HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN – TỈNH NAM ĐỊNH

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TAILIEU.COM

Phần I. Trắc nghiệm (2 điểm):

1. C	**2. C**	**3. A**	**4. B**	**5. D**	**6. C**	**7. B**	**8. A**

Phần II. Tự luận (8 điểm):

Bài 1 (1,5 điểm):

Cách giải:

1) Chứng minh đẳng thức: $\sqrt{\left(\sqrt{5}-4\right)^2}-\sqrt{5}+\sqrt{20}=4.$

Ta có:

$$\begin{aligned}&\sqrt{\left(\sqrt{5}-4\right)^2}-\sqrt{5}+\sqrt{20}\\&=\left|\sqrt{5}-4\right|-\sqrt{5}+\sqrt{2^2.5}\\&=4-\sqrt{5}-\sqrt{5}+2\sqrt{5}\\&=4.\end{aligned}$$

Vậy $\sqrt{\left(\sqrt{5}-4\right)^2}-\sqrt{5}+\sqrt{20}=4.$

2) Rút gọn biểu thức: $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{2}{x-2\sqrt{x}}$ ***với*** $x>0,\ x\ne 4.$

Điều kiện: $x>0,\ x\ne 4.$

$$\begin{aligned}P&=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{2}{x-2\sqrt{x}}\\&=\frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{2}\\&=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}.\frac{\sqrt{x}}{2}\\&=\frac{x}{\sqrt{x}+2}.\end{aligned}$$

Vậy với $x > 0,\ x \neq 4$ thì $P = \dfrac{x}{\sqrt{x}+2}$.

Bài 2 (1,5 điểm):

Cách giải:

Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ ***(với*** m ***là tham số).***

1) Giải phương trình khi $m = 4$.

Khi $m = 4$ ta có phương trình:

$$
\begin{aligned}
& x^2 - (2.4+1)x + 4^2 + 4 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 - 9x + 20 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 - 5x - 4x + 20 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x(x-5) - 4(x-5) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (x-5)(x-4) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x-5=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=4 \end{array}\right.
\end{aligned}
$$

Vậy với $m = 4$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{4;\ 5\}$.

2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ ***với mọi*** m. ***Tìm*** m ***để*** $x_1,\ x_2$ ***thỏa mãn*** $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = -17$.

Xét phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ có:

$$
\begin{aligned}
\Delta &= (2m+1)^2 - 4(m^2+m) \\
&= 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4m \\
&= 1 > 0\ \forall m
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho luôn có hai nghệm phân biệt $x_1,\ x_2$ với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1x_2 = m^2 + m \end{cases}$.

Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = -17$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 5x_1x_2 = -17$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 7x_1x_2 = -17$$
$$\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 7(m^2 + m) = -17$$
$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 7m^2 - 7m = -17$$
$$\Leftrightarrow 3m^2 + 3m - 18 = 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 + 3m - 2m - 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow m(m+3) - 2(m+3) = 0$$
$$\Leftrightarrow (m+3)(m-2) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+3=0 \\ m-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=2 \end{array}\right.$$

Vậy $m=-3$ và $m=2$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3. (1,0 điểm)

Cách giải:

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2(x-2)^2 + \dfrac{1}{\sqrt{y+5}} = 3 \\ (x-2)^2 - \dfrac{2}{\sqrt{y+5}} = -1 \end{cases}$.

ĐKXĐ: $y > -5$.

Đặt $u = (x-2)^2 \ge 0;\ v = \dfrac{1}{\sqrt{y+5}} > 0$, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 2u + v = 3 \\ u - 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u + 2v = 6 \\ u - 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5u = 5 \\ v = 3 - 2u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1\ (tm) \\ v = 1\ (tm) \end{cases}$$

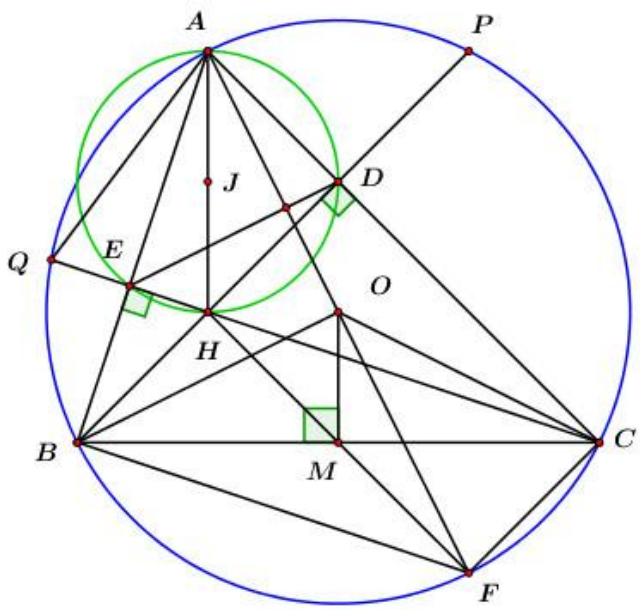
$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{y+5}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-2=1 \\ x-2=-1 \end{array}\right. \\ \sqrt{y+5} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right. \\ y+5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right. \\ y = -4\ (tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) \in \{(3;-4);(1;-4)\}$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cách giải:

Cho ΔABC là tam giác nhọn nội tiếp đường tròn $(O;\,R)$. Hai đường cao $BD,\,CE$ của ΔABC cắt nhau tại H. Các tia $BD,\,CE$ cắt đường tròn $(O;\,R)$ lần lượt tại điểm thứ hai là P,Q.



