+\infty$	↗		3	↘		-2	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại:

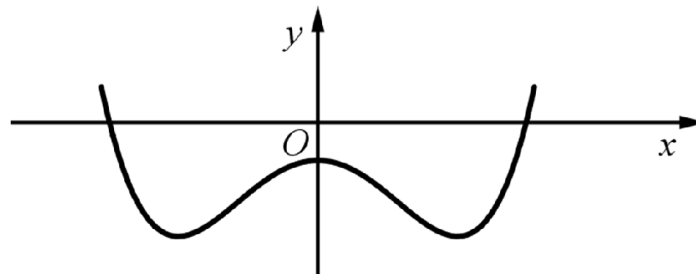
- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)$ xác định tại $x = 1$, $f'(1) = 0$ và đạo hàm đổi dấu từ (+) sang (-)

Câu 6. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

Lời giải

Chọn A

Câu 7. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$		3		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3 B. Hàm số có hai điểm cực tiểu
 C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0 D. Hàm số có ba điểm cực trị

Lời giải

Chọn C

Câu 9. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

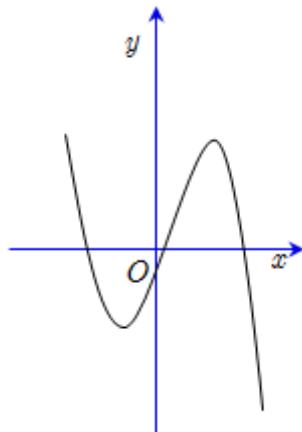
- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.

Câu 10. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 3

B. 2

C. 0

D. 1

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 11. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(0;+\infty)$

Lời giải

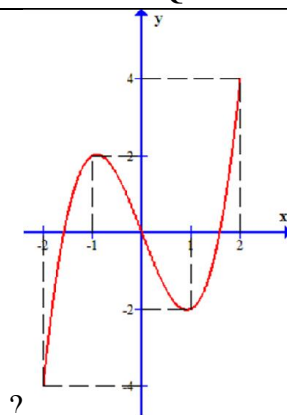
Chọn A

Vì trên $(0;1)$ hàm số có đạo hàm mang dấu âm.

Câu 12. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại



- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Dạng 2. Tìm cực trị của hàm số khi biết y, y'

Câu 16. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị cực đại y_{CS} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $y_{CS} = -1$ B. $y_{CS} = 4$ C. $y_{CS} = 1$ D. $y_{CS} = 0$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4

Câu 17. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

Lời giải

Chọn C

Có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3

B. Cực tiểu của hàm số bằng 1

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6

D. Cực tiểu của hàm số bằng 2

Lời giải

Chọn D

□ **Cách 1.**

Ta có: $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 .

□ **Cách 2.**

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

$y'' = \frac{8}{(x+1)^3}$. Khi đó: $y''(1) = \frac{1}{2} > 0$; $y''(-3) = -\frac{1}{2} < 0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 .

Câu 19. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1

B. 3

C. 2

D. 5

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Do $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt và $f'(x)$ đổi dấu qua ba nghiệm này nên hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 20. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	f_{CT}			$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị đó là điểm cực tiểu $x=0$.

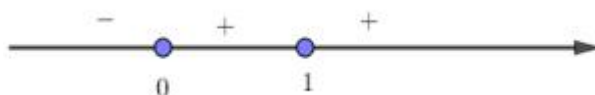
Câu 21. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2, \forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Xét dấu của đạo hàm:



Ta thấy đạo hàm đổi dấu đúng 1 lần nên hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị

Câu 22. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2, \forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$Ta\ có\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x+1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vì nghiệm $x=0$ là nghiệm bội lẻ và $x=-1$ là nghiệm bội chẵn nên số điểm cực trị của hàm số là 1.

Câu 23. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	
y							

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Câu 24. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có

$$f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	+	0	-	

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 25. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$f'(x) = x^3(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 2.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

- Câu 26. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019)** Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)\dots(x-2019), \forall x \in R$. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?
 A. 1008 B. 1010 C. 1009 D. 1011

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2019) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ \dots \\ x=2019 \end{cases}$$

$f'(x)=0$ có 2019 nghiệm bội lẻ và hệ số a dương nên có 1010 cực tiểu

- Câu 27. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2019^x(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là
 A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } F'(x) = f(x) = 2019^x(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2).$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 2019^x(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của $F(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$F'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	
$F(x)$	$-\infty$	↗ $F(-2)$		↘ $F(1)$		↗ $F(2)$		↗ $+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $F(x)$ có 1 cực đại và 1 cực tiểu, nghĩa là có 2 cực trị.

- Câu 28.** Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ có điểm cực tiểu là:
 A. $(-1; -2)$. B. $(1; 0)$. C. $(1; -2)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Ta có:

$$+) y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$+) y'' = -6x$$

$$\square y''(1) = -6 < 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực đại tại } x = 1.$$

$$\square y''(-1) = 6 > 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại } x = -1 \text{ và điểm cực tiểu là } (-1; -2).$$

Câu 29. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$$f'(x) = x^2(x+1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Hỏi } f(x) \text{ có bao nhiêu điểm cực đại?}$$

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-1 = 0 \\ (x-2)^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 30. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Điểm cực đại của đồ thị hàm

$$\text{số } y = x^3 - 6x^2 + 9x \text{ có tổng hoành độ và tung độ bằng}$$

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	↗		↘		$+\infty$

$$\text{Khi đó: } x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5.$$

Câu 31. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số

$$y = -x^3 + 3x - 4.$$

A. $y_{CT} = -6$

B. $y_{CT} = -1$

C. $y_{CT} = -2$

D. $y_{CT} = 1$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-6		-2	$-\infty$

Vậy $y_{CD} = y(1) = -2$; $y_{CT} = y(-1) = -6$.

Câu 32. (THPT CÙ HUY CẬN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là

$$f'(x) = x(x-1)(x+2) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

A. 5.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$. Do $x = 0, x = 1$ là nghiệm đơn, còn các nghiệm và $x = -2$ là nghiệm

bội chẵn nên $f'(x)$ chỉ đổi khi đi qua $x = 0, x = 1$.

\Rightarrow Hàm số (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 2$ có 2 điểm cực trị.

Câu 33. (THPT CÙ HUY CẬN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + 4$$
 là:

A. $y_{CT} = 0$.

B. $y_{CT} = 3$.

C. $y_{CT} = 2$.

D. $y_{CT} = 4$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y'' = 6x - 6$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y''(0) = -6, y''(2) = 6$$

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y_{CT} = y(2) = 0$.

Câu 34. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là}$$

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘				↗			$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 35. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Suy ra đồ thị có hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị có tung độ là số dương.

Câu 36. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

- A. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ B. $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ C. $y = x^2 - 2x + 1$ D. $y = -x^3 + x + 1$

Lời giải

+ Xét hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ không có cực trị.

- Câu 37. (THPT GIA LỘC HẢI DUƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=0$ và $x=1$, do đó hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

- Câu 38. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = (x-2)(x^2-3)^2(x^2+3) = (x-2)(x-\sqrt{3})^2(x+\sqrt{3})^2(x^2+3)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+\sqrt{3})^2(x-\sqrt{3})^2(x^2+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 39. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Xét các mệnh đề sau đây

- 1) Hàm số có 3 điểm cực trị.
- 2) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$; $(1; +\infty)$.
- 3) Hàm số có 1 điểm cực trị.
- 4) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong bốn mệnh đề trên?

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải

$$y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$	$+$
y	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$

Hàm số có 3 điểm cực trị, đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$; $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$. Vậy mệnh đề 1, 2, 4 đúng.

Câu 40. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

- A. -2. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$y'' = 6x - 6 \Rightarrow y''(0) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Giá trị cực đại của hàm số là: } y(0) = -2.$$

- Câu 41. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-x-2)(x+1)^4$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng
- A. -1. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Có $f'(x) = x^2(x-2)^2(x+1)^5$. Ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị là $x = -1$.

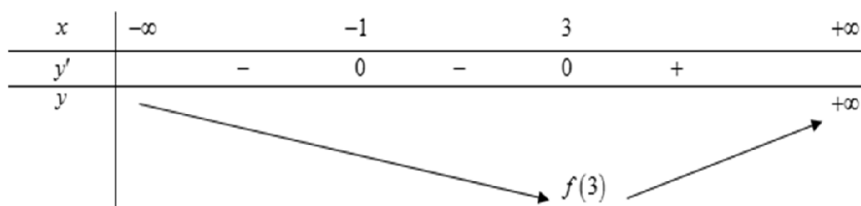
Vậy tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng -1.

- Câu 42. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 2019m$ ($m \in \mathbb{R}$) đạt cực tiểu tại điểm:
- A. $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

TXD: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^3 - x^2 - 5x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}.$$



Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

- Câu 43. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là:
- A. $M(-1; -1)$. B. $N(0; 1)$. C. $P(2; -1)$. D. $Q(1; 3)$.

Lời giải

$$y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = -6x; y''(1) = -6 < 0; y''(-1) = 6 > 0$$

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x=1; y(1)=3$. Vậy chọn đáp án $Q(1;3)$.

- Câu 44. (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm
- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 + 2x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$y'' = 2x + 2; y''(-3) = -4 < 0; y''(1) = 4 > 0.$$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

- Câu 45. (THPT SƠN TÂY HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Tự luận

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-1		0		-1		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Trắc nghiệm

Hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $ab < 0$ thì sẽ có 3 điểm cực trị.

Vậy chọn ngay đáp án **C**.

Câu 46. (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Điểm cực tiểu

của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

- A. $(-1; -8)$ B. $(0; -5)$ C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$ D. $(1; 0)$

Lời giải

Chọn A

$$y' = -3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

$$y'' = -6x + 2.$$

Ta có: $y''(-1) = 8 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; $y_{CT} = y(-1) = -8$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1; -8)$.

Câu 47. (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số

$y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 4 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Sử dụng MTCT chọn một số năm giữa các khoảng suy ra bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt[4]{2}$	0	$\sqrt[4]{2}$	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

$f'(x)$ đổi dấu 3 lần qua $x = -2, x = -\sqrt[4]{2}, x = \sqrt[4]{2}$. suy ra hàm số có 3 cực trị.

Cách 2: Sử dụng nghiệm bội chẵn lẻ, nghiệm đơn.

$$f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) = x^4(x+2)^2(x+2)(x-\sqrt[4]{2})(x+\sqrt[4]{2})$$

$f'(x)$ đổi dấu qua 3 nghiệm đơn. 2 nghiệm bội chẵn không đổi dấu nên có 3 cực trị.

Câu 48. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

- A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$. B. $y = x^4$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = |x+2|$.

Lời giải

Chọn A.

+ Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$

Tập xác định: $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

Có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0 \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định \Rightarrow hàm số

không có cực trị.

Các hàm số khác dễ dàng chứng minh được y' có nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm. Riêng hàm số cuối y' không xác định tại -2 nhưng hàm số xác định trên \mathbb{R} và y' đổi dấu qua -2 do đó có hàm số có điểm cực trị $x = -2$.

