

**CHUYÊN ĐỀ 1** **TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ**

**MỤC LỤC**

**PHẦN A. CÂU HỎI** ..... 1

Dạng 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên, đồ thị ..... 1

Dạng 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho trước ..... 3

Dạng 3. Tìm m để hàm số đơn điệu trên các khoảng xác định của nó ..... 4

Dạng 4. Tìm m để hàm số nhất biến đơn điệu trên khoảng cho trước ..... 5

Dạng 5. Tìm m để hàm số bậc 3 đơn điệu trên khoảng cho trước ..... 6

Dạng 6. Tìm m để hàm số khác đơn điệu trên khoảng cho trước ..... 7

Dạng 7. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số  $f(u)$  khi biết đồ thị hàm số  $f'(x)$  ..... 9

Dạng 8. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số  $f(u)+g(x)$  khi biết đồ thị, bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$  12

**PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO** ..... 14

Dạng 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên, đồ thị ..... 14

Dạng 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho trước ..... 18

Dạng 3. Tìm m để hàm số đơn điệu trên các khoảng xác định của nó ..... 21

Dạng 4. Tìm m để hàm số nhất biến đơn điệu trên khoảng cho trước ..... 26

Dạng 5. Tìm m để hàm số bậc 3 đơn điệu trên khoảng cho trước ..... 28

Dạng 6. Tìm m để hàm số khác đơn điệu trên khoảng cho trước ..... 35

Dạng 7. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số  $f(u)$  khi biết đồ thị hàm số  $f'(x)$  ..... 42

Dạng 8. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số  $f(u)+g(x)$  khi biết đồ thị, bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$  52

**PHẦN A. CÂU HỎI**

**Dạng 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên, đồ thị**

**Câu 1:** (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      D.  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 2:** (MĐ 104 BGD&DT NĂM 2017) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$     B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$   
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$     D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

**Câu 3: (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$		$-2$		$3$		$-2$		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 0)$     B.  $(-\infty; 0)$     C.  $(1; +\infty)$     D.  $(0; 1)$

**Câu 4: (Mã 102 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$1$		$3$		$1$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$ .    B.  $(0; 2)$ .    C.  $(-2; 0)$ .    D.  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 5: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$-1$		$-2$		$-1$		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 1)$     B.  $(1; +\infty)$     C.  $(-\infty; 1)$     D.  $(-1; 0)$

**Câu 6: (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$1$		$3$		$1$		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 2)$ .    B.  $(0; +\infty)$ .    C.  $(-2; 0)$ .    D.  $(2; +\infty)$ .

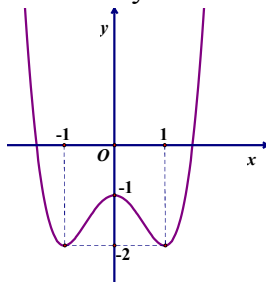
**Câu 7: (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$-\infty$		$3$		$-2$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; +\infty)$ .    B.  $(1; +\infty)$ .    C.  $(-1; 1)$ .    D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 8: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-\infty; -1)$     B.  $(-1; 1)$     C.  $(-1; 0)$     D.  $(0; 1)$

**Câu 9: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$3$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$				$4$		$-\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points:  $y = 1$  at  $x = -2$  and  $y = -\infty$  at  $x = 3$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 3)$     B.  $(3; +\infty)$     C.  $(-\infty; -2)$     D.  $(-2; +\infty)$

**Câu 10: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$			$3$		$-1$		$3$		$-\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points:  $y = -\infty$  at  $x = -2$  and  $y = -\infty$  at  $x = 2$ .

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$     B.  $(-\infty; -2)$     C.  $(0; 2)$     D.  $(-2; 0)$

**Dạng 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho trước**

**Câu 11: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = \frac{x-1}{x-2}$     B.  $y = x^3 + x$     C.  $y = -x^3 - 3x$     D.  $y = \frac{x+1}{x+3}$

**Câu 12: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$     B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$     D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$

**Câu 13: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = x^4 + 3x^2$ .    B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .    C.  $y = 3x^3 + 3x - 2$ .    D.  $y = 2x^3 - 5x + 1$ .

**Câu 14: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$     B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$     D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

**Câu 15: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Hỏi hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; 0)$ .    B.  $(-\infty; -\frac{1}{2})$ .    C.  $(0; +\infty)$ .    D.  $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ .

**Câu 16: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$     B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$   
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$     D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$     B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(\frac{1}{3}; 1)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; \frac{1}{3})$     D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(\frac{1}{3}; 1)$

**Câu 18: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$     B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$     D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$

**Câu 19: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Hàm số  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; +\infty)$     B.  $(0; +\infty)$     C.  $(-\infty; 0)$     D.  $(-1; 1)$

**Câu 20: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$   
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$   
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$   
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

**Câu 21: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$     B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$     D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$

### Dạng 3. Tìm m để hàm số đơn điệu trên các khoảng xác định của nó

**Câu 22: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Hỏi có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

- A. 0    B. 3    C. 2    D. 1

**Câu 23: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ , với  $m$  là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

- A. 5                                      B. 4                                      C. 6 D. 7

**Câu 24:**Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 2$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A. 4.                                      B. 5. C. 3.                                      D. 0.

**Câu 25:**Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m \leq \frac{4}{3}$  và  $m \neq 0$ .                      B.  $m = 0$  hoặc  $m \geq \frac{4}{3}$ . C.  $m \geq \frac{4}{3}$ .                                      D.  $m \leq \frac{4}{3}$ .

**Câu 26:**Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$ .                      B.  $-2 \leq m \leq -1$ .                      C.  $-2 < m < -1$ .                      D.  $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$ .

**Câu 27:**Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn.                      B.  $m \neq 1$ .  
C.  $m = 1$ .                                      D. Luôn thỏa mãn với mọi  $m$ .

**Câu 28:**Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m+5)x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 4.                                      B. 2. C. 5.                                      D. 6.

**Câu 29:**Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

- A.  $[-2; 2]$ .                                      B.  $(-\infty; 2)$ .                                      C.  $(-\infty; -2]$ .                                      D.  $[2; +\infty)$ .

**Câu 30:**Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2a+1)x - 3a + 2$  ( $a$  là tham số). Với giá trị nào của  $a$  thì hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $a \leq 1$ .                                      B.  $a \geq -\frac{5}{2}$ .                                      C.  $a \leq -\frac{5}{2}$ .                                      D.  $a \geq 1$ .

**Câu 31:**Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $1 < m \leq 2$ .                                      B.  $1 < m < 2$ .                                      C.  $1 \leq m \leq 2$ .                                      D.  $1 \leq m < 2$

**Câu 32:**Giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m+3)x - 5 + m$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là.

- A.  $-\frac{3}{4} \leq m \leq 1$ .                                      B.  $m \leq -\frac{3}{4}$ .                                      C.  $-\frac{3}{4} < m < 1$ .                                      D.  $m \geq 1$ .

**Dạng 4. Tìm m để hàm số nhất biến đơn điệu trên khoảng cho trước**

**Câu 33: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{x+2}{x+3m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -6)$ .

- A. 2                      B. 6                      C. Vô số                      D. 1

**Câu 34: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{x+1}{x+3m}$  nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ ?

- A. 0                      B. 6                      C. 3                      D. Vô số

**Câu 35: (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{x+2}{x+5m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -10)$ ?

- A. 2                      B. Vô số                      C. 1                      D. 3

**Câu 36: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{mx+4m}{x+m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất

cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 4                      B. Vô số                      C. 3                      D. 5

**Câu 37: (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{x+6}{x+5m}$  nghịch biến trên khoảng  $(10; +\infty)$ ?

- A. Vô số                      B. 4                      C. 5                      D. 3

**Câu 38: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp

tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. Vô số                      B. 3                      C. 5                      D. 4

**Dạng 5. Tìm m để hàm số bậc 3 đơn điệu trên khoảng cho trước**

**Câu 39: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  là

- A.  $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$                       B.  $[0; +\infty)$                       C.  $(-\infty; 0]$                       D.  $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  là

- A.  $(-1; 5)$ .                      B.  $(-\infty; -3]$ .                      C.  $(-\infty; -4]$ .                      D.  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 41:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$  giảm trên nửa khoảng  $[1; +\infty)$ ?

- A.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$ .                      B.  $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$ .                      C.  $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$ .                      D.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$ .

**Câu 42:** Xác định các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - m$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ ?

- A.  $m \geq 0$ .                      B.  $m < \frac{1}{2}$ .                      C.  $m \leq 0$ .                      D.  $m \geq \frac{1}{2}$ .

**Câu 43:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

- A.  $m \leq 0$ .      B.  $m \geq -2$ .      C.  $m \leq -3$ .      D.  $m \leq -1$ .

**Câu 44:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

- A.  $-1 < m < \frac{1}{3}$ .      B.  $m > \frac{1}{3}$ .      C.  $m < -1$ .      D.  $m \geq \frac{1}{3}$  hoặc  $m \leq -1$ .

**Câu 45:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

- A.  $m = 0$ .      B.  $m > 1$ .      C.  $m \leq -\frac{1}{2}$ .      D.  $m < -\frac{1}{2}$ .

**Câu 46:** Tìm tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$  tăng trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

- A.  $m < 3$ .      B.  $m \geq 3$ .      C.  $m \neq 3$ .      D.  $m \leq 3$ .

**Câu 47:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; 4)$  là:

- A.  $(-\infty; 3)$ .      B.  $(-\infty; 3]$ .      C.  $[3; 6]$ .      D.  $(-\infty; 6]$ .

**Câu 48:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 - 6mx + m$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

- A.  $m \leq -\frac{1}{4}$ .      B.  $m \geq \frac{1}{4}$ .      C.  $m \geq 2$ .      D.  $m \geq 0$ .

**Câu 49:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $m \geq 12$ .      B.  $m \leq 12$ .      C.  $m \geq 0$ .      D.  $m \leq 0$ .

**Câu 50:** Tập hợp các giá trị  $m$  để hàm số  $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$  đồng biến trên  $(-3; 0)$  là

- A.  $\left[-\frac{1}{3}; 0\right)$ .      B.  $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .      C.  $\left(-\infty; \frac{-1}{3}\right)$ .      D.  $\left[\frac{-1}{3}; +\infty\right)$ .

**Câu 51:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx + m - 1$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

- A.  $m \leq -1$ .      B.  $m \leq 1$ .      C.  $m < 1$ .      D.  $m > -1$ .

**Dạng 6. Tìm m để hàm số khác đơn điệu trên khoảng cho trước**

**Câu 52: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ .

- A.  $m \leq 0$  hoặc  $1 \leq m < 2$       B.  $m \leq 0$       C.  $1 \leq m < 2$       D.  $m \geq 2$

**Câu 53: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

- A. 0      B. 4      C. 5      D. 3

**Câu 54: (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019)** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc  $S$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 55: (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019)** Tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x + 1 + \frac{m}{x-2}$  đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

- A.  $[0;1)$ .                      B.  $(-\infty; 0]$ .                      C.  $[0; +\infty) \setminus \{1\}$ .                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 56: (THPT MINH KHAI HÀ TĨNH NĂM 2018-2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số  $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $(\frac{\pi}{2}; \pi)$

- A.  $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$ .                      C.  $m \leq 3$ .                      D.  $m < 3$ .

**Câu 57: (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019)** Cho hàm số  $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  trong khoảng  $(-10;10)$  sao cho hàm số đồng biến trên  $(-8;5)$ ?

- A. 14.                      B. 13.                      C. 12.                      D. 15.

**Câu 58: (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 59: (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D. 4

**Câu 60: (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  đồng biến trên khoảng  $(0; \frac{\pi}{2})$

- A.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$                       B.  $m > 2$                       C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$                       D.  $-1 < m < 1$

**Câu 61: (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số

$$y = \frac{3}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + (2m+15)x - 3m + 1 \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty)?$$

- A. 2.                      B. 3.                      C. 5.                      D. 4.

**Câu 62:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x+1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?



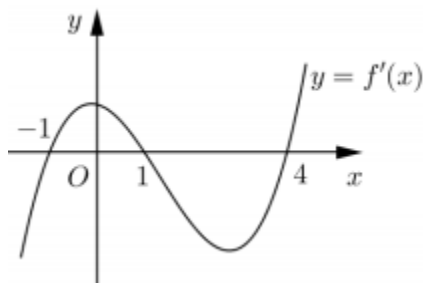
- A. 4.                      B. 2.    C. 1.                      D. 3.

**Câu 63:** Tìm m để hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A.  $m > 2$ .                      B.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$ .                      C.  $m < 2$ .                      D.  $m \leq 2$ .

**Dạng 7. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số f(u) khi biết đồ thị hàm số f'(x)**

**Câu 64: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(2; +\infty)$                       B.  $(-2; 1)$                       C.  $(-\infty; -2)$                       D.  $(1; 3)$

**Câu 65: (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số  $y = f(5-2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3; 4)$ .                      B.  $(1; 3)$ .                      C.  $(-\infty; -3)$ .                      D.  $(4; 5)$ .

**Câu 66: (Mã 103 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số  $y = f(3-2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(2; 3)$ .                      C.  $(-\infty; -3)$ .                      D.  $(3; 4)$ .

**Câu 67: (Mã 102 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số  $y = f(5-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3; 5)$ .                      B.  $(5; +\infty)$ .                      C.  $(2; 3)$ .                      D.  $(0; 2)$ .

**Câu 68: (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số  $y = f(3-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 1)$ .                      B.  $(2; 4)$ .                      C.  $(1; 2)$ .                      D.  $(4; +\infty)$ .

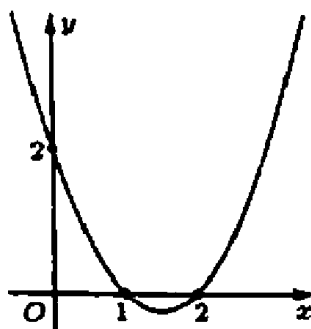
**Câu 69:** (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f'(x)$  có bảng xét dấu như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

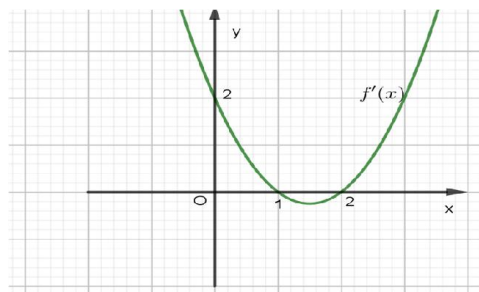
- A.  $(-2; 1)$ .      B.  $(-4; -3)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 70:** (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$ . Hàm số  $g(x) = f(x - x^2)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A.  $(-\frac{3}{2}; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; \frac{3}{2})$ .      C.  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; \frac{1}{2})$ .

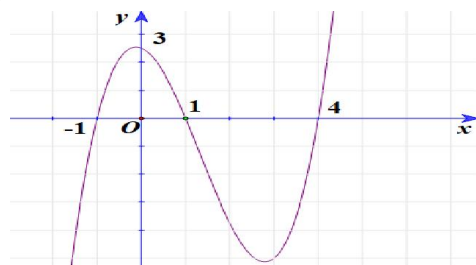
**Câu 71:** (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $y = f(2 - x^2)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

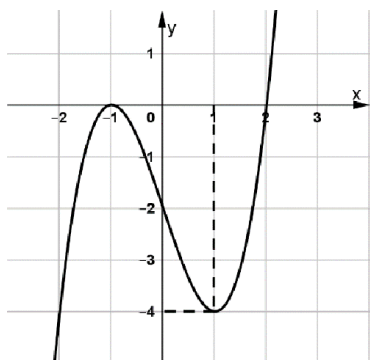
**Câu 72:** (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số  $f(x)$ , đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(|3 - x|)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

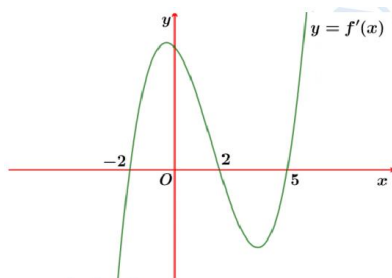
- A. (4;6).      B. (-1;2).      C.  $(-\infty;-1)$ .      D. (2;3).

**Câu 73: (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ . Mệnh đề nào sai?



- A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty;-2)$       B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2;+\infty)$   
 C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1;0)$       D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0;2)$

**Câu 74: (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên.

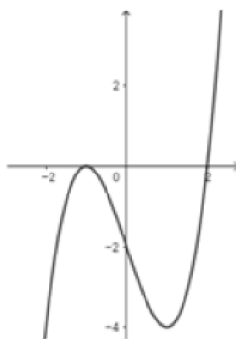


Hỏi hàm số  $g(x) = f(3 - 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.  $(-1;+\infty)$       B.  $(-\infty;-1)$       C. (1;3)      D. (0;2)

**Câu 75: (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ.

Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ .



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0;2)$   
 B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2;+\infty)$

C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -2)$

D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 0)$

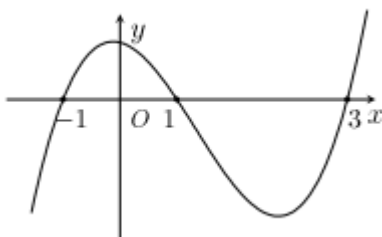
**Câu 76: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$2$		$+\infty$
$y'$		-	0	-	0	+	

Hàm số  $y = f(x^2 - 2)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; -1)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 77: (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên  $m \in [-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(x+m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ . Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử?



- A. 4.      B. 3.      C. 6.      D. 5.

**Dạng 8. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số  $f(u)+g(x)$  khi biết đồ thị, bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$**

**Câu 78: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$		$1$		$2$		$3$		$4$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số  $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 79: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$		$0$		$1$		$2$		$3$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	0	-	

Hàm số  $y = f(x-1) + x^3 - 12x + 2019$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(1; 2)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(3; 4)$ .

**Câu 80: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN LẦN 1 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	-	0	+

Hàm số  $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$  nghịch biến trên những khoảng nào dưới đây

- A.  $(-\infty; -2)$ .    B.  $(-\infty; 1)$ .    C.  $(-2; 0)$ .    D.  $(-3; -2)$ .