Câu 49. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$

có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3

B. 1

C. 0

D. 2

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	
$f(x)$									

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Dạng 3. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$

Câu 50. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = -1$

B. $m = -7$

C. $m = 5$

D. $m = 1$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$; $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 6m + m^2 - 4 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(L) \\ m = 5(TM) \\ m > 3 \end{cases}$$

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.

Câu 51. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

A. không tồn tại m . B. $m = \pm 1$. C. $m = 1$. D. $m \in \{1; 2\}$.

Lời giải

$$\text{Để } x = 1 \text{ là điểm cực tiểu của hàm số} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4m + m = 0 \\ 6 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Thử lại với $m = 1$, ta có $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$; $y' = 3x^2 - 4x + 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y						

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $m = 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 52. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = 1, m = 5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải

Tập xác định \mathbb{R} .

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$, $y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ thì

$$\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = 1 \Leftrightarrow m = 5.. \\ 3 < m \end{cases}$$

Câu 53. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

- A. $m = 0$. B. $m > 4$. C. $0 \leq m < 4$. D. $0 < m \leq 4$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3x^2 - 6x + m; \quad y'' = 6x - 6.$$

$$\text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 54. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Lời giải

Chọn D

$$y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$$

$$y'' = 2x - 2m$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ nên ta có

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \vee m = 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Thử lại với $m = 2$ ta có $y'' = 2x - 4 \Rightarrow y''(1) = -2 < 0$

Do đó Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

Câu 55. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. 3 B. 2 C. Vô số D. 1

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 8x^7 + 5(m-1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 + 1 = x^3(8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1))$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2 - 1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

*Nếu $m = 1$ thì $y' = 8x^7$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

*Nếu $m = -1$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 8x^4 - 10x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\frac{5}{4}} \end{cases}$, nhưng $x = 0$ là nghiệm bội chẵn nên không

phải cực trị.

*Nếu $m \neq \pm 1$: khi đó $x = 0$ là nghiệm bội lẻ. Xét $g(x) = 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2 - 1)$. Để $x = 0$ là điểm cực tiểu thì $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -4(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$. Vì m nguyên nên chỉ có giá trị $m = 0$.

Vậy chỉ có hai tham số m nguyên để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ là $m = 0$ và $m = 1$.

Câu 56. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2 - 4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. Vô số

B. 3

C. 5

D. 4

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2 - 4)x^4 + 1 \Rightarrow y' = 8x^7 + 5(m-2)x^4 - 4(m^2 - 4)x^3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3(8x^4 + 5(m-2)x - 4(m^2 - 4)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = 8x^4 + 5(m-2)x - 4(m^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = 8x^4 + 5(m-2)x - 4(m^2 - 4)$ có $g'(x) = 32x^3 + 5(m-2)$.

Ta thấy $g'(x) = 0$ có một nghiệm nên $g(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm

+ TH1: Nếu $g(x) = 0$ có nghiệm $x = 0 \Rightarrow m = 2$ hoặc $m = -2$

Với $m = 2$ thì $x = 0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x = 0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = 2$ thỏa ycbt.

$$\text{Với } m = -2 \text{ thì } g(x) = 8x^4 - 20x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\frac{5}{2}} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\sqrt[3]{\frac{5}{2}}$	$+\infty$		
y'		-	0	-	0	+
y	$+\infty$					$+\infty$

Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-2$ không thỏa ycbt.

+ TH2: $g(0) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Leftrightarrow g(0) > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 4 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 57. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 6

B. Vô số

C. 4

D. 7

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1 \Rightarrow y' = 8x^7 + 5(m-3)x^4 - 4(m^2-9)x^3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3(8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = 8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9) = 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = 8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9)$ có $g'(x) = 32x^3 + 5(m-3)$.

Ta thấy $g'(x) = 0$ có một nghiệm nên $g(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm

+) TH1: Nếu $g(x) = 0$ có nghiệm $x=0 \Rightarrow m=3$ hoặc $m=-3$

Với $m=3$ thì $x=0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x=0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=3$ thỏa ycbt.

$$\text{Với } m=-3 \text{ thì } g(x) = 8x^4 - 30x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\frac{15}{4}} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\sqrt[3]{\frac{15}{4}}$	$+\infty$		
y'		-	0	-	0	+
y	$+\infty$					$+\infty$

Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-3$ không thỏa ycbt.

+) TH2: $g(0) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Leftrightarrow g(0) > 0$
 $\Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 6 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 58. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. 8 B. Vô số C. 7 D. 9

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-4)x^4 - 4(m^2-16)x^3 = x^3 [8x^4 + 5(m-4)x - 4(m^2-16)] = x^3 \cdot g(x)$

Với $g(x) = 8x^4 + 5(m-4)x - 4(m^2-16)$.

• Trường hợp 1: $g(0) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Với $m = 4 \Rightarrow y' = 8x^7$. Suy ra $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Với $m = -4 \Rightarrow y' = 8x^4(x^3 - 5)$. Suy ra $x=0$ không là điểm cực trị của hàm số.

• Trường hợp 2: $g(0) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 4$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ thì qua giá trị $x=0$ dấu của y' phải chuyển từ âm sang dương do đó $g(0) > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $-4 < m \leq 4$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 59. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^{12} + (m-5)x^7 + (m^2-25)x^6 + 1$ đạt cực đại tại $x=0$?

A. 8 B. 9 C. Vô số D. 10

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 12x^{11} + 7(m-5)x^6 + 6(m^2-25)x^5$

TH1: $m = 5 \Rightarrow y' = 12x^{11}$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội lẻ, đồng thời dấu của y' đổi từ âm sang dương, nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số, do đó không thỏa mãn, $m = 5$ loại.

TH2: $m = -5 \Rightarrow y' = x^6(12x^5 - 70) = 0 \Rightarrow x = 0$ là nghiệm bội chẵn, do đó y' không đổi dấu khi đi qua $x = 0$, $m = -5$ loại.

TH3: $m \neq \pm 5 \Rightarrow y' = x^5 [12x^6 + 7(m-5)x + 6(m^2 - 25)] = x^5 \cdot g(x)$

Với $g(x) = 12x^6 + 7(m-5)x + 6(m^2 - 25)$, ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của $g(x)$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ thì y' phải đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$, xảy ra khi

$$\text{và chỉ khi } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 6(m^2 - 25) < 0 \Leftrightarrow -5 < m < 5$$

Vì m nguyên nên $m = \{-4; -3; \dots; 3; 4\}$, vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 60. Tìm tất cả tham số thực m để hàm số $y = (m-1)x^4 - (m^2 - 2)x^2 + 2019$ đạt cực tiểu tại $x = -1$

A. $m = 0$.

B. $m = -2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4(m-1)x^3 - 2(m^2 - 2)x$

* Điều kiện cần:

Điều kiện cần để hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ là $f'(-1) = 0 \Leftrightarrow -4(m-1) + 2(m^2 - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

* Điều kiện đủ:

Trường hợp 1: $m = 0$ hàm số trở thành $y = -x^4 + 2x^2 + 2019$

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	\nearrow	2020	\searrow	2019	\nearrow	2020	\searrow	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ nên loại $m = 0$.

Trường hợp 2: $m = 2$ hàm số trở thành $y = x^4 - 2x^2 + 2019$.

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$							
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$				
y	$+\infty$			2019			2018			2018		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. Chọn $m = 2$.

Vậy với $m = 2$ thì hàm số $y = (m - 1)x^4 - (m^2 - 2)x^2 + 2019$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

- Câu 61. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x - \sin x)(x - m - 3)\left(x - \sqrt{9 - m^2}\right)^3 \forall x \in \mathbb{R}$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 6 B. 7 C. 5 D. 4

Lời giải

Điều kiện $9 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$

TH 1: $0 \leq m < 3$ ta có BTT

x	$-\infty$	0	$\sqrt{9 - m^2}$	$m + 3$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

TH 2: $-3 \leq m < 0$ ta có BTT

x	$-\infty$	0	$m + 3$	$\sqrt{9 - m^2}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

TH 2: $m = 3$ ta có BTT

x	$-\infty$	0	6	$+\infty$	
y'	-	0	-	0	+
y					

Từ đó suy ra $-3 \leq m < 3 \Rightarrow$ có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Dạng 4. Tìm m để hàm số có n cực trị

Câu 62. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại?

- A. $1 < m \leq 3$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq 1$ D. $1 \leq m \leq 3$

Lời giải

Chọn D

TH1: Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 4x^2 + 1$. Suy ra hàm số không có cực đại.

TH2: Nếu $m > 1$.

Để hàm số không có cực đại thì $-2(m-3) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$. Suy ra $1 < m \leq 3$.

Vậy $1 \leq m \leq 3$.

Câu 63. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

- A. $m \neq 0$ B. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$
 C. $m = -1; m = 1$ D. $m = 1$

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6mx.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4m^3 \\ x = 2m \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq 0$.

Khi đó, hai điểm cực trị của đồ là $A(0; 4m^3)$ và $B(2m; 0)$, ($m \neq 0$).

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot |4m^3| \cdot |2m| = 4 \Leftrightarrow m^4 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 64. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của

tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị.

- A. $0 < m < 2$. B. $m > 2$. C. $m > 0$. D. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $y' = -x^2 + 2mx - 2m$

Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 65. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu?

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m < -\frac{3}{2}$. C. $m \leq \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.

Lời giải

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ $y' = 3x^2 - 6x + 2m$

+ Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta = 36 - 24m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$$

Câu 66. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 1$ có hai cực trị là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $(-1; 2)$ D. $[-1; 2]$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$. Để hàm số có hai cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên

$$y' > 0 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Câu 67. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

TH1: $m = 0$ hàm số đã cho trở thành $y = -x^2 + 1$ là một hàm bậc hai nên luôn có một cực trị.

TH2: $m \neq 0$, ta có $y' = 4mx^3 - 2x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4mx^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(2mx^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 - 1 = 0(*) \end{cases}$$

Để hàm số có đúng một cực trị thì phương trình $y' = 0$ có đúng 1 nghiệm.

Ycbt \Leftrightarrow Phương trình (*) có một nghiệm $x = 0$ hoặc vô nghiệm suy ra $m < 0$.

Vậy $m \leq 0$.

Câu 68. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Cho hàm số $y = mx^4 + (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng một điểm cực tiểu.

- A. Không tồn tại m . B. $m \geq 0$. C. $m \geq -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.

Lời giải

Với $m = 0$, ta có $y = x^2 + 1 \Rightarrow y' = 2x$. Khi đó hàm số có 1 cực trị và cực trị đó là cực tiểu. Suy ra $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. (1)

Với $m \neq 0$, ta có $y' = 4mx^3 + 2(2m+1)x = 2x(2mx^2 + 2m+1)$

Hàm số có một cực trị là cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 2mx^2 + 2m + 1 = 0 \text{ vô nghiệm} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{-2m-1}{2m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m < \frac{-1}{2} \\ m > 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow m > 0 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra hàm số có một cực trị là cực tiểu khi $m \geq 0$.