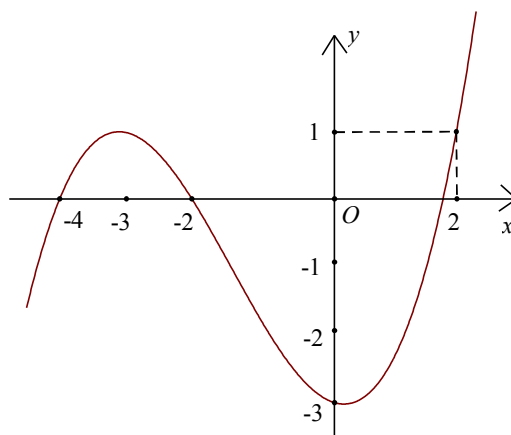
**Câu 81: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau :

$x$	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	-	0	+

Hàm số  $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(-\infty; 1)$ .    B.  $(-\infty; -2)$ .    C.  $(-2; 0)$ .    D.  $(-3; -2)$ .

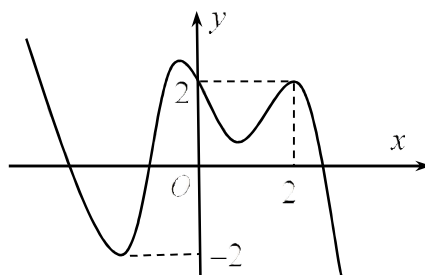
**Câu 82: (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01)** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên.



Hàm số  $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

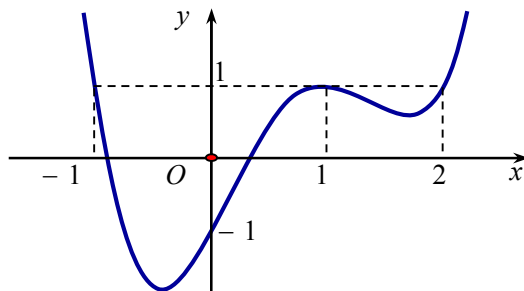
- A.  $(0; 2)$ .    B.  $(-1; 1)$ .    C.  $(1; +\infty)$ .    D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 83: (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 2x$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 4.    B. 3.    C. 2.    D. 1.

**Câu 84: (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. (2 ; 3).      B. (0 ; 1).      C. (-1 ; 0).      D. (1 ; 2).

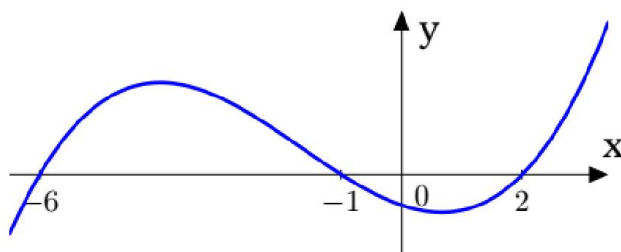
**Câu 85: (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số  $y = -2f(x) + 2019$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. (-4; 2).      B. (-1; 2).      C. (-2; -1).      D. (2; 4).

**Câu 86: (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(3-x^2) + 2018$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. (-1; 0)      B. (2; 3)      C. (-2; -1)      D. (0; 1)

**PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO**

**Dạng 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên, đồ thị**

**Câu 1: (Mã 103 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$					
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+		
$f(x)$	$+\infty$		↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A.  $(-\infty; -1)$ .

B.  $(0; 1)$ .

C.  $(-1; 0)$ .

D.  $(-1; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

**Câu 2: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$  $	$-$	$0$	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì  $y' < 0$  khi  $x \in (0; 2)$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 3: (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$		$-2$		$3$		$-2$		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; 0)$

B.  $(-\infty; 0)$

C.  $(1; +\infty)$

D.  $(0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 4: (Mã 102 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$1$		$3$		$1$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A.  $(0; +\infty)$ .

B.  $(0; 2)$ .

C.  $(-2; 0)$ .

D.  $(-\infty; -2)$ .

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng  $(-2; 0)$  hàm số đồng biến.

**Câu 5: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	$-1$	$-2$	$-1$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 1)$                       B.  $(1; +\infty)$                       C.  $(-\infty; 1)$                       D.  $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn A

**Câu 6: (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$1$	$3$	$1$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $(-2; 0)$ .                      D.  $(2; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng  $(0; 2)$  thì  $f'(x) < 0$ .

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 7: (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-2$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

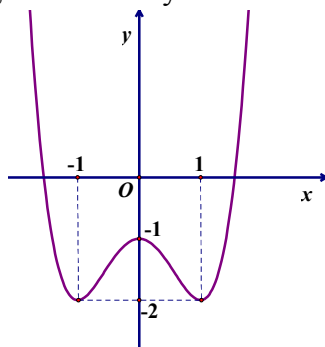
- A.  $(-1; +\infty)$ .                      B.  $(1; +\infty)$ .                      C.  $(-1; 1)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

Lời giải



**Chọn B**

**Câu 8: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-\infty; -1)$       B.  $(-1; 1)$       C.  $(-1; 0)$       D.  $(0; 1)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ . Chọn

**Câu 9: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$3$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$		$1$		$4$		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 3)$       B.  $(3; +\infty)$       C.  $(-\infty; -2)$       D.  $(-2; +\infty)$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 10: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$3$		$-1$		$3$		$-\infty$

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$       B.  $(-\infty; -2)$       C.  $(0; 2)$       D.  $(-2; 0)$

**Lời giải**

**Chọn D**

**Dạng 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho trước**

**Câu 11: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

A.  $y = \frac{x-1}{x-2}$

B.  $y = x^3 + x$

C.  $y = -x^3 - 3x$

D.  $y = \frac{x+1}{x+3}$

**Lời giải****Chọn B**

Vì  $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 12: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ **Lời giải****Chọn D**

Tập xác định:  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Ta có  $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

**Câu 13: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

A.  $y = x^4 + 3x^2$ .

B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

C.  $y = 3x^3 + 3x - 2$ .

D.  $y = 2x^3 - 5x + 1$ .

**Lời giải****Chọn C**

Hàm số  $y = 3x^3 + 3x - 2$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 14: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ **Lời giải****Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Lập bảng biến thiên rồi suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

**Câu 15: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Hỏi hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(-\infty; -\frac{1}{2})$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

D.  $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn C

$$y = 2x^4 + 1. \text{ Tập xác định: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } y' = 8x^3; y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ suy ra } y(0) = 1$$

$$\text{Giới hạn: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y'$	$-$	$0$	$+$
$y$	$+\infty$	$1$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Câu 16: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

Lời giải

Chọn C

Do hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$				$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(\frac{1}{3}; 1)$ .

**Câu 18: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$		
$y'$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$+\infty$		$0$		$+\infty$		

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$ ,  $(1; +\infty)$ ; hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(0; 1)$ . Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

Cách 2: Dùng chức năng mode 7 trên máy tính kiểm tra từng đáp án.

**Câu 19: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Hàm số  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; +\infty)$
- B.  $(0; +\infty)$
- C.  $(-\infty; 0)$
- D.  $(-1; 1)$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } y' = \frac{-4x}{(x^2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$$

**Câu 20: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

**Lời giải****Chọn C**

Ta có:

$$+) \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$+) y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ do đó hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

**Câu 21: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$

**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } D = \mathbb{R}, y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}; y' > 0 \Leftrightarrow x > 0.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Dạng 3. Tìm m để hàm số đơn điệu trên các khoảng xác định của nó**

**Câu 22: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Hỏi có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

- A. 0
- B. 3
- C. 2
- D. 1

**Lời giải****Chọn C**

TH1:  $m = 1$ . Ta có:  $y = -x + 4$  là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ . Do đó nhận  $m = 1$ .

TH2:  $m = -1$ . Ta có:  $y = -2x^2 - x + 4$  là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ . Do đó loại  $m = -1$ .

TH3:  $m \neq \pm 1$ . Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ , dấu “=” chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên  $\mathbb{R}$ .

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)(4m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z}$$

nên  $m = 0$ .

Vậy có 2 giá trị  $m$  nguyên cần tìm là  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ .

**Câu 23: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ , với  $m$  là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

A. 5

B. 4

C. 6

D. 7

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

+) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

+)  $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$ .

Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$  khi  $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in [-9; -3] \Rightarrow$  có 7 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn.

**Câu 24:** Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 2$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = (m^2 - m)x^2 + 4mx + 3$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

+ Với  $m = 0$  ta có  $y' = 3 > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

+ Với  $m = 1$  ta có  $y' = 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4} \Rightarrow m = 1$  không thỏa mãn.

+ Với  $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$  ta có  $y' \geq 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < 0$ .

Tổng hợp các trường hợp ta được  $-3 \leq m \leq 0$ .

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn bài ra.

**Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m \leq \frac{4}{3}$  và  $m \neq 0$ .      B.  $m = 0$  hoặc  $m \geq \frac{4}{3}$ .

C.  $m \geq \frac{4}{3}$ .      D.  $m \leq \frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**TH1:**  $m = 0 \Rightarrow y = 2$  là hàm hằng nên loại  $m = 0$ .

**TH2:**  $m \neq 0$ . Ta có:  $y' = 3mx^2 + 2mx + m(m-1)$ .

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m^2(m-1) \leq 0 \\ 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2(4-3m) \leq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}$$

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$ .      B.  $-2 \leq m \leq -1$ .      C.  $-2 < m < -1$ .      D.  $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ ,  $y' = -x^2 + 2mx + 3m + 2$ .

Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

**Câu 27:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

A. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn.      B.  $m \neq 1$ .

C.  $m = 1$ .      D. Luôn thỏa mãn với mọi  $m$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(2m-1)$$

Ta có:  $\Delta' = (-3m)^2 - 3.3.(2m-1)$ . Để hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì  $\Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 9 < 0 \Leftrightarrow 9(m^2 - 2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 9(m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 28:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m+5)x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = mx^2 - 4mx + 3m + 5$ .

Với  $a = 0 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow y' = 5 > 0$ . Vậy hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Với  $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ . Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (2m)^2 - m(3m+5) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 5m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 5.$$

Vì  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ .

**Câu 29:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

A.  $[-2; 2]$ .

B.  $(-\infty; 2)$ .

C.  $(-\infty; -2]$ .

D.  $[2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y' = x^2 + 2mx + 4$ .

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$ .

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2a+1)x - 3a + 2$  ( $a$  là tham số). Với giá trị nào của  $a$  thì hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $a \leq 1$ .

B.  $a \geq -\frac{5}{2}$ .

C.  $a \leq -\frac{5}{2}$ .

D.  $a \geq 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tìm điều kiện của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 3(m+1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .



A.  $m \geq 2$ .

B.  $m < 2$ .

C.  $m < 0$ .

D.  $m \geq 0$ .

Lời giải

Chọn D

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x + 3(m+1)$

$YCBT \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -9m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$ .

**Câu 31:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $1 < m \leq 2$ .

B.  $1 < m < 2$ .

C.  $1 \leq m \leq 2$ .

D.  $1 \leq m < 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có  $y' = 3(m-1)x^2 - 6(m-1)x + 3$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ 9(m-1)^2 - 9(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$ .

**Câu 32:** Giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m+3)x - 5 + m$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là.

A.  $-\frac{3}{4} \leq m \leq 1$ .

B.  $m \leq -\frac{3}{4}$ .

C.  $-\frac{3}{4} < m < 1$ .

D.  $m \geq 1$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$y' = x^2 - 4mx + (m+3)$ .

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4mx + (m+3) = 0$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 1 \cdot (m+3) \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq m \leq 1$ .

Vậy  $-\frac{3}{4} \leq m \leq 1$ .

**Dạng 4. Tìm m để hàm số nhất biến đơn điệu trên khoảng cho trước**

**Câu 33: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2}{x+3m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -6)$ .

- A. 2 B. 6 C. Vô số D. 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định:  $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$ .

Ta có  $y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ -6 \leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m \leq 2.$$

Mà  $m$  nguyên nên  $m = \{1; 2\}$ .

**Câu 34: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+1}{x+3m}$  nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ ?

- A. 0 B. 6 C. 3 D. Vô số

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}$ ;  $y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}$ .

Hàm số  $y = \frac{x+1}{x+3m}$  nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$  khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y' < 0 \\ (6; +\infty) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}.$$

Vì  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$ .

**Câu 35: (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2}{x+5m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -10)$ ?

- A. 2 B. Vô số C. 1 D. 3

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}.$$

$$y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -10)$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì  $m$  nguyên nên  $m \in \{1; 2\}$ . Vậy có 2 giá trị của tham số  $m$ .

**Câu 36: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{mx+4m}{x+m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

A. 4 B. Vô số C. 3 D. 5

**Lời giải**

**Chọn D**

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}; y' = \frac{m^2-4m}{(x+m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi  $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$ .

Mà  $m \in \mathbb{Z}$  nên có 3 giá trị thỏa mãn.

**Câu 37: (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+6}{x+5m}$  nghịch biến trên khoảng  $(10; +\infty)$ ?

A. Vô số B. 4 C. 5 D. 3

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$ .

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên  $(10; +\infty)$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$

Mà  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$ .

**Câu 38: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. Vô số                      B. 3                      C. 5                      D. 4

**Lời giải**

**Chọn B**

$y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}$  hàm số đồng biến trên khoảng xác định khi  $-1 < m < 3$  nên có 3 giá trị của  $m$  nguyên

**Dạng 5. Tìm m để hàm số bậc 3 đơn điệu trên khoảng cho trước**

**Câu 39: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  là

- A.  $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$                       B.  $[0; +\infty)$                       C.  $(-\infty; 0]$                       D.  $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

**Lời giải**

**Chọn A**

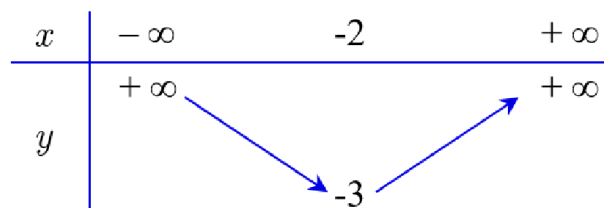
Ta có  $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  thì  $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1)$

$\Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq \min_{(-\infty; -1]} f(x), \quad f(x) = 3x^2 + 12x + 9$

Ta có  $f'(x) = 6x + 12; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ .

Khi đó, ta có bảng biến thiên



Suy ra  $\min_{(-\infty; 0]} f(x) = -3 \Rightarrow 4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  là

- A.  $(-1; 5)$ .                      B.  $(-\infty; -3]$ .                      C.  $(-\infty; -4]$ .                      D.  $(-1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 + 6x - m$ .

Để hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  thì  $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3x^2 + 6x, \forall x \in (-\infty; 0).$$

Đặt  $g(x) = 3x^2 + 6x$ , hàm số  $g(x)$  có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$
$y'$		$-$	$+$
$y$	$-\infty$	$\searrow$	$\nearrow$
		$-3$	$0$

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $\Leftrightarrow m \leq 3x^2 + 6x, \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow m \leq -3$ .

**Câu 41:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$  giảm trên nửa khoảng  $[1; +\infty)$ ?

- A.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$ .      B.  $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$ .      C.  $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ , yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$mx^2 + 14mx + 14 \leq 0, \forall x \geq 1, \text{ tương đương với } g(x) = \frac{-14}{x^2 + 14x} \geq m \quad (1)$$

Để dàng có được  $g(x)$  là hàm tăng  $\forall x \in [1; +\infty)$ , suy ra  $\min_{x \geq 1} g(x) = g(1) = -\frac{14}{15}$

$$\text{Kết luận: } (1) \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} g(x) \geq m \Leftrightarrow -\frac{14}{15} \geq m$$

**Câu 42:** Xác định các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - m$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ ?

- A.  $m \geq 0$ .      B.  $m < \frac{1}{2}$ .      C.  $m \leq 0$ .      D.  $m \geq \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y' = 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ x = 0 \end{cases}$$

Hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - m$  nghịch biến trên khoảng  $(0;1) \Leftrightarrow 2m \geq 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$

**Câu 43:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty;0)$

A.  $m \leq 0$ .

B.  $m \geq -2$ .

C.  $m \leq -3$ .

D.  $m \leq -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm:  $y' = 3x^2 + 6x - m$ .

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty;0)$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x < 0$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0.$$

**Cách 1:**

$$3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m, \forall x < 0.$$

Xét hàm số  $f(x) = 3x^2 + 6x$  trên khoảng  $(-\infty;0)$ , ta có:

$$f'(x) = 6x + 6. \text{ Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1. \text{ Ta có } f(-1) = -3.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$	
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	↘		$-3$	↗	
					$0$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:  $m \leq -3$ .

**Cách 2:**

Ta có  $\Delta' = 9 + 3m$ .

Nếu  $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -3$  thì  $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0 \forall x < 0$ .

Nếu  $\Delta' > 0$  thì  $y'$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Khi đó để  $y' \geq 0 \forall x < 0$  thì phải có

$$0 \leq x_1 < x_2. \text{ Điều này không thể xảy ra vì } S = x_1 + x_2 = -2 < 0.$$

Vậy  $m \leq -3$ .

**Cách 3:**

Phương án B: Với  $m = -3$  ta có  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x+1)^3$ . Khi đó  $y' = 3(x+1)^2 \geq 0 \forall x$ .

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ . Vậy B là đáp án đúng.

**Câu 44:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

- A.  $-1 < m < \frac{1}{3}$ .      B.  $m > \frac{1}{3}$ .  
 C.  $m < -1$ .      D.  $m \geq \frac{1}{3}$  hoặc  $m \leq -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx - 9m^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 3m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = 3m \end{cases}$$

- Nếu  $-m = 3m \Leftrightarrow m = 0$  thì  $y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$  nên hàm số không có khoảng nghịch biến.
- Nếu  $-m < 3m \Leftrightarrow m > 0$  thì hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-m; 3m)$ .

$$\text{Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng } (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq 0 \\ 3m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$$

Kết hợp với điều kiện ta được  $m \geq \frac{1}{3}$ .

- Nếu  $-m > 3m \Leftrightarrow m < 0$  thì hàm số nghịch biến trên khoảng  $(3m; -m)$ .

$$\text{Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng } (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m \leq 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$$

Kết hợp với điều kiện ta được  $m \leq -1$ .

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$  khi  $m \leq -1$  hoặc  $m \geq \frac{1}{3}$ .

**Câu 45:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

- A.  $m = 0$ .      B.  $m > 1$ .      C.  $m \leq -\frac{1}{2}$ .      D.  $m < -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 2mx + 2m - 1. \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$$

Nếu  $1 \leq 2m - 1$  thì ta có biến đổi  $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2m - 1$ .