Câu 69. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m^2 - m - 6)x = 4x[x^2 + (m^2 - m - 6)]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + (m^2 - m - 6) = 0(1) \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 3.$$

Ta có: $m \in \mathbb{Z}, -2 < m < 3 \Leftrightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

- Câu 70. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có một điểm cực trị khi
- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m \leq 0 \vee m \geq 1$. C. $m = 0$. D. $m < 0 \vee m > 1$.

Lời giải

Trường hợp 1: $m = 0$ thì hàm số đã cho trở thành $y = -x^2 + 1$. Hàm số này có 1 cực trị là cực đại $\Rightarrow m = 0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m \neq 0$ thì hàm số đã cho trở thành $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$

$$\text{Ta có } y' = 4mx^3 + 2(m-1)x = 2x(2mx^2 + m-1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ 2mx^2 + m-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{1-m}{2m} \end{cases} (*)$$

YCBT $\Leftrightarrow y'$ đổi dấu một lần \Leftrightarrow Phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm $x = 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{1-m}{2m} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m < 0 \end{cases}$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $0 \leq m \vee m \geq 1$.

Giải nhanh: Với a khác 0 thì hàm số đã cho có 1 cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0 \Rightarrow m(m-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

- Câu 71. (THPT CHUYÊN LAM SON THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 7$ có ba điểm cực trị?
- A. 20 B. 10 C. Vô số D. 11

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x[x^2 - (2m+1)] \quad \forall x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2m+1 \end{cases} (*)$$

Hàm số đã cho có ba cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$.

Do $m \in [-10; 10]$ nên có 11 giá trị thỏa mãn.

Câu 72. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại ?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 5

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 6)x$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và

$$\text{chỉ khi } \begin{cases} 4m > 0 \\ m(m^2 - 6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{6}.$$

Do đó có hai giá trị nguyên của tham số m .

Câu 73. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYỄN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ có một cực trị.

- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $m \leq 0 \cup m \geq 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 4mx^3 + 2(m-1)x$

• Trường hợp 1: Xét $m = 0 \Rightarrow y' = -2x$. Ta thấy phương trình $y' = 0$ đổi dấu một lần nên hàm số có một điểm cực trị. Suy ra $m = 0$ (thỏa YCBT) (1)

• Trường hợp 2: Xét $m = 1 \Rightarrow y' = 4x^3$. Ta thấy phương trình $y' = 0$ đổi dấu một lần nên hàm số có một điểm cực trị. Suy ra $m = 1$ (thỏa YCBT) (2)

• Trường hợp 3: Xét $m \neq 0$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{1-m}{2m} \end{cases}$

Để hàm số có một điểm cực trị thì $\frac{1-m}{2m} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

✍ Ghi chú: Dùng công thức tính nhanh

Hàm số có một điểm cực trị khi và chỉ khi $m(m-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

Dạng 5. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị

Câu 74. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. $m = \frac{3}{2}$

B. $m = \frac{3}{4}$

C. $m = -\frac{1}{2}$

D. $m = \frac{1}{4}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Từ đó ta có tọa độ hai điểm cực trị $A(0;1)$, $B(2;-3)$. Đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình $y = -2x + 1$. Đường thẳng này vuông góc với đường thẳng

$$y = (2m-1)x + 3 + m \text{ khi và chỉ khi } (2m-1)(-2) = -1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}.$$

Câu 75. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A. $M(0;-1)$

B. $N(1;-10)$

C. $P(1;0)$

D. $Q(-1;10)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$ thực hiện phép chia y cho y' ta được số dư là $y = -8x - 2$.

Như thế điểm $N(1;-10)$ thuộc đường thẳng AB .

Câu 76. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 5$

B. $S = \frac{10}{3}$

C. $S = 10$

D. $S = 9$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

Dễ dàng xác định được tọa độ các điểm cực trị là $A(0;5); B(2;9)$

$$\text{Vậy } OA = 5; OB = \sqrt{85}; AB = 2\sqrt{5}$$

$$\text{Gọi } p = \frac{AB + OA + OB}{2}$$

Áp dụng công thức Heron tính diện tích tam giác OAB ta có

$$S_{\Delta OAB} = \sqrt{p(p-OA)(p-OB)(p-AB)} = 5$$

Câu 77. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB .

- A. $P(1;0)$. B. $M(0;-1)$. C. $N(1;-10)$. D. $Q(-1;10)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 6 \\ x = 3 \Rightarrow y = -26 \end{cases}$$

Ta có $A(-1;6), B(3;-26) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4; -32)$ nên) Chọn $\vec{n}_{AB} = (8;1)$.

Phương trình đường thẳng AB là:

$$8(x+1) + 1(y-6) = 0 \Leftrightarrow 8x + y + 2 = 0.$$

Thay tọa độ các điểm P, M, N, Q vào phương trình đường thẳng AB ta có điểm $N(1;-10)$ thuộc đường thẳng.

Câu 78. (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- Lần 1- 2018- BTN) Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = x - 2$.

Lời giải

Chọn B

Thực hiện phép chia y cho y' ta được: $y = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x\right) + (-2x + 1)$.

Giả sử hai điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là: $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} y_1 = y(x_1) = y'(x_1) \cdot \left(\frac{1}{3}x_1\right) + (-2x_1 + 1) = -2x_1 + 1 \\ y_2 = y(x_2) = y'(x_2) \cdot \left(\frac{1}{3}x_2\right) + (-2x_2 + 1) = -2x_2 + 1 \end{cases}$$

Ta thấy, tọa độ hai điểm cực trị A và B thỏa mãn phương trình $y = -2x + 1$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = -2x + 1$.

Câu 79. (Lương Văn Chánh - Phú Yên – 2017 - 2018 - BTN) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m+1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. $m = \frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$

Có: $y' = 3x^2 - 6x$, $y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right)y' - 2x - 1$.

Do đó, đường thẳng Δ qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này có phương trình là $y = -2x - 1$.

Để d vuông góc với Δ thì $(3m+1).(-2) = -1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{6}$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = -\frac{1}{6}$.

Câu 80. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2017 - 2018 - BTN) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

- A. $m = -1$. B. $m = -5$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 + 4x + m - 3$, để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{3}$ (*)

Ta có $y = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}\right) + \left(\frac{2m}{3} - \frac{26}{9}\right)x + \frac{7m}{9} + \frac{2}{3}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

cực trị là $y = \left(\frac{2m}{3} - \frac{26}{9}\right)x + \frac{7m}{9} + \frac{2}{3}$. Theo giả thiết, đường thẳng này đi qua $M(9; -5)$ nên $m = 3$

(thỏa mãn điều kiện (*)).

Câu 81. (PTNK Cơ Sỡ 2 - TPHCM - 2017 - 2018 - BTN) Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

- A. $m = \frac{3}{4}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{3}{4}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có TXĐ: \mathbb{R} ; $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3) \Rightarrow \overline{AB} = (2;-4)$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A , B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow y = -2x + 1$.

Đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng $d \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 = -2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 82. (TT Tân Hồng Phong - 2018 - BTN) Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.

A. $m = -\frac{1}{3}$.

B. $m = \frac{2}{3}$.

C. $m = -\frac{2}{3}$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 1-2m \end{cases}$.

Để hàm số có hai cực trị thì $m \neq 1-2m \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(m; -7m^3 + 3m^2)$, $B(1-2m; 20m^3 - 24m^2 + 9m - 1)$. Do đó $\overline{AB} = (1-3m; (3m-1)^3)$. Do đó AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = ((3m-1)^2; 1)$.

Do đó $AB: (3m-1)^2 x + y - 2m^3 + 3m^2 - m = 0 \Leftrightarrow y = -(3m-1)^2 x + 2m^3 - 3m^2 + m$.

Để đường thẳng AB song song với đường thẳng $y = -4x$ thì:

$$\begin{cases} -(3m-1)^2 = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$$

Dạng 6. Tìm m để hàm số có cực trị thỏa mãn điều kiện cho trước

- Câu 83. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .
- A. 3 B. 6 C. -6 D. 0

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases} \Rightarrow A\left(m - 1; \frac{m^3 - 3m + 2}{3}\right) \text{ và } B\left(m + 1; \frac{m^3 - 3m - 2}{3}\right)$$

Để thấy phương trình đường thẳng $AB : y = -\frac{2}{3}x + \frac{m(m^2 - 1)}{3}$ nên AB không thể song song hoặc trùng với $d \Rightarrow A, B$ cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$ nếu trung điểm I của AB nằm trên d

$$I\left(m; \frac{m^3 - 3m}{3}\right) \in d \Rightarrow \frac{m^3 - 3m}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow m^3 - 18m + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Với $m = 3 \Rightarrow A, B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d .

Với $m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A, B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d .

Tổng các phần tử của S bằng 0.

- Câu 84. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m - 1)x^2 + 3(m - 2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ bằng
- A. $\frac{40}{9}$ B. $\frac{22}{9}$ C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{8}{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = mx^2 - 2(m - 1)x + 3(m - 2)$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $mx^2 - 2(m - 1)x + 3(m - 2) = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt.

$$\Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2m^2 + 4m + 1 > 0 \end{cases}$$

Theo định lý Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

Theo bài ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = 1 - \frac{2(m-1)}{m} = \frac{2-m}{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3m-4}{m} \cdot \frac{2-m}{m} = \frac{3(m-2)}{m} \Rightarrow 3(2-m)m + (3m-4)(2-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(t/m) \\ m = \frac{2}{3}(t/m) \end{cases}$$

Vậy $m_1^2 + m_2^2 = \frac{40}{9}$.

Câu 85. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham

số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$

A. $m = -3$

B. $m = 3$

C. $m = -1$

D. $m = 1$

Lời giải

Chọn A

$y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 . Vậy x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$

Theo Viet ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$= 4 - \frac{2m}{3} \Rightarrow 4 - \frac{2m}{3} = 6 \Rightarrow m = -3$$

Câu 86. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox .

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2 = 0 \text{ có ba nghiệm phân biệt}$$

$$x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - 6x + m^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0(*) \end{cases}$$

Suy ra phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 10 - m^2 > 0 \\ m^2 - 8 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq \pm 2\sqrt{2} \\ -\sqrt{10} < m < \sqrt{10} \end{cases}$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn đề bài.

Câu 87. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $y = x^3 - (2m + 1)x^2 + (m + 1)x + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị của số tự nhiên $m < 20$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

A. 18. B. 19. C. 21. D. 20.

Lời giải

+ Ta có: $y = (x - 1)(x^2 - 2mx + 1 - m)$.

+ Hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi và chỉ khi đồ thị y cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. $\Leftrightarrow y = (x - 1)(x^2 - 2mx + 1 - m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 1 - m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác 1.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 > 0 \\ 2 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ m > \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m \neq \frac{2}{3} \end{cases}$$

+ Do $m \in \mathbb{N}, m < 20$ nên $1 \leq m < 20$. Vậy có 19 số tự nhiên thỏa mãn bài toán.

Câu 88. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - (m + 1)x^2 + (m^2 - 2)x - m^2 + 3$ có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị đó nằm về hai phía khác nhau đối với trục hoành?

A. 2. B. 1.
C. 3. D. 4.

Lời giải

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2 = 0$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m + 7 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{15}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{15}}{2} (*)$.

Ta lần lượt thử bốn giá trị nguyên của m thỏa mãn (*) là $-1; 0; 1; 2$.

Ta được bốn hàm số

$$y = x^3 - x + 2; y = x^3 - x^2 - 2x + 3; y = x^3 - 2x^2 - x + 2; y = x^3 - 3x^2 + x - 1.$$

Khi đó ta nhận thấy chỉ có $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 89. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

A. $m \in (-1; 3) \cup (3; 4)$. B. $m \in (1; 3)$. C. $m \in (3; 4)$. D. $m \in (-1; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$

Để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3) \Leftrightarrow$ pt $y' = 0$ có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-2; 3)$

$$\Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) = 0 \text{ có 2 nghiệm thuộc khoảng } (-2; 3)$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in (-2; 3) \\ x = 2 - m \end{cases}$$

$$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m \neq -1 \\ -2 < 2 - m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}$$

Câu 90. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = 3x^3 + 2(m+1)x^2 - 3mx + m - 5$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ đồng thời $y(x_1) \cdot y(x_2) = 0$ là:

A. -21 B. -39 C. -8 D. $3\sqrt{11} - 13$

Lời giải

Chọn A

+) Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt:

$$y' = 9x^2 + 4(m+1)x - 3m \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' = 4(m+1)^2 + 27m > 0$$

+) Xét $y(x_1) \cdot y(x_2) = 0$ nên ta có $y = 3x^3 + 2(m+1)x^2 - 3mx + m - 5$ phải tiếp xúc với trục hoành

$$\Rightarrow 3x^3 + 2(m+1)x^2 - 3mx + m - 5 = 0 \text{ phải có nghiệm kép}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[3x^2 + (2m+5)x - m + 5] = 0(1) \text{ phải có nghiệm kép}$$

+) TH1: Phương trình $3x^2 + (2m+5)x - m + 5 = 0$ có một nghiệm $x = 1 \Rightarrow m_1 = -13$

+) TH2: Phương trình $3x^2 + (2m+5)x - m + 5 = 0$ có nghiệm kép khác 1

$$\Rightarrow \Delta = (2m+5)^2 - 12(5-m) = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 32m - 35 = 0 \Rightarrow m_2 + m_3 = -8$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 + m_3 = -21$$

Câu 91. (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.

A. $T = \sqrt{51} + 6$

B. $T = \sqrt{61} + 3$

C. $T = \sqrt{61} - 3$

D. $T = \sqrt{51} - 6$

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$ (1)

+) Theo giả thiết hàm số đạt cực trị tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases} (*)$$

+) Với điều kiện (*) thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 , theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 9 \end{cases}$

+) Ta lại có $|x_1 - x_2| \leq 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 25 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 61 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} (**)$$

+) Kết hợp (*), (**) và điều kiện m dương ta được: $3 < m \leq \frac{\sqrt{61}}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3.$$

Câu 92. (SỐ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của

tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + mx + 3$ có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \leq 4$. Số phần tử của S bằng

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Ta có: $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + mx + 3 \Rightarrow y' = x^2 - 4x + m$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

$$\text{Khi đó giả sử } x_1 < x_2, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - \sqrt{4 - m} \\ x_2 = 2 + \sqrt{4 - m} \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán trở thành $x_2 \leq 4 \Leftrightarrow 2 + \sqrt{4 - m} \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4$.

Kết hợp với $m < 4$ ta được $0 \leq m < 4$. Do m nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 93. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 4(m - 2)x^2 - 7x + 1$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -4$

- A. $m = 5$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Ta có $y = x^3 + 4(m - 2)x^2 - 7x + 1$ (1)

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 8(m - 2)x - 7$. Xét phương trình $3x^2 + 8(m - 2)x - 7 = 0$ (2)

$\Delta' = [4(m - 2)]^2 + 21 > 0$, với mọi $m \Rightarrow$ hàm số (1) luôn có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ với mọi m .

*Ta thấy $ac = -21 < 0 \Rightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm trái dấu

$$\Rightarrow x_1 < 0; x_2 > 0 \Rightarrow |x_1| = -x_1; |x_2| = x_2$$

*Ta có $|x_1| - |x_2| = -4 \Rightarrow -x_1 - x_2 = -4 \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = -4 \Leftrightarrow \frac{8(m - 2)}{3} = -4 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Câu 94. (PEN I - THẦY LÊ ANH TUẤN - ĐỀ 3 - NĂM 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để điểm $M(2m^3; m)$ tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$ (C) một tam giác có diện tích nhỏ nhất?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. không tồn tại

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases} \Rightarrow \forall m \in R, \text{ hàm số luôn có CĐ, CT}$$

Tọa độ các điểm CĐ, CT của đồ thị là $A(m; 2m^3 + 3m^2 + 1), B(m+1; 2m^3 + 3m^2)$

Suy ra $AB = \sqrt{2}$ và phương trình đường thẳng $AB: x + y - 2m^3 - 3m^2 - m - 1 = 0$

Do đó, tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ M tới AB nhỏ nhất

$$\text{Ta có } d(M, AB) = \frac{3m^2 + 1}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ dấu "=" khi } m = 0$$

Câu 95. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số thực m để đường thẳng đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$

C. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 3m$ suy ra đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu khi $m > 0$. Các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số là $C(-\sqrt{m}; 2 + 2m\sqrt{m}); D(\sqrt{m}; 2 - 2m\sqrt{m})$.

Đường thẳng Δ đi qua các điểm CĐ, CT của đồ thị hàm số có phương trình là: $y = -2mx + 2$. Do

$$d(I, \Delta) = \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} < R=1 \text{ (vì } m > 0) \Rightarrow \Delta \text{ luôn cắt đường tròn tâm } I(1;1), \text{ bán kính } R=1 \text{ tại 2}$$

điểm A, B phân biệt. Dễ thấy $m = \frac{1}{2}$ không thỏa mãn do A, I, B thẳng hàng.

$$\text{Với } m \neq \frac{1}{2}: \Delta \text{ không đi qua } I, \text{ ta có: } S_{\Delta BI} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin AIB \leq \frac{1}{2} R^2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } S_{\Delta AB} \text{ lớn nhất bằng } \frac{1}{2} \text{ khi } \sin \widehat{AIB} = 1 \text{ hay } \Delta AIB \text{ vuông cân tại } I \Leftrightarrow IH = \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2} \text{ (H là trung điểm của AB)}$$

Câu 96. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có hai điểm cực trị $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thỏa mãn $x_1(y_1 - y_2) = y_1(x_1 - x_2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + 2ab + 3c$ bằng

A. $-\frac{49}{4}$

B. $-\frac{25}{4}$

C. $-\frac{841}{36}$

D. $-\frac{7}{6}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 + 2ax + b$

Chia y cho y' ta được $y = y' \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}a \right) + \left(-\frac{a^2}{9} - \frac{2b}{3} \right)x + c - \frac{ab}{9}$.

Do $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ là hai điểm cực trị nên $y'(x_1) = 0, y'(x_2) = 0$

Do đó $y_1 = \left(-\frac{a^2}{9} - \frac{2b}{3} \right)x_1 + c - \frac{ab}{9}; y_2 = \left(-\frac{a^2}{9} - \frac{2b}{3} \right)x_2 + c - \frac{ab}{9}$

Theo giả thiết $x_1(y_1 - y_2) = y_1(x_1 - x_2) \Leftrightarrow x_1y_2 = x_2y_1$

$$\Leftrightarrow x_1 \left[\left(-\frac{a^2}{9} - \frac{2b}{3} \right)x_2 + c - \frac{ab}{9} \right] = x_2 \left[\left(-\frac{a^2}{9} - \frac{2b}{3} \right)x_1 + c - \frac{ab}{9} \right]$$

$$\Leftrightarrow x_1 \left(c - \frac{ab}{9} \right) = x_2 \left(c - \frac{ab}{9} \right) \Leftrightarrow c - \frac{ab}{9} = 0 (x_1 \neq x_2) \Leftrightarrow ab = 9c$$

Ta có: $P = abc + 2ab + 3c = 9c^2 + 21c = \left(3c + \frac{7}{2} \right)^2 - \frac{49}{4} \geq -\frac{49}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + 2ab + 3c$ bằng $-\frac{49}{4}$

Dạng 7. Tam giác cực trị

Câu 97. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

B. $m = 1$.

C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m (*) \end{cases}$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Vậy tọa độ 3 điểm lần lượt là: $A(0;1); B(-\sqrt{-m}; 1-m^2); C(\sqrt{-m}; 1-m^2)$

Ta có $\overline{AB} = (-\sqrt{-m}; -m^2); \overline{AC} = (\sqrt{-m}; -m^2)$

Vì ΔABC vuông cân tại $A \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{m^2} + m^2 \cdot m^2 = 0 \Leftrightarrow -|m| + m^4 = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0$

$\Leftrightarrow m = -1$ (vì $m < 0$)

Vậy với $m = -1$ thì hàm số có 3 cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

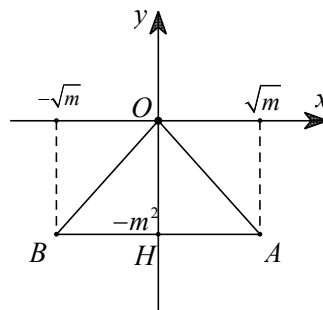
Câu 98. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- A. $0 < m < 1$ B. $m > 0$ C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$ D. $m < 1$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$



Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$. Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là

$O(0;0)$, $A(\sqrt{m}; -m^2)$, $B(-\sqrt{m}; -m^2)$.

Do đó $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = m^2 \sqrt{m} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 99. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông. Số phần tử của tập hợp S là

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 1.

Lời giải

• $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$.

• Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow x^2 - m - 1 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác } 0.$$

$$\Leftrightarrow -m - 1 > 0.$$

$$\Leftrightarrow m < -1.$$

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{m+1} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{m+1} \end{cases}.$$

• Giả sử A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$$\Rightarrow A(-\sqrt{m+1}; -2m-1), B(0; m^2), C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = (\sqrt{m+1}; (m+1)^2), \overline{CB} = (-\sqrt{m+1}; (m+1)^2)$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } B \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{CB} = 0 \Leftrightarrow -(m+1) + (m+1)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0.$$

Câu 100. (THPT ĐOÀN THƯỜNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ (1). Tổng lập phương các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua 3 điểm này có bán kính $R = 1$ bằng

A. $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

C. $2 + \sqrt{5}$.

D. $-1 + \sqrt{5}$.

Lời giải

➤ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

➤ $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

➤ Để đồ thị hs (1) có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

➤ Gọi $A(0; 1), B(\sqrt{m}; -m^2 + 1), C(-\sqrt{m}; -m^2 + 1)$ là các điểm cực trị của đồ thị hs (1), $I(0; -m^2 + 1)$ là trung điểm BC .