(trường hợp này hàm số không thể nghịch biến trên khoảng  $(-2;0)$ ).

Xét  $2m-1 < 1$  ta có biến đổi  $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2m-1;1]$ .

x	$-\infty$	$2m-1$	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
	$-\infty$	↗ ↘		$+\infty$			

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2;0)$  thì  $(-2;0) \subset [2m-1;1]$ .

$$\Leftrightarrow 2m-1 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}..$$

**Câu 46:** Tìm tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$  tăng trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

- A.  $m < 3$ .                      B.  $m \geq 3$ .                      C.  $m \neq 3$ .                      D.  $m \leq 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đạo hàm :  $y' = 3x^2 - 6x + m$

YCBT  $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$ .

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x, \forall x \in (1; +\infty)$$

Xét hàm số:  $f(x) = -3x^2 + 6x, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, f(1) = 3$ . Do đó :  $m \geq f(x), x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \geq 3$ .

**Câu 47:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0;4)$  là:

- A.  $(-\infty; 3)$ .                      B.  $(-\infty; 3]$ .                      C.  $[3; 6]$ .                      D.  $(-\infty; 6]$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$ . Để hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;4)$  thì:  $y' \geq 0, \forall x \in (0;4)$ .

tức là  $3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0 \forall x \in (0;4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \forall x \in (0;4)$

Xét hàm số  $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}$  trên  $(0;4)$ .



$$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x+1)^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 4) \\ x = -2 \notin (0; 4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

$x$	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để  $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \forall x \in (0; 4)$  thì  $m \leq 3$ .

**Câu 48:** Tìm tất cả các giá thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 - 6mx + m$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

A.  $m \leq -\frac{1}{4}$ .

B.  $m \geq \frac{1}{4}$ .

C.  $m \geq 2$ .

D.  $m \geq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = 6x^2 - 6x - 6m$ .

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$  khi và chỉ khi  $y' \leq 0$  với  $\forall x \in (-1; 1)$  hay  $m \geq x^2 - x$  với  $\forall x \in (-1; 1)$ .

Xét  $f(x) = x^2 - x$  trên khoảng  $(-1; 1)$  ta có  $f'(x) = 2x - 1$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ .

Bảng biến thiên

$x$	-1	$\frac{1}{2}$	1
$y'$	-	0	+
$y$	2	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $m \geq f(x)$  với  $\forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \geq 2$ .

\* Có thể sử dụng  $y' \leq 0$  với  $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) \leq 0 \\ y'(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6m \leq 0 \\ 12-6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$

**Câu 49:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $m \geq 12.$                       B.  $m \leq 12.$                       C.  $m \geq 0.$                       D.  $m \leq 0.$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ . Ta có  $y' = 3x^2 - 12x + m$

□ Trường hợp 1:

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \text{ (hn)} \\ 36 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$

□ Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1 < x_2 \leq 0$  (\*)

□ Trường hợp 2.1:  $y' = 0$  có nghiệm  $x = 0$  suy ra  $m = 0$ . Nghiệm còn lại của  $y' = 0$  là  $x = 4$  (không thỏa (\*\*))

□ Trường hợp 2.2:  $y' = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 \text{ (vl)} \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{không có } m. \text{ Vậy } m \geq 12$$

**Cách 2:** Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$ .

Lập bảng biến thiên của  $g(x)$  trên  $(0; +\infty)$ .

$x$	0	2	$+\infty$	
$g'$		+	0	-
$g$	0	12		$-\infty$

**Câu 50:** Tập hợp các giá trị  $m$  để hàm số  $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$  đồng biến trên  $(-3; 0)$  là

- A.  $\left[\frac{-1}{3}; 0\right).$                       B.  $\left(\frac{-1}{3}; +\infty\right).$                       C.  $\left(-\infty; \frac{-1}{3}\right).$                       D.  $\left[\frac{-1}{3}; +\infty\right).$

Lời giải

Chọn D

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có  $y' = 3mx^2 - 2x + 3$ . Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3; 0)$  khi và chỉ khi:

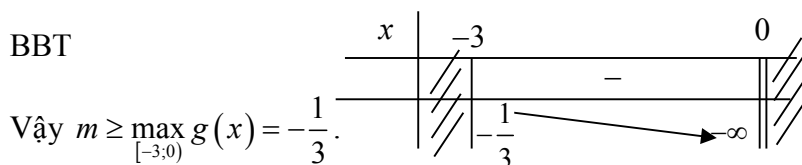
$y' \geq 0, \forall x \in (-3; 0)$  (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên  $(-3; 0)$ )

$$\Leftrightarrow 3mx^2 - 2x + 3 \geq 0, \forall x \in (-3; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{2x-3}{3x^2} = g(x) \quad \forall x \in (-3; 0)$$

Ta có:  $g'(x) = \frac{-2x+6}{3x^3}$ ;  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

BBT



Vậy  $m \geq \max_{[-3;0)} g(x) = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 51:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx + m - 1$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

A.  $m \leq -1$ .

B.  $m \leq 1$ .

C.  $m < 1$ .

D.  $m > -1$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $y' = -3x^2 + 6x + 3m = 3(-x^2 + 2x + m)$ .

Vì hàm số liên tục trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$  nên hàm số nghịch biến trên  $(0; +\infty)$  cũng tương đương hàm số nghịch trên  $[0; +\infty)$  khi chỉ khi  $y' \leq 0, \forall x \in [0; +\infty)$ .

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + m \leq 0 \quad \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x = f(x) \quad \forall x \in [0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{[0; +\infty)} f(x) = f(1) = -1$$

**Dạng 6. Tìm m để hàm số khác đơn điệu trên khoảng cho trước**

**Câu 52: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm

số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $m \leq 0$  hoặc  $1 \leq m < 2$     B.  $m \leq 0$

C.  $1 \leq m < 2$

D.  $m \geq 2$

Lời giải

Chọn A

Đặt  $t = \tan x$ , vì  $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t-2}{t-m} \forall t \in (0;1)$ . Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Ta có  $f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$ .

Ta thấy hàm số  $t(x) = \tan x$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ . Nên để hàm số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên

khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$  khi và chỉ khi:  $f'(t) > 0 \forall t \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0] \cup [1; 2) \\ m \geq 1 \end{cases}$$

**CASIO:** Đạo hàm của hàm số ta được  $y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x - m) - (\tan x - 2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x - m)^2}$

Ta nhập vào máy tính bằng  $y' \setminus \text{CALC} \setminus \text{Calc } x = \frac{\pi}{8}$  (Chọn giá trị này thuộc  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ )

$\setminus = \setminus m = ?$  1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Đáp án D  $m \geq 2$ . Ta chọn  $m = 3$ . Khi đó  $y' = -0,17 < 0$  (Loại)

Đáp án C  $1 \leq m < 2$  Ta chọn  $m = 1,5$ . Khi đó  $y' = 0,49 > 0$  (nhận)

Đáp án B  $m \geq 0$  Ta chọn  $m = 0$ . Khi đó  $y' = 13,6 > 0$  (nhận)

Vậy đáp án B và C đều đúng nên chọn đáp án **A**.

**Câu 53: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số

$y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

A. 0 B. 4

C. 5

D. 3

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$$

Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$  khi và chỉ khi  $y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - \frac{1}{x^6} \leq m, \forall x \in (0; +\infty). \text{ Xét hàm số } g(x) = -3x^2 - \frac{1}{x^6} \leq m, x \in (0; +\infty)$$

$$g'(x) = -6x + \frac{6}{x^7} = \frac{-6(x^8 - 1)}{x^7}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1(\text{loại}) \end{cases}$$

**Bảng biến thiên:**

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	0
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-4$
		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT ta có  $m \geq -4$ , suy ra các giá trị nguyên âm của tham số  $m$  là  $-4; -3; -2; -1$

**Câu 54: (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019)** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc  $S$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x) &= m^2x^4 - mx^2 + 20x - (m^2 - m - 20) = m^2(x^4 - 1) - m(x^2 - 1) + 20(x + 1) \\ &= m^2(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) - m(x - 1)(x + 1) + 20(x + 1) \\ &= (x + 1)[m^2(x - 1)(x^2 + 1) - m(x - 1) + 20] \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ m^2(x - 1)(x^2 + 1) - m(x - 1) + 20 = 0(*) \end{cases}$$

Ta có  $f'(x) = 0$  có một nghiệm đơn là  $x = -1$ , do đó nếu (\*) không nhận  $x = -1$  là nghiệm thì  $f'(x)$  đổi dấu qua  $x = -1$ . Do đó để  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì  $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  hay (\*) nhận  $x = -1$  làm nghiệm (bậc lẻ).

$$\text{Suy ra } m^2(-1 - 1)(1 + 1) - m(-1 - 1) + 20 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 2m + 20 = 0.$$

Tổng các giá trị của  $m$  là  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 55: (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019)** Tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x + 1 + \frac{m}{x - 2}$  đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

- A.  $[0; 1)$ .                      B.  $(-\infty; 0]$ .                      C.  $[0; +\infty) \setminus \{1\}$ .                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Lời giải**

• Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$$y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 1 - \frac{m}{(x-2)^2} \geq 0, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow m \leq (x-2)^2, \forall x \in D$$

Xét hàm số  $f(x) = (x-2)^2$  ta có:

$$f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$0$	$+\infty$

Vậy, để hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó thì  $m \leq 0$ .