Ta có $AI = m^2, AB = AC = \sqrt{m + m^4}$. Suy ra $\frac{1}{2} AI \cdot BC = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{2AI}{AB \cdot AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{2m^2}{m + m^4} = 1 \Leftrightarrow m^4 - 2m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (l) \\ m = 1 & (n) \\ m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} & (l) \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} & (n) \end{cases}$$

Câu 101. (THPT MINH CHÂU HÙNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m + 4$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều?

A. $m \in \{0; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

B. $m \in \{0; \sqrt[3]{3}; -\sqrt[3]{3}\}$

C. $m \in \{\sqrt[3]{3}; -\sqrt[3]{3}\}$

D. $m \in \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó, 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; m+4)$, $B(|m|; -m^4 + m + 4)$,

$C(-|m|; -m^4 + m + 4)$.

Tam giác ABC có $AB = AC$ nên tam giác ABC cân tại A , suy ra tam giác ABC đều

$$\Leftrightarrow AB = BC \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + m^8} = 2|m| \Leftrightarrow m^8 + m^2 = 4m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm\sqrt[6]{3} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được $m \in \{-\sqrt[6]{3}; \sqrt[6]{3}\}$.

Câu 102. (THPT QUANG TRUNG ĐÔNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác vuông cân.

A. $m = 1$.

B. $m \in \{-1; 1\}$.

C. $m \in \{-1; 0; 1\}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

$$y = x^4 - 2m^2x^2 + 1.$$

+ Cách 1:

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow ab < 0 \Leftrightarrow -2m^2 < 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

$$y' = 4x^3 - 4m^2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4m^2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x(x^2 - m^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = m \\ x_3 = -m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = -m^4 + 1 \\ y_3 = -m^4 + 1 \end{cases}$$

Giả sử $A(0; 1)$, $B(m; -m^4 + 1)$, $C(-m; -m^4 + 1)$ là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$$\overline{AB} = (m; -m^4) \Rightarrow AB = \sqrt{m^2 + m^8}.$$

$$\overline{AC} = (-m; -m^4) \Rightarrow AC = \sqrt{m^2 + m^8}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ -m^2 + m^8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow -m^2(1 - m^6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (l) \\ m = 1 & (n) \\ m = -1 & (n) \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-1; 1\}$.

+ Cách 2: (Áp dụng công thức tính nhanh cực trị hàm trùng phương)

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ \frac{-8a}{b^3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 < 0 \\ \frac{-8}{(-2m^2)^3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m = 1 & (n) \\ m = -1 & (n) \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-1; 1\}$.

Dạng 8. Bài toán cực trị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối

Câu 103. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

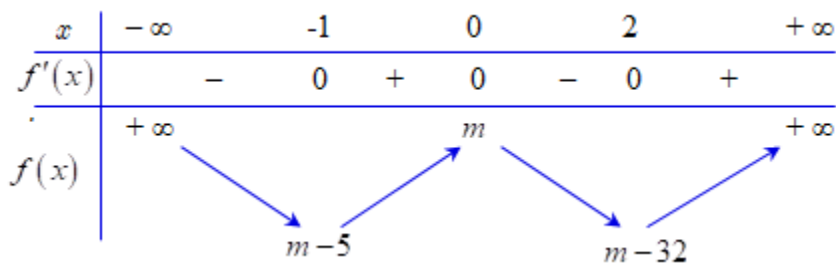
- A. 5 B. 6 C. 4 D. 3

Lời giải.

Chọn C

$$y = |f(x)| = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$$

Ta có: $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -1$ hoặc $x = 2$.



Do hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị nên hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị khi

$$\begin{cases} m > 0 \\ m - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 5. \text{ Vậy có 4 giá trị nguyên thỏa đề bài là } m = 1; m = 2; m = 3; m = 4.$$

Câu 104. (CHUYÊN HÙNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 03) Biết phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

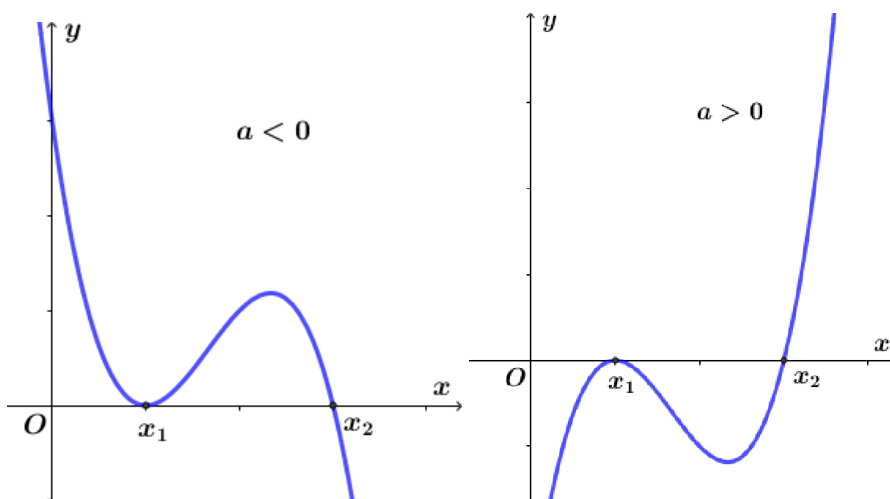
- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải

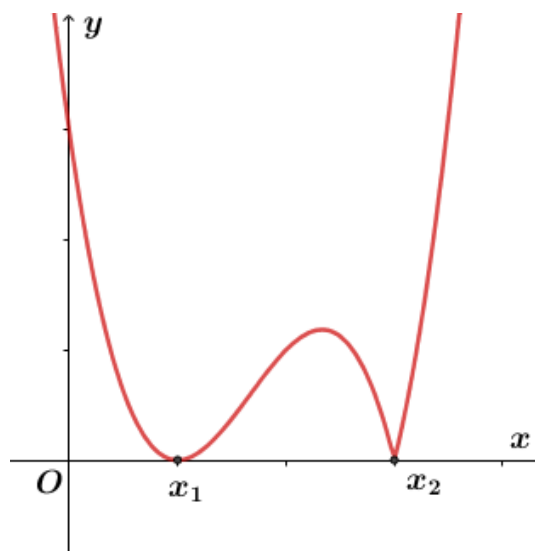
Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$ là sự tương giao của đồ thị hàm số $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$ và trục hoành.

Do phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$ có đúng hai nghiệm thực nên phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có thể viết dưới dạng $a(x - x_1)^2(x - x_2) = 0$ với x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình (giả sử $x_1 < x_2$). Khi đó đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) tiếp xúc trục hoành tại điểm có hoành độ x_1 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ x_2 .

Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) ứng với từng trường hợp $a > 0$ và $a < 0$:



Đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ ($a \neq 0$) tương ứng là



Vậy đồ thị hàm số $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ ($a \neq 0$) có tất cả 3 điểm cực trị.

Câu 105. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ có bảy điểm cực trị

A. 1.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ có bảy điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

$$x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12 = 0 \text{ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi } \begin{cases} m^2 - (2m^2 + m - 12) > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 + m - 12 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 3 \\ m > 0 \\ m < \frac{-1 - \sqrt{97}}{4} \vee m > \frac{-1 + \sqrt{97}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1 + \sqrt{97}}{4} < m < 3$$

Vậy không có giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ có bảy điểm cực trị.

Câu 106. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Số điểm cực trị của hàm số $y = |(x-1)(x-2)|^2$ là

A. 2

B. 2

C. 3

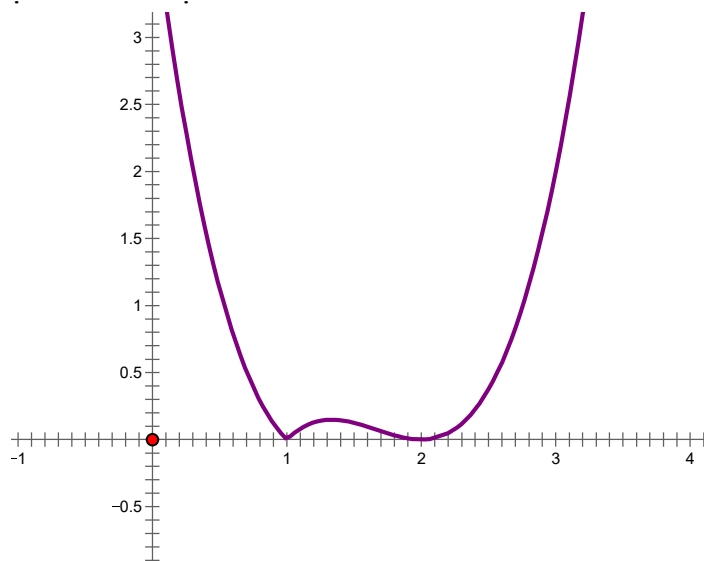
D. 4

Lời giải

Xét hàm số: $y = (x-1)(x-2)^2 = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$.

$$y' = 3x^2 - 10x + 8. \text{ Lúc đó: } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = |(x-1)(x-2)|^2$ bằng cách vẽ đồ thị $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$, giữ nguyên phần đồ thị nằm phía trên trục hoành, rồi lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị ở dưới trục hoành, sau đó xóa phần đồ thị nằm dưới trục hoành.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = |(x-1)(x-2)|^2$ ở trên, hàm số này có 3 điểm cực trị.

Cách 2:

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{27}$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và số nghiệm đơn, nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x) = 0$.

Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ có 2 điểm cực trị.

Phương trình $y = (x-1)(x-2)^2$ có hai nghiệm nhưng chỉ có 1 nghiệm đơn $x = 1$.

Do đó số điểm cực trị của hàm số $y = |(x-1)(x-2)|^2$ là $2 + 1 = 3$.

Câu 107. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4

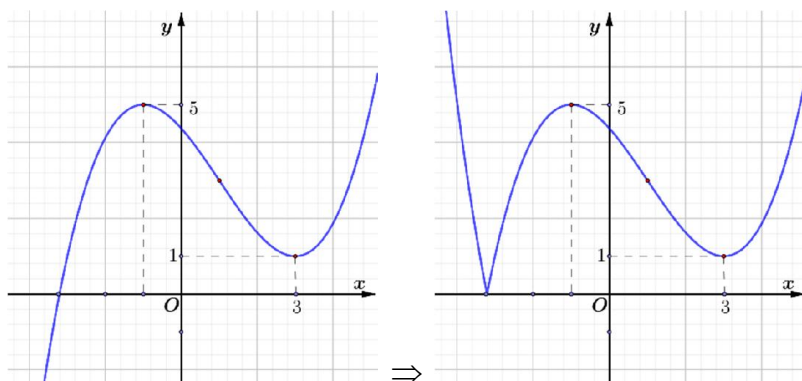
B. 2

C. 5

D. 3

Lời giải

Chọn D



Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm phía trên trục Ox và cắt trục Ox tại 1 điểm duy nhất. Suy ra đồ thị $y = |f(x)|$ sẽ có 3 điểm cực trị (tham khảo hình vẽ)

Câu 108. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(|x-3|)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 5

B. 6

C. 3

D. 1

Lời giải

Chọn C

$y = f(|x-3|)$ (1), Đặt $t = |x-3|, t \geq 0$ Thì (1) trở thành: $y = f(t)(t \geq 0)$

$$\text{Có } t = \sqrt{(x-3)^2} \Rightarrow t' = \frac{x-3}{\sqrt{(x-3)^2}}$$

Có $y'_x = t'_x f'(t)$

$$y'_x = 0 \Leftrightarrow t'_x f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t'_x = 0 \\ f'(t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ t = -2(L) \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lấy $x=8$ có $t'(8)f'(5) > 0$, đạo hàm đổi dấu qua các nghiệm đơn nên ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	7	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	\searrow	\nearrow CĐ	\searrow	\nearrow	$+\infty$

Dựa vào BBT thì hàm số $y = f(|x-3|)$ có 3 cực trị.

Câu 109. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2

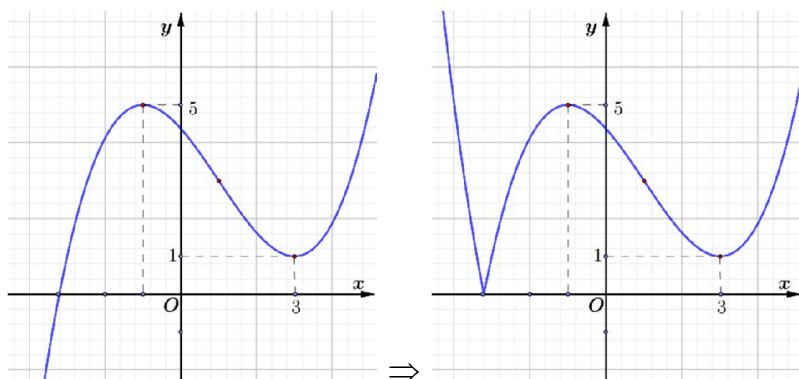
B. 3

C. 4

D. 5

Lời giải

Chọn B



Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm phía trên trục Ox và cắt trục Ox tại 1 điểm duy nhất. Suy ra đồ thị $y = |f(x)|$ sẽ có 3 điểm cực trị (tham khảo hình vẽ)

Câu 110. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5

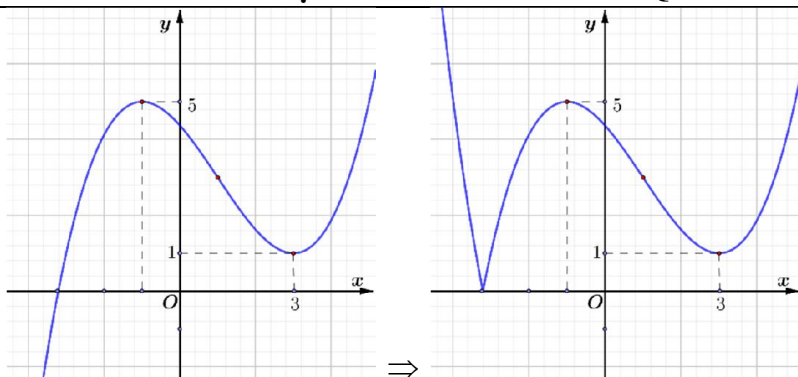
B. 3

C. 4

D. 2

Lời giải

Chọn B



Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm phía trên trục Ox và cắt trục Ox tại 1 điểm duy nhất. Suy ra đồ thị $y = |f(x)|$ sẽ có 3 điểm cực trị (tham khảo hình vẽ)

Câu 111. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) và $\begin{cases} a > 0, d > 2019 \\ a + b + c + d - 2019 < 0 \end{cases}$. Số cực trị của hàm số

$y = |g(x)|$ (với $g(x) = f(x) - 2019$) bằng

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

+ Ta có

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \\ g(0) = d - 2019 > 0 \\ g(1) = a + b + c + d - 2019 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow g(x) = 0 \text{ có ba nghiệm phân biệt, mà } g(x) \text{ là hàm số bậc}$$

ba. Suy ra, hàm số $y = g(x)$ có hai điểm cực trị.

+ Vậy đồ thị của hàm số $y = g(x)$ là đồ thị của hàm số bậc ba, có hai điểm cực trị và cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt. Do đó, số điểm cực trị của hàm số $y = |g(x)|$ bằng 5 \Rightarrow số cực trị của hàm số $y = |g(x)|$ bằng 2 hoặc bằng 3.

Câu 112. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2$; $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = -1; x_3 = 2$. Suy ra, hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

⇒ Hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có 5 điểm cực trị khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2 = 0 \Leftrightarrow -3x^4 + 4x^3 + 12x^2 = m^2$ (1).

Xét hàm số $g(x) = -3x^4 + 4x^3 + 12x^2$; $g'(x) = -12x^3 + 12x^2 + 24x$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$g(x)$			↗ 5		↘ 0		↗ 32		↘ $-\infty$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 0 \\ 5 < m^2 < 32 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{5} < |m| < \sqrt{32}$.

Vậy $m \in \{3; 4; 5; -3; -4; -5\}$.

Câu 113. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Số điểm cực trị của hàm số $y = |(x-1)(x-2)|^2$ là

A. 2

B. 2

C. 3

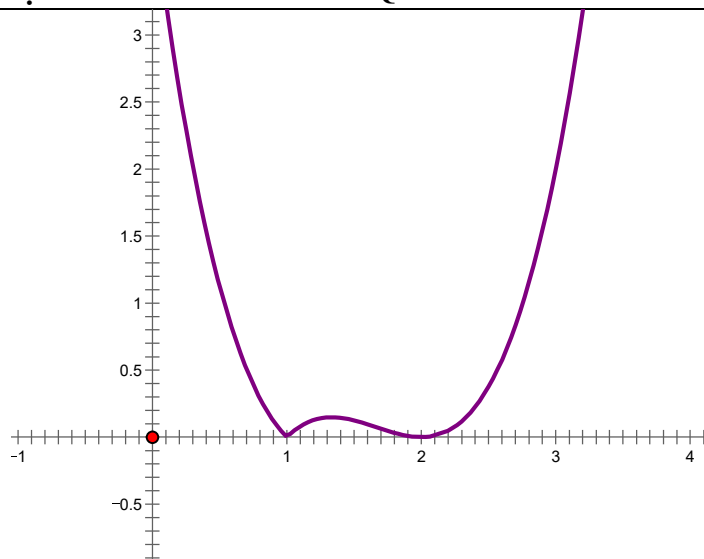
D. 4

Lời giải

Xét hàm số: $y = (x-1)(x-2)^2 = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$.

$y' = 3x^2 - 10x + 8$. Lúc đó: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = |(x-1)(x-2)|^2$ bằng cách vẽ đồ thị $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$, giữ nguyên phần đồ thị nằm phía trên trục hoành, rồi lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị ở dưới trục hoành, sau đó xóa phần đồ thị nằm dưới trục hoành.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = |(x-1)(x-2)|$ ở trên, hàm số này có 3 điểm cực trị.

Cách 2:

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{27}$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ và số nghiệm đơn, nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x) = 0$.

Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ có 2 điểm cực trị.

Phương trình $y = (x-1)(x-2)^2$ có hai nghiệm nhưng chỉ có 1 nghiệm đơn $x = 1$.

Do đó số điểm cực trị của hàm số $y = |(x-1)(x-2)^2|$ là $2 + 1 = 3$.

Câu 114. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị.

A. 16

B. 44

C. 26

D. 27

Lời giải

Chọn C

Đặt: $g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$

Ta có: $g'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = m - 32 \\ x = -1 \Rightarrow y = m - 5 \\ x = 0 \Rightarrow y = m \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$	$m-5$	m	$m-32$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có $y = |g(x)|$ có 5 điểm cực trị khi $\begin{cases} m < 0 \\ m-5 > 0 \\ m-32 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 5 < m < 32 \end{cases}$.

Vì m là số nguyên dương cho nên có 26 số m thỏa đề bài

Câu 115. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên trong khoảng $[-2; 2]$ của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m - 1$, $f'(x) = 4x^3 - 4mx$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$

+ **Trường hợp 1:** hàm số có một cực trị $\Rightarrow m \in [-2; 0]$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $A(0; 2m - 1)$.

Do $m \in [-2; 0] \Rightarrow y_A = 2m - 1 < 0$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên hàm số $y = |f(x)|$ có 3 cực trị \Rightarrow có 3 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

+ **Trường hợp 2:** hàm số có ba cực trị $\Rightarrow m \in (0; 2]$.

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $A(0; 2m - 1)$, $B(\sqrt{m}; -m^2 + 2m - 1)$, $C(-\sqrt{m}; -m^2 + 2m - 1)$.

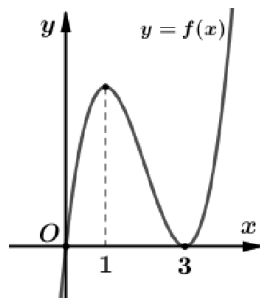
Do $a = 1 > 0$ nên hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị khi hàm số $y = f(x)$ có $y_B = y_C \geq 0$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Nếu $y_B = y_C < 0$ (trong bài toán này không xảy ra) thì hàm số có ít nhất 5 điểm cực trị.

Vậy có 4 giá trị của m thỏa ycbt.

Câu 116. (THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + 2f(x) + 2m|$ có đúng 3 điểm cực trị.

A. $m > 1$

B. $m \geq 1$

C. $m \leq 2$

D. $m > 2$

Lời giải

Chọn B

Số cực trị của hàm số $h(x) = |f^2(x) + 2f(x) + 2m|$ bằng số cực trị của hàm số $y(x) = f^2(x) + 2f(x) + 2m$ cộng với số giao điểm (khác điểm cực trị) của đồ thị hàm số $y(x) = f^2(x) + 2f(x) + 2m$ và $y = 0$.

Xét hàm số $g(x) = f^2(x) + 2f(x) + 2m$

$$g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x) + 2f'(x) = 2f'(x)[f(x) + 1]$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = \alpha (\alpha < 0) \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	α	1	3	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$			CĐ				$+\infty$
			$-1+2m$		$2m$			

Hàm số $h(x)$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$. Đáp án B là gần kết quả nhất

Câu 117. (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1|$ có 7 điểm cực trị là:

A. (0;6)

B. (6;33)

C. (1;33)

D. (1;6)

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1$,

Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$m-6$		$m-1$		$m-33$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị \Leftrightarrow đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m-6 < 0 < m-1 \Leftrightarrow 1 < m < 6$.

----- HẾT -----

Dạng 9. Tìm cực trị của hàm số f(u) khi biết bảng biến thiên, đồ thị f'(x)

Câu 118. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

- A. 9.
- B. 3.
- C. 7.
- D. 5.