**Câu 56: (THPT MINH KHAI HÀ TĨNH NĂM 2018-2019)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm

số  $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

A.  $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$

C.  $m \leq 3$ .

D.  $m < 3$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos x \neq m$ . Ta có:  $y' = \frac{(-m+3)}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{(m-3)}{(\cos x - m)^2} \cdot \sin x$

Vì  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \sin x > 0, (\cos x - m)^2 > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right): \cos x \neq m$ .

Để hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ \cos x \neq m \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Chú ý : Tập giá trị của hàm số  $y = \cos x, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  là  $(-1; 0)$ .

**Câu 57: (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019)** Cho hàm số  $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$ . Có bao nhiêu giá trị

nguyên của m trong khoảng  $(-10; 10)$  sao cho hàm số đồng biến trên  $(-8; 5)$ ?

A. 14.

B. 13.

C. 12.

D. 15.

**Lời giải**

Đặt  $t = -\sqrt{6-x}$  vì  $x \in (-8; 5) \Rightarrow t \in (-\sqrt{14}; -1)$  và  $t = -\sqrt{6-x}$  đồng biến trên  $(-8; 5)$ .

Hàm số trở thành  $y = \frac{-(4-m)t+3}{-t+m}$  tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\} \Rightarrow y' = \frac{m^2 - 4m + 3}{(-t+m)^2}$ .

Để hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\sqrt{14}; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 > 0 \\ m \leq -\sqrt{14} \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\sqrt{14} \\ -1 \leq m < 1 \\ m > 3 \end{cases}$ .

$\Rightarrow m = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -1, 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  có 14 giá trị.

**Câu 58: (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

**Lời giải**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$ .  $y' = x^3 + m + \frac{3}{2x^2}$ .

Ta có: hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0$  với  $\forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow x^3 + m + \frac{3}{2x^2} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2x^2} \geq -m, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow -m \leq \underset{(0; +\infty)}{\text{Min}} f(x), \text{ với } f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} (1).$$

**Cách 1:**

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} = \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} \geq 5\sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{5}{2}$ .

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $x = 1$ . Do đó  $\underset{(0; +\infty)}{\text{Min}} f(x) = \frac{5}{2} (2)$ .

Từ (1) và (2) ta có  $-m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$ . Do  $m$  nguyên âm nên  $m = -1$  hoặc  $m = -2$ .

Vậy có hai giá trị nguyên âm của tham số  $m$  thỏa mãn điều kiện bài ra.

**Cách 2:**

Xét hàm số  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2}, \forall x \in (0; +\infty)$ .

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x^3}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Bảng biến thiên

$x$	0	$\frac{5}{2}$	$-\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

Từ bảng biến thiên ta có  $-m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$ . Do  $m$  nguyên âm nên  $m = -1$  hoặc  $m = -2$ .

Vậy có hai giá trị nguyên âm của tham số  $m$  thỏa mãn điều kiện bài ra.

**Câu 59: (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 3    B. 2    C. 1    D. 4

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y = f(x) = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$$

Đặt  $t = \ln x$ , điều kiện  $t \in (0; 1)$

$$g(t) = \frac{t - 4}{t - 2m}; \quad g'(t) = \frac{-2m + 4}{(t - 2m)^2}$$

Để hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; e)$  thì hàm số  $g(t)$  đồng biến trên  $(0; 1) \Leftrightarrow g'(t) > 0, t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{-2m + 4}{(t - 2m)^2} > 0, t \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 4 > 0 \\ 2m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

$S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương  $\Rightarrow S = \{1\}$ .

Vậy số phần tử của tập  $S$  là 1.

**Câu 60: (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  đồng

biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$     B.  $m > 2$     C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$     D.  $-1 < m < 1$



Lời giải

Chọn C

Ta có  $y' = \frac{2-m}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x), \sin x > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Do đó: Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2-m > 0 \\ \cos x - m \neq 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$$

**Câu 61: (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{3}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + (2m+15)x - 3m+1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow y' = 3x^3 - 9x + 2m + 15 \geq 0 \forall x \in (0; +\infty)$  và dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm thuộc  $(0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^3 - 9x + 15 \geq -2m \forall x \in (0; +\infty)$ .

Xét hàm số:  $g(x) = 3x^3 - 9x + 15$  trên  $(0; +\infty)$ .

Ta có:  $g'(x) = 9x^2 - 9$

$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 (l) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$	15	9	$+\infty$

Từ BBT ta có:  $-2m \leq 9 \Leftrightarrow m \geq -\frac{9}{2}$

Vậy  $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$ .

**Câu 62:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x+1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3(x+1)^2 - (m^2 + 3m)}{(x+1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi  $y' \geq 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow m^2 + 3m \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 0$ .

Do  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0\}$ .

Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 63:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A.  $m > 2$ .                      B.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$ .                      C.  $m < 2$ .                      D.  $m \leq 2$ .

Lời giải

Đặt  $t = \cos x$ .

Ta có:  $t' = -\sin x < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

$\Rightarrow$  hàm số  $t = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Do đó hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$  hàm số  $y = \frac{t-2}{t-m}$  đồng biến trên khoảng  $(0;1)$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ .

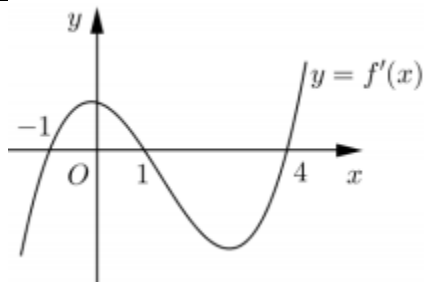
Hàm số  $y = \frac{t-2}{t-m}$  đồng biến trên khoảng  $(0;1) \Leftrightarrow y' = \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0, \forall t \in (0;1)$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ 1 \leq m \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ 1 \leq m \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}.$$

Vậy với  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$  thì hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Dạng 7. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số f(u) khi biết đồ thị hàm số f'(x)**

**Câu 64: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(2; +\infty)$       B.  $(-2; 1)$       C.  $(-\infty; -2)$       D.  $(1; 3)$

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:**

Ta thấy  $f'(x) < 0$  với  $\begin{cases} x \in (1; 4) \\ x < -1 \end{cases}$  nên  $f(x)$  nghịch biến trên  $(1; 4)$  và  $(-\infty; -1)$  suy ra  $g(x) = f(-x)$  đồng biến trên  $(-4; -1)$  và  $(1; +\infty)$ . Khi đó  $f(2-x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 1)$  và  $(3; +\infty)$

**Cách 2:**

Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta có  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$ .

Ta có  $(f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$ .

Để hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến thì  $(f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

**Câu 65: (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$

Hàm số  $y = f(5-2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3; 4)$ .      B.  $(1; 3)$ .      C.  $(-\infty; -3)$ .      D.  $(4; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = f'(5-2x) = -2f'(5-2x)$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x = -3 \\ 5-2x = -1 \\ 5-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}; f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x > 1 \\ -3 < 5-2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$2$	$3$	$4$	$+\infty$				
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số  $y = f(5-2x)$  đồng biến trên khoảng  $(4;5)$ .

**Câu 66: (Mã 103 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = f(3-2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0;2)$ .                      B.  $(2;3)$ .                      C.  $(-\infty;-3)$ .                      D.  $(3;4)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = -2.f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Vậy chọn **A**.

**Câu 67: (Mã 102 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = f(5-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3;5)$ .                      B.  $(5;+\infty)$ .                      C.  $(2;3)$ .                      D.  $(0;2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  suy ra hàm số  $y = f(5-2x)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = f(5-2x)$  có  $y' = -2.f'(5-2x), \forall x \in \mathbb{R}$ .

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 5-2x \leq -1 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 2); (3; 4)$ . Do đó B phương án chọn.

**Câu 68: (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$		$-3$		$-1$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	

Hàm số  $y = f(3-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 1)$ .                      B.  $(2; 4)$ .                      C.  $(1; 2)$ .                      D.  $(4; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = -2.f'(3-2x).$$

$$\text{Hàm số nghịch biến khi } y' \leq 0 \Leftrightarrow -2.f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3-2x \leq -1 \\ 3-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy chọn đáp án

**B.**

**Câu 69: (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 1)$ .                      B.  $(-4; -3)$ .                      C.  $(0; 1)$ .                      D.  $(-2; -1)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: Đặt: } y = g(x) = f(x^2 + 2x); g'(x) = [f(x^2 + 2x)]' = (2x + 2).f'(x^2 + 2x)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 2).f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ f'(x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = -2(VN) \\ x^2 + 2x = 1 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

(Trong đó:  $x = -1 - \sqrt{2}; x = -1 + \sqrt{2}$  là các nghiệm bội chẵn của PT:  $x^2 + 2x = 1$  )

+ Ta có bảng biến thiên

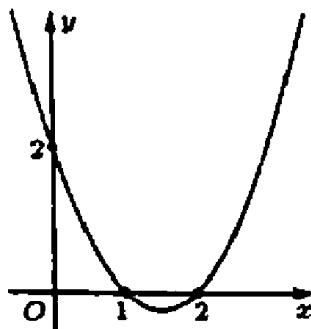
$x$	$-\infty$	$-3$	$-1-\sqrt{2}$	$-1$	$-1+\sqrt{2}$	$1$	$+\infty$	
$g'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

**Chú ý:** Cách xét dấu  $g'(x)$ :

Chọn giá trị  $x = 0 \in (-1; -1 + \sqrt{2}) \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow g'(0) = f'(0) > 0$  (dựa theo bảng xét dấu của hàm  $f'(x)$ ). Suy ra  $g'(x) > 0 \forall x \in (-1; -1 + \sqrt{2})$ , sử dụng quy tắc xét dấu đa thức “lẻ đổi, chẵn không” suy ra dấu của  $g'(x)$  trên các khoảng còn lại

**Câu 70:** (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$ . Hàm số  $g(x) = f(x - x^2)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A.  $(-\frac{3}{2}; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; \frac{3}{2})$ .      C.  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; \frac{1}{2})$ .

**Lời giải**

**Phương pháp**

Hàm số  $y = g(x)$  nghịch biến trên  $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$  và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

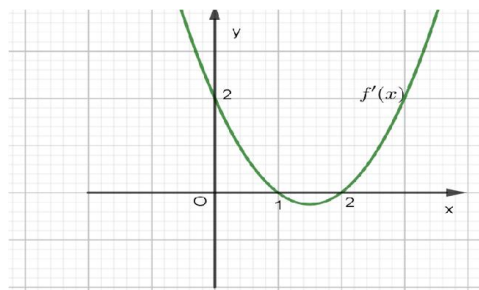
**Cách giải**

Ta có:  $g'(x) = (1 - 2x)f'(x - x^2)$ .

Hàm số  $y = g(x)$  nghịch biến trên  $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$  và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Ta có  $g'(-1) = 3f'(-2) > 0 \Rightarrow$  Loại đáp án A, B và D

**Câu 71: (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $y = f(2-x^2)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(-\infty; 0)$ .                      B.  $(0; 1)$ .                      C.  $(1; 2)$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

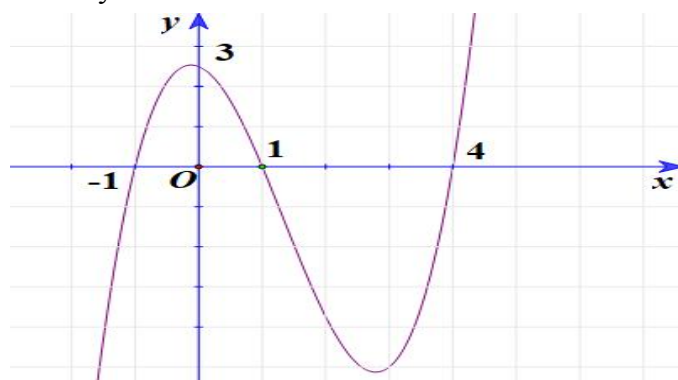
**Chọn B**

Hàm số  $y = f(2-x^2)$  có  $y' = -2x \cdot f'(2-x^2)$

$$y' = -2x \cdot f'(2-x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 < 2-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Do đó hàm số đồng biến trên  $(0; 1)$ .

**Câu 72: (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số  $f(x)$ , đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(|3-x|)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(4; 6)$ .                      B.  $(-1; 2)$ .                      C.  $(-\infty; -1)$ .                      D.  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$y = f(|3-x|) \Rightarrow f'(|3-x|) = -\frac{(3-x)}{|3-x|} f'(|3-x|) (x \neq 3)$$

$$f'(|3-x|) = 0 \Leftrightarrow -\frac{(3-x)}{|3-x|} f'(|3-x|) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(|3-x|) = 0 \\ 3-x=0 \end{cases}$$

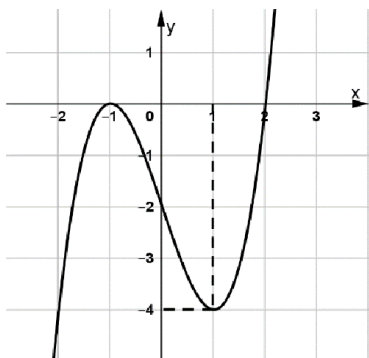
$$\Leftrightarrow \begin{cases} |3-x| = -1 (L) \\ |3-x| = 1 (N) \\ |3-x| = 4 (N) \\ x = 3 (L) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của  $f'(|3-x|)$ :

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$3$	$4$	$7$	$+\infty$	
$f'( 3-x )$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số  $y = f(|3-x|)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 2)$ .

**Câu 73: (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ . Mệnh đề nào sai?



- A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -2)$       B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2; +\infty)$   
 C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 0)$       D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0; 2)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{Từ đồ thị } f'(x) \text{ ta có } f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

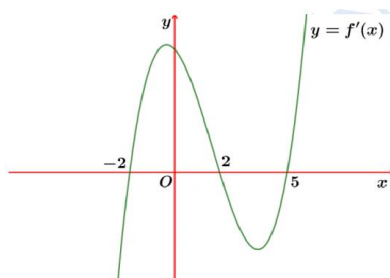


BBT

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$g(x)$								

Từ BBT ta thấy đáp án C sai

**Câu 74: (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên.



Hỏi hàm số  $g(x) = f(3 - 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.  $(-1; +\infty)$       B.  $(-\infty; -1)$       C.  $(1; 3)$       D.  $(0; 2)$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } g'(x) = -2f'(3 - 2x)$$

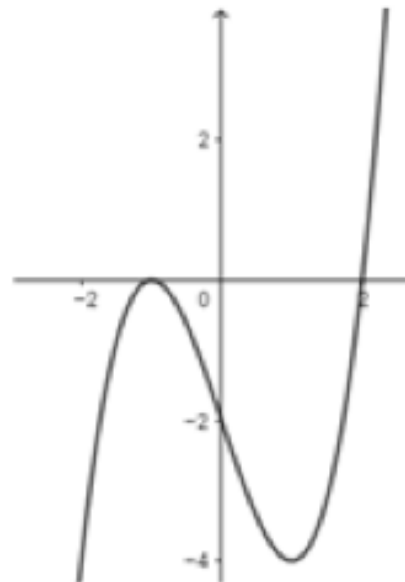
$$\text{Với } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x = -2 \\ 3 - 2x = 2 \\ 3 - 2x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$		$g(-1)$		$g\left(\frac{1}{2}\right)$		$g\left(\frac{5}{2}\right)$	$+\infty$

**Câu 75:** (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ.

Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ .



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0; 2)$
- B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2; +\infty)$
- C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -2)$
- D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D

Ta có  $g(x) = f(x^2 - 2)$

$g'(x) = f'(x^2 - 2) \cdot 2x$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có  $g'(3) = 6 \cdot f'(7) > 0$ ,  $g'(x)$  đổi dấu qua các nghiệm đơn hoặc bội lẻ, không đổi dấu qua các nghiệm bội chẵn nên ta có bảng xét dấu  $g'(x)$ :

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$	$0$	$-$

Suy ra đáp án là **D**.

**Câu 76: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$2$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$-$	$0$	$+$	

Hàm số  $y = f(x^2 - 2)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; -1)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ . Ta có:  $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$ .

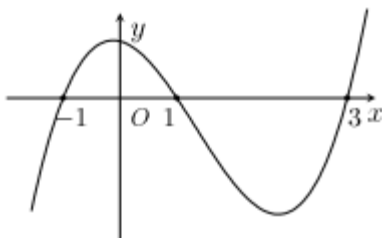
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu  $g'(x)$ :

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	$-$	$0$	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2 - 2)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$
$g'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu  $g'(x)$  ta thấy hàm số  $y = f(x^2 - 2)$  nghịch biến trên các khoảng

**Câu 77: (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên  $m \in [-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(x+m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ . Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử?



- A. 4.                                      B. 3.                                      C. 6.                                      D. 5.

**Lời giải**

Ta có  $g'(x) = f'(x+m)$ . Vì  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên  $g'(x) = f'(x+m)$  cũng liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 Căn cứ vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+m < -1 \\ 1 < x+m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1-m \\ 1-m < x < 3-m \end{cases}$$

Hàm số  $g(x) = f(x+m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq -1-m \\ 3-m \geq 2 \\ 1-m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases}$$

Mà  $m$  là số nguyên thuộc đoạn  $[-5; 5]$  nên ta có  $S = \{-5; -4; -3; 0; 1\}$ .

Vậy  $S$  có 5 phần tử.

**Dạng 8. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số  $f(u)+g(x)$  khi biết đồ thị, bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$**

**Câu 78: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0
	-	0	+	0	-	0
	-	0	+	0	-	0

Hàm số  $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                                      B.  $(-1; 0)$ .                                      C.  $(0; 2)$ .                                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = 3[f'(x+2) - (x^2 - 3)]$

Với  $x \in (-1; 0) \Rightarrow x+2 \in (1; 2) \Rightarrow f'(x+2) > 0$ , lại có  $x^2 - 3 < 0 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in (-1; 0)$

Vậy hàm số  $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

Chú ý:

+) Ta xét  $x \in (1; 2) \subset (1; +\infty) \Rightarrow x+2 \in (3; 4) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$  nên loại hai phương án A, D.