Lời giải

Chọn C

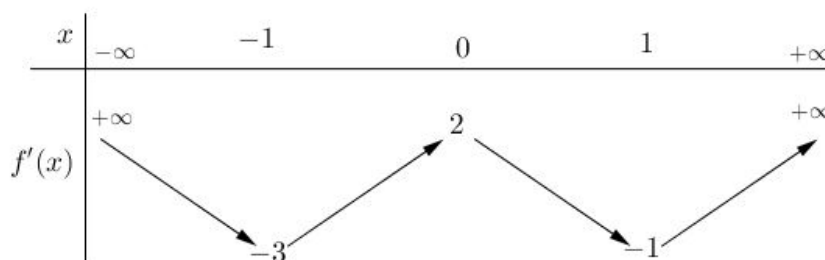
Ta có $y' = 2(x-1).f'(x^2 - 2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - a = 0, a \in (-\infty; -1) \quad (1) \\ x^2 - 2x - b = 0, b \in (-1; 0) \quad (2) \\ x^2 - 2x - c = 0, c \in (0; 1) \quad (3) \\ x^2 - 2x - d = 0, d \in (1; +\infty) \quad (4) \end{cases} .$$

Phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2),(3),(4) đều có hai nghiệm phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2),(3),(4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Câu 119. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

A. 5.

B. 9.

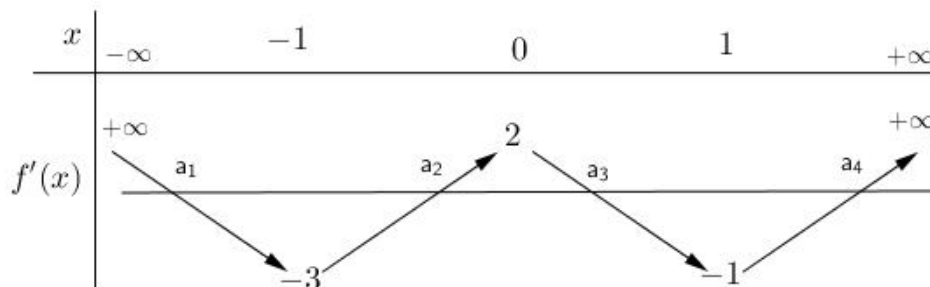
C. 7.

D. 3.

Lời giải

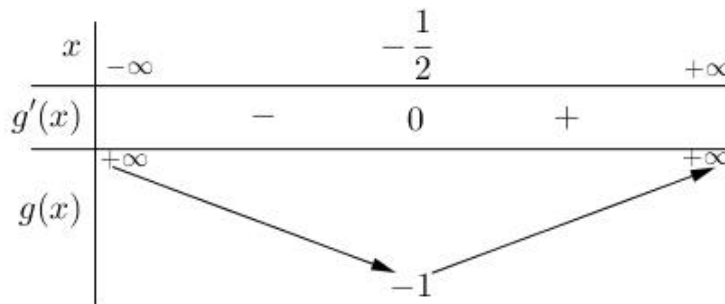
Chọn C

$$\text{Có } (f(4x^2 + 4x))' = (8x + 4)f'(4x^2 + 4x), (f(4x^2 + 4x))' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ f'(4x^2 + 4x) = 0 \end{cases} .$$



$$\text{Từ bảng biến thiên trên ta có } f'(4x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1) \\ 4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0) \\ 4x^2 + 4x = a_3 \in (0; 1) \\ 4x^2 + 4x = a_4 \in (1; +\infty) \end{cases} . \quad (1)$$

Xét $g(x) = 4x^2 + 4x$, $g'(x) = 8x + 4$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên



Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

Phương trình $4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1)$ vô nghiệm.

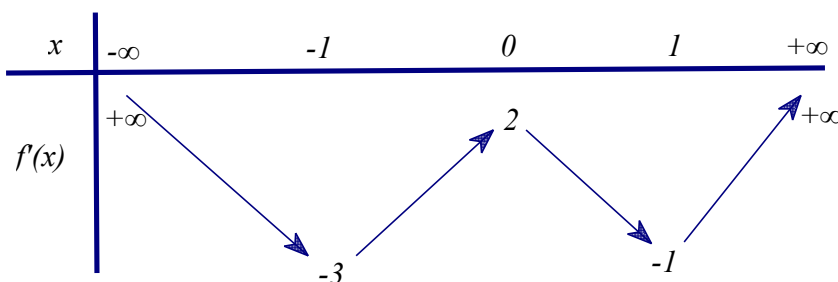
Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (0; 1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (1; +\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Câu 120. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 9.

B. 5.

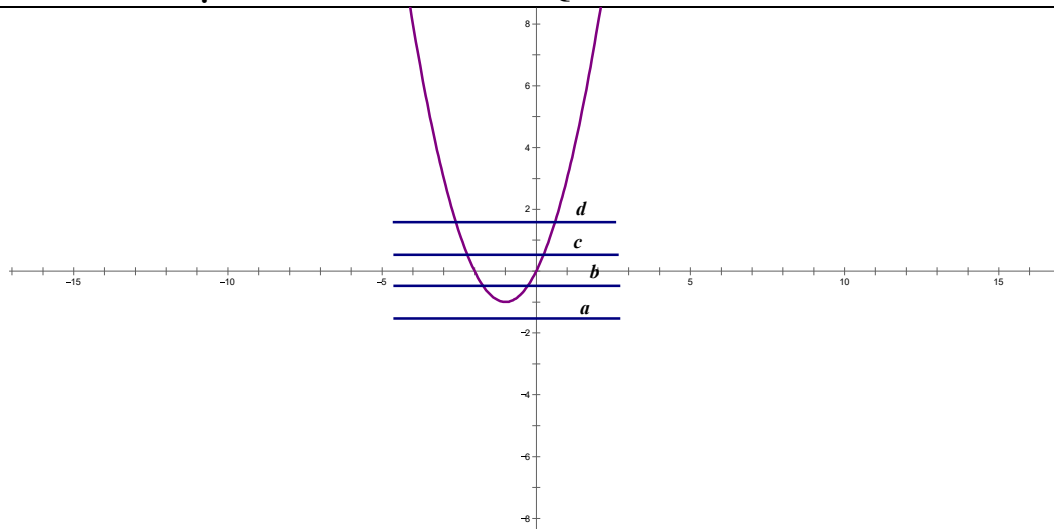
C. 7.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = (2x+2)f'(x^2+2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2=0 \\ x^2+2x=a, a < -1 \\ x^2+2x=b, -1 < b < 0 \\ x^2+2x=c, 0 < c < 1 \\ x^2+2x=d, d > 1 \end{cases}$$



Dựa vào đồ thị ta được $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn nên nó có 7 cực trị

Câu 121. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

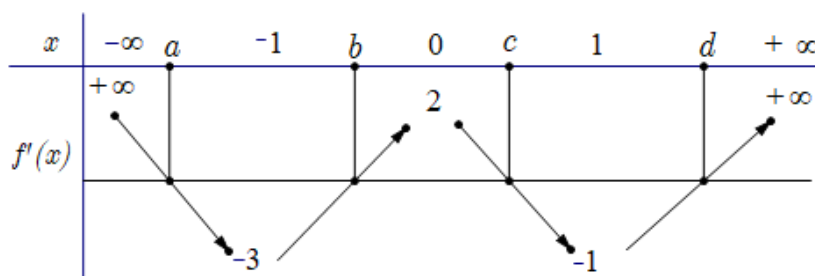
Số cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

- A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên



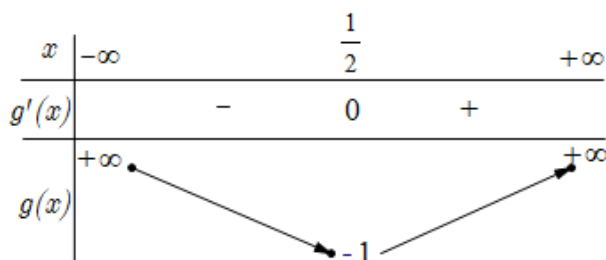
$$\text{Ta thấy } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-\infty; -1) \\ x = b \in (-1; 0) \\ x = c \in (0; 1) \\ x = d \in (1; +\infty) \end{cases}$$

Với $y = f(4x^2 - 4x)$, ta có $y' = (8x - 4)f'(4x^2 - 4x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4 = 0 \\ f'(4x^2 - 4x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x = a \in (-\infty; -1) \quad (1) \\ 4x^2 - 4x = b \in (-1; 0) \quad (2) \\ 4x^2 - 4x = c \in (0; 1) \quad (3) \\ 4x^2 - 4x = d \in (1; +\infty) \quad (4) \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = 4x^2 - 4x$, ta có $g'(x) = 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta có:

- Vì $a \in (-\infty; -1)$ nên (1) vô nghiệm.
- Vì $b \in (-1; 0)$ nên (2) có 2 nghiệm phân biệt.
- Vì $c \in (0; 1)$ nên (3) có 2 nghiệm phân biệt.
- Vì $d \in (1; +\infty)$ nên (4) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ có 7 điểm cực trị

Cách khác:

Ta có: $y' = (8x - 4) \cdot f'(4x^2 - 4x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (8x - 4) \cdot f'(4x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4 = 0 \\ f'(4x^2 - 4x) = 0 \end{cases}$$

$$+ 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$+ f'(4x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 4x = a (a < -1) \quad (1) \\ 4x^2 - 4x = b (-1 < b < 0) \quad (2) \\ 4x^2 - 4x = c (0 < c < 1) \quad (3) \\ 4x^2 - 4x = d (d > 1) \quad (4) \end{cases}$$

+ Phương trình $4x^2 - 4x = m \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - m = 0$ có nghiệm khi $\Delta' = 4 - 4m \geq 0$ hay $m \leq 1$.

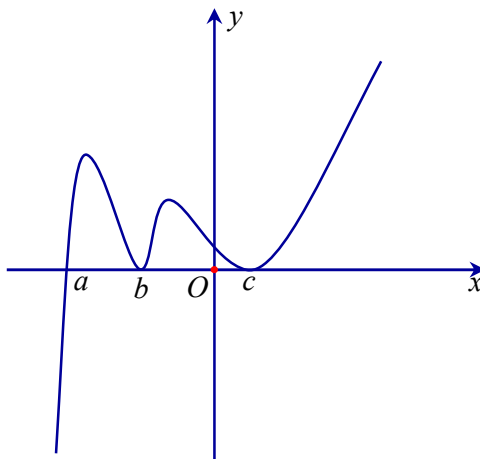
Từ đó, ta có phương trình (1); (2); (3) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình (4) vô nghiệm.

Do đó, hàm số đã cho có 7 cực trị.

Câu 122. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình vẽ.

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

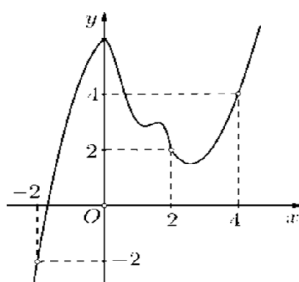
Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c \end{cases}$.

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	+
$f(x)$								

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 123. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị

$y = f'(x)$ như hình vẽ sau



Đồ thị hàm số $g(x) = |2f(x) - x^2|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7

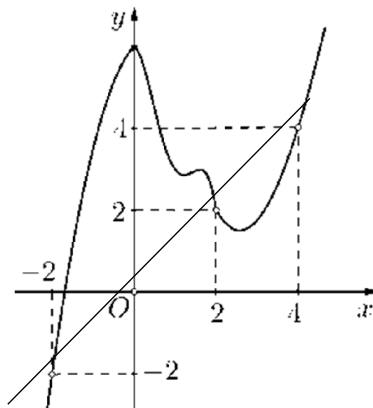
B. 5

C. 6

D. 3

Lời giải

Chọn A



Xét hàm số $h(x) = 2f(x) - x^2 \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) - 2x$

Từ đồ thị ta thấy $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2 \vee x = 4$

$$\int_{-2}^2 (2f'(x) - 2x) dx > \int_2^4 (2x - 2f'(x)) dx > 0$$

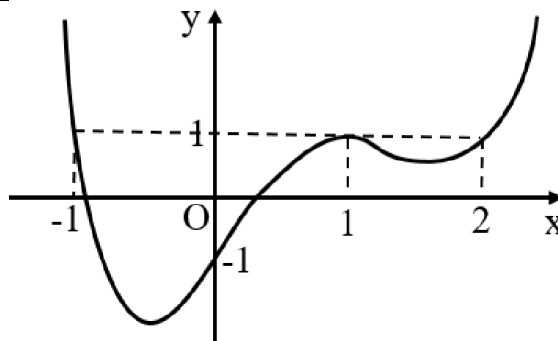
$$\Leftrightarrow h(x) \Big|_{-2}^2 > -h(x) \Big|_2^4 \Leftrightarrow h(2) - h(-2) > -(h(4) - h(2)) \Leftrightarrow h(4) > h(-2)$$

Bảng biến thiên

x	-2	2	4
$h'(x)$	0	0	0
$h(x)$	$h(-2)$	$h(2)$	$h(4)$

Vậy $g(x) = |2f(x) - x^2|$ có tối đa 7 cực trị

Câu 124. (TOÁN HỌC TUỔI TRÉ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x) - x$. Hàm số đạt cực đại tại điểm thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $(\frac{3}{2}; 3)$

B. $(-2; 0)$

C. $(0; 1)$

D. $(\frac{1}{2}; 2)$

Lời giải

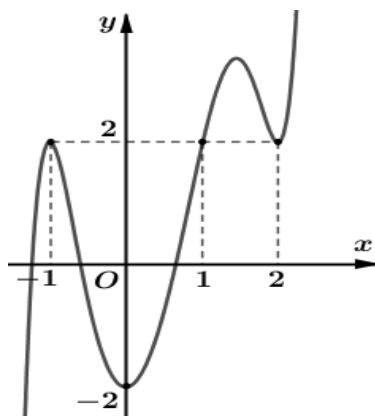
Ta có $g'(x) = f'(x) - 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		+	0	-	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu nhận thấy $g(x)$ đạt cực đại tại $x = -1 \in (-2; 0)$.

Câu 125. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f'(x-1)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = \pi^{2f(x)-4x}$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x = 1.$

B. $x = 0.$

C. $x = 2.$

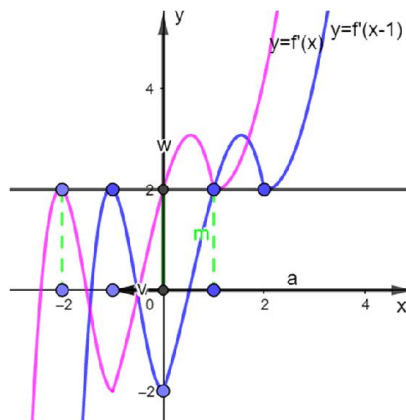
D. $x = -1.$

Lời giải:

Ta có: $y' = [2f'(x) - 4] \pi^{2f(x)-4x} \ln \pi.$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2.$$

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nhận được từ việc tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f'(x-1)$ sang trái 1 đơn vị



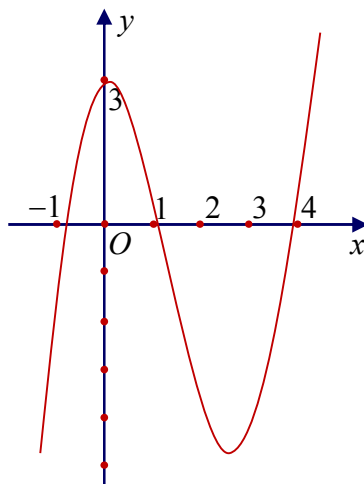
$$\text{nên } f'(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Do $x = -2$ và $x = 1$ là nghiệm bội chẵn nên ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘ ↗				$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 126. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đặt $g(x) = 3f(f(x)) + 4$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)$?



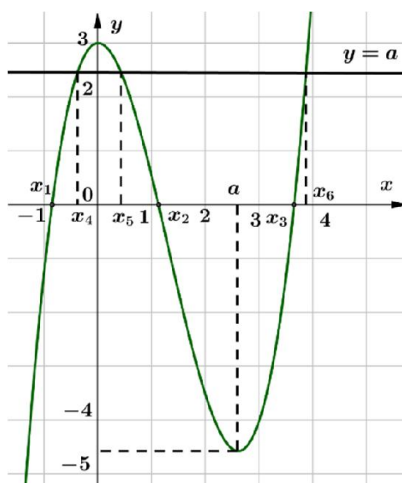
A. 2.

B. 8.

C. 10.

D. 6.

Lời giải



$$g'(x) = 3f'(f(x)) \cdot f'(x).$$

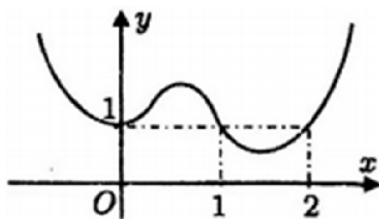
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3f'(f(x)) \cdot f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(f(x)) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = a \\ x = 0 \\ x = a \end{cases}, (2 < a < 3).$$

$f(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3 khác 0 và a .

Vì $2 < a < 3$ nên $f(x) = a$ có 3 nghiệm đơn phân biệt x_4, x_5, x_6 khác $x_1, x_2, x_3, 0, a$.

Suy ra $g'(x) = 0$ có 8 nghiệm đơn phân biệt. Do đó hàm số $g(x) = 3f(f(x)) + 4$ có 8 điểm cực trị.

Câu 127. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) - x$ là



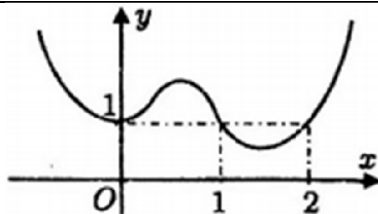
A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. không có điểm cực đại.

Lời giải



Ta có: $g'(x) = f'(x) - 1$

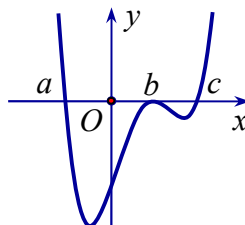
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$	↗			↘			↗		

Vậy hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 128. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(|x^3|)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.



A. 3

B. 5

C. 4

D. 2

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } h(x) = f(x^3) \Rightarrow h(|x|) = f(|x^3|).$$

$$h'(x) = 3x^2 f'(x^3)$$

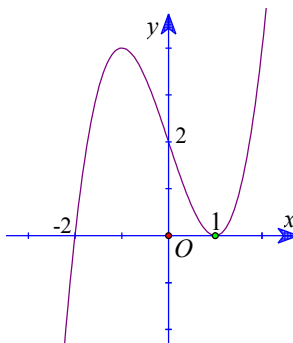
$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; \sqrt[3]{a}; \sqrt[3]{b}; \sqrt[3]{c}\}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\sqrt[3]{a}$	0	$\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{c}$	$+\infty$
h'		$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$				$h(0)$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = g(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 129. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.



A. 4

B. 2

C. 5

D. 3

Lời giải

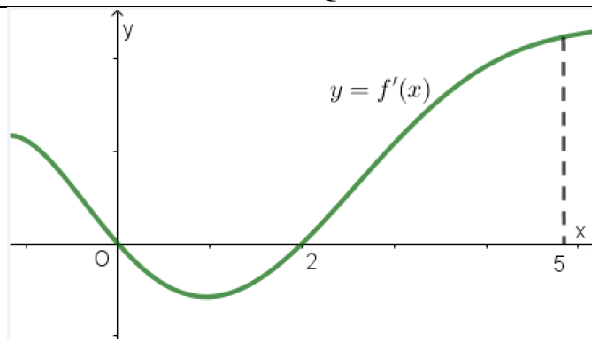
Chọn D

Quan sát đồ thị ta có $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = -2$ nên hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $x = -2$.

$$\text{Ta có } y' = [f(x^2 - 3)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Mà $x = \pm 2$ là nghiệm kép, còn các nghiệm còn lại là nghiệm đơn nên hàm số $y = f(x^2 - 3)$ có ba cực trị.

Câu 130. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2)$ trên khoảng $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f(x^2) \Rightarrow g'(x) = 2xf'(x^2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\sqrt{5}$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
$g'(x)$		- 0 +	0	- 0 +	

Từ đó suy ra hàm số $y = f(x^2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 131. (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2017) - 2018x + 2019$ là.

A. 3

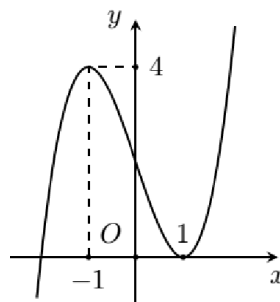
B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

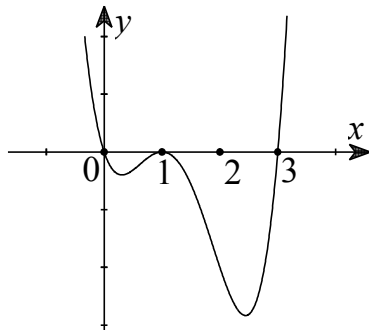
Chọn C



Ta có: $[f(x - 2017) - 2018x + 2019]' = 0 \Leftrightarrow f'(x - 2017) - 2018 = 0 \Leftrightarrow f'(x - 2017) = 2018$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra phương trình $f'(x - 2017) = 2018$ có 1 nghiệm đơn duy nhất. Suy ra hàm số $y = f(x - 2017) - 2018x + 2019$ có 1 điểm cực trị.

Câu 132. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

- A. $m \in (3; +\infty)$. B. $m \in [0; 3]$. C. $m \in [0; 3)$. D. $m \in (-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x^2 + m)$ là hàm chẵn nên hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi hàm số này có đúng 1 điểm cực trị dương.

$$y = f(x^2 + m) \Rightarrow y' = 2xf'(x^2 + m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \\ x^2 = 1 - m \\ x^2 = 3 - m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tiếp xúc trục hoành tại điểm có hoành độ là $x = 1$ nên các nghiệm của pt $x^2 = 1 - m$ (nếu có) không làm $f'(x^2 + m)$ đổi dấu khi x đi qua, do đó các điểm cực trị của

hàm số $y = f(x^2 + m)$ là các điểm nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \\ x^2 = 3 - m \end{cases}$$

Hệ trên có duy nhất nghiệm dương khi và chỉ khi
$$\begin{cases} -m \leq 0 \\ 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 3.$$