+) Tương tự ta xét  $x \in (-\infty; -2) \Rightarrow x+2 \in (-\infty; 0) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0 \Rightarrow y' < 0; \forall x \in (-\infty; -2)$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  nên loại hai phương án B.

**Câu 79: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Hàm số  $y = f(x-1) + x^3 - 12x + 2019$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(1; 2)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(3; 4)$ .

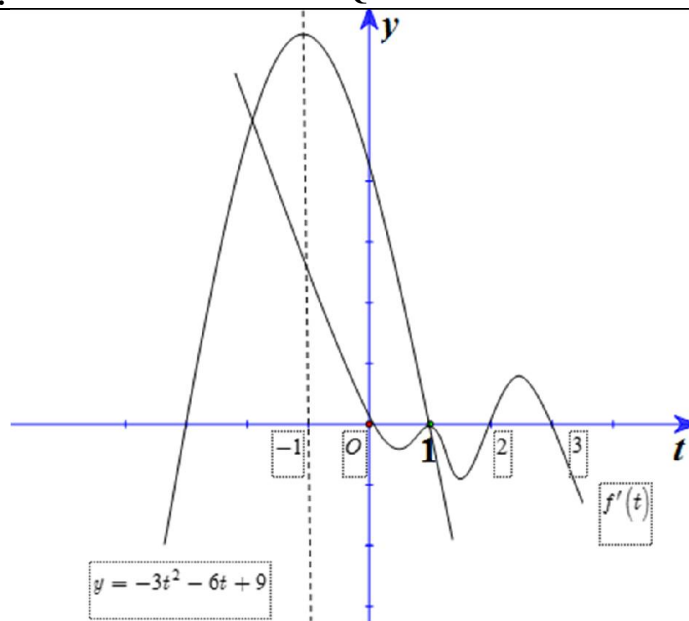
**Lời giải**

Ta có  $y' = f'(x-1) + 3x^2 - 12 = f'(t) + 3t^2 + 6t - 9 = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$ , với  $t = x-1$

Nghiệm của phương trình  $y' = 0$  là hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số

$$y = f'(t); y = -3t^2 - 6t + 9.$$

Vẽ đồ thị của các hàm số  $y = f'(t); y = -3t^2 - 6t + 9$  trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị trên, ta có BXD của hàm số  $y' = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$  như sau: ( $t_0 < -1$ )

$t$	$-\infty$	$t_0$		1		$+\infty$
$y'$	+	0	-	0	+	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $t \in (t_0; 1)$ . Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng  $x \in (1; 2) \subset (t_0 + 1; 1)$ .

**Câu 80: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN LẦN 1 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số  $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2 + 1} - x$  nghịch biến trên những khoảng nào dưới đây

- A.  $(-\infty; -2)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-3; -2)$ .

**Lời giải.**

$$y' = -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1.$$

Có  $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0)$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$		
$f'(1-x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

$$\Rightarrow -2f'(1-x) < 0, \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Rightarrow -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0).$$

**Câu 81: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau :

$x$	$-\infty$	$1$	$2$	$3$	$4$	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(-\infty; -2)$ .                      C.  $(-2; 0)$ .                      D.  $(-3; -2)$ .

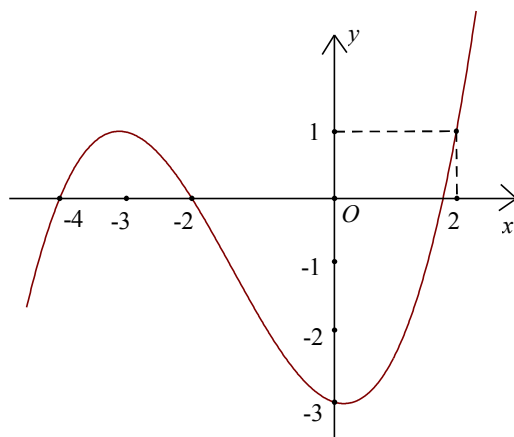
**Lời giải**

$$\text{Ta có : } y' = -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 = -2f'(1-x) + \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{Chú ý : } \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

- +) Với  $x \in (-\infty; 1) \Rightarrow 1-x \in (0; +\infty)$  (loại vì không thể kết luận được)
- +) Với  $x \in (-\infty; -2) \Rightarrow 1-x \in (3; +\infty)$  (loại vì không thể kết luận được)
- +) Với  $x \in (-3; -2) \Rightarrow 1-x \in (3; 4)$  (loại vì không thể kết luận được)
- +) Với  $x \in (-2; 0) \Rightarrow 1-x \in (1; 3) \Rightarrow f'(1-x) \geq 0 \Rightarrow y' < 0$  (thỏa mãn).

**Câu 82: (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01)** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên.



Hàm số  $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(-1; 1)$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0)$ ;  $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ .

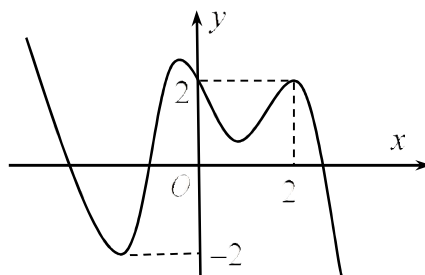
Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  đi qua các điểm  $(-4; 0), (-2; 0), (0; -3), (2; 1)$  nên ta có:

$$\begin{cases} -256a + 48b - 8c + d = 0 \\ -32a + 12b - 4c + d = 0 \\ d = -3 \\ 32a + 12b + 4c + d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{96} \\ b = \frac{7}{24} \\ c = -\frac{7}{24} \\ d = -3 \end{cases}$$

Do đó hàm số  $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x; y' = 3(f'(x) + x^2 - 4x + 3) = 3\left(\frac{5}{24}x^3 + \frac{15}{8}x^2 - \frac{55}{12}x + 3\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ . Hàm số đồng biến trên các khoảng } (-11; 0) \text{ và } (2; +\infty) \text{ .}$$

**Câu 83: (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 2x$  có bao nhiêu điểm cực trị?





A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

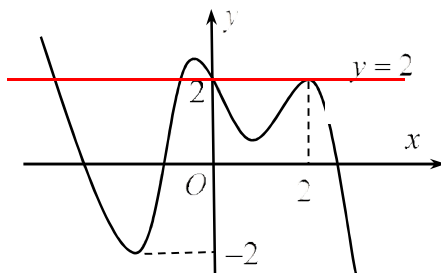
Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } g(x) = f(x) - 2x.$$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2.$$

Vẽ đường thẳng  $y = 2$ .

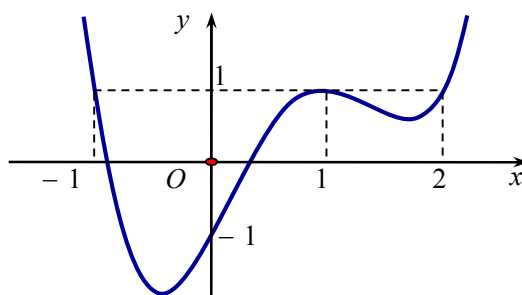


$\Rightarrow$  phương trình  $g'(x) = 0$  có 3 nghiệm bội lẻ.

$\Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = f(x) - 2x$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 84: (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$

liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A.  $(2 ; 3)$ .

B.  $(0 ; 1)$ .

C.  $(-1 ; 0)$ .

D.  $(1 ; 2)$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x-1) - 1.$$

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \leq -1 \\ x-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

Từ đó suy ra hàm số  $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$  đồng biến trên khoảng  $(-1 ; 0)$ .

**Câu 85: (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$2$	$4$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = -2f(x) + 2019$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-4; 2)$ .                      B.  $(-1; 2)$ .                      C.  $(-2; -1)$ .                      D.  $(2; 4)$ .

**Lời giải**

Xét  $y = g(x) = -2f(x) + 2019$ .

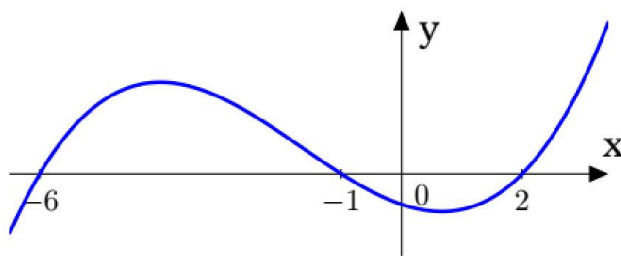
$$\text{Ta có } g'(x) = (-2f(x) + 2019)' = -2f'(x), \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Dựa vào bảng xét dấu của  $f'(x)$ , ta có bảng xét dấu của  $g'(x)$ :

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$2$	$4$	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số  $y = g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 2)$ .

**Câu 86: (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(3 - x^2) + 2018$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1; 0)$                       B.  $(2; 3)$                       C.  $(-2; -1)$                       D.  $(0; 1)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } [f(3 - x^2) + 2018]' = -2x \cdot f'(3 - x^2).$$

$$-2x.f'(3-x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3-x^2 = -6 \\ 3-x^2 = -1 \\ 3-x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của đạo hàm hàm số đã cho

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$			
$f'(3-x^2)$		-	0	+	0	-	0	+	0	+	0	-
$-2xf'(3-x^2)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên  $(-1; 0)$ .

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$			
$f'(3-x^2)$		-	0	+	0	-	0	+	0	+	0	-
$-2xf'(3-x^2)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+