1) Chứng minh tứ gaics $BCDE$ nội tiếp và $cung\ AP = cung\ AQ$.

Ta cos: BD,CE là các đường cao của ΔABC

$$\Rightarrow \begin{cases} BD \perp AC = \{D\} \\ CE \perp AB = \{E\} \end{cases} \Rightarrow \angle BEC = \angle BDC = 90^0$$

Xét tứ giác $BEDC$ ta có:

$\angle BEC = \angle BDC = 90^0$

Mà hai đỉnh $E,\,D$ là hai đỉnh kề nhau

$\Rightarrow BEDC$ là tứ giác nội tiếp. (dhnb)

Vì $BEDC$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle EBD = \angle ECD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ED)

$\Rightarrow \angle ABP = \angle ACQ$

Lại có: $\angle ABP,\,\angle ACQ$ lần lượt là các góc nội tiếp chắn các cung $AP,\,AQ$

$\Rightarrow cung\ \ AP = cung\ \ AQ$ (hai góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau) (đpcm).

2) Chứng minh E là trung điểm của HQ và $OA \perp DE$.

Xét tứ giác $AEHD$ ta có:

$\angle AEH + \angle ADH = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow AEHD$ là tứ giác nội tiếp. (dhnb)

$\Rightarrow \angle EAH = \angle EDH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EH).

Vì $BEDC$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle EDB = \angle ECB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EB)

$\Rightarrow \angle AEH = \angle ECB \left(= \angle EDH\right)$

Hay $\angle EAH = \angle BAH = \angle BCQ$

Lại có: $\angle QAB = \angle QCB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung QB)

$\Rightarrow \angle EAH = \angle EAQ \left(= \angle BCQ\right)$

$\Rightarrow AE$ là tia phân giác của $\angle QAH$.

Xét ΔQAH ta có: AE vừa là đường cao, vừa là đường phân giác

$\Rightarrow \Delta QAH$ cân tại A. (Tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow AE$ cũng là đường trung tuyến của ΔAQH.

$\Rightarrow E$ là trung điểm của HQ. (đpcm)

Kéo dài AO cắt đường tròn (O) tại F.

Khi đó ta có: $\angle ABC = \angle AFC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Vì $BCDE$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle ADE = \angle ABC$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại định đối diện)

$\Rightarrow \angle ADB = \angle AFC \left(= \angle ABC\right)$

Ta có: $\angle ACF = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle CAF + \angle AFC = 90^0$

$\Rightarrow \angle FAC + \angle ADE = 90^0$

Hay $\angle DAO + \angle ADE = 90^0$

$\Rightarrow AO \perp DE \ (dpcm)$.

3) Cho $CAB = 60^0$, $R = 6cm$. ***Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp*** ΔAED.

Theo chứng minh b) ta có: $AEDH$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔAED là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEDH$.

Ta có: $\angle AEH = 90^0$ và là góc nội tiếp chắn cung AH

$\Rightarrow AH$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEDH$.

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ADE \Rightarrow J$ là trung điểm của AH.

Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có: $\begin{cases} FC \perp AC \\ DB \perp AC \end{cases} \Rightarrow FC // BD$ hay $BH // FC$.

$\begin{cases} CE \perp AB \\ BF \perp AB \end{cases} \Rightarrow CE // BF$ hay $BF // CH$.

$\Rightarrow BHCF$ là hình bình hành.

$\Rightarrow BC, HF$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

Mà M là trung điểm của BC

$\Rightarrow M$ cũng là trung điểm của HF.

Xét ΔAHF ta có:

O, M lần lượt là trung điểm của AF, HF

$\Rightarrow OM$ là đường trung bình của $\Delta AHF \Rightarrow \begin{cases} OM // AH \\ OM = \dfrac{1}{2}AH \end{cases}$.

Ta có: $\angle BOC$ là góc ở tâm chắn cung BC

$\angle BAC$ là góc ở tâm chắn cung BC

$\Rightarrow \angle BOC = 2\angle BAC = 2.60^0 = 120^0$

ΔOBC cân tại O có đường trung tuyến OM

$\Rightarrow OM$ cũng là phân giác của $\angle BOC$

$\Rightarrow \angle BOM = 60^0$.

Xét ΔOBM ta có: $OM = OB.\cos\angle BOM = 6.\cos 60^0 = 3cm$.

$\Rightarrow AH = 2OM = 2.3 = 6cm$.

Vậy bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔADE là: $AJ=\frac{1}{2}AH=3cm.$

Bài 5. (1,0 điểm)

Cách giải:

1) Giải phương trình: $\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}-\sqrt{4x-1}+2x^2+3x-3=0.$

Điều kiện: $x\ge \frac{1}{4}$

$$\sqrt{2}\sqrt{2x^2+x+1}-\sqrt{4x-1}+2x^2+3x-3=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4x^2+2x+2}-2+1-\sqrt{4x-1}+2x^2+3x-2=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x^2+2x+2-4}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}+\frac{1-4x+1}{1+\sqrt{4x-1}}+2x^2+4x-x-2=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x^2+2x-2}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}+\frac{2-4x}{1+\sqrt{4x-1}}+2x(x+2)-(x+2)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\left(2x^2+x-1\right)}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}+\frac{2(1-2x)}{1+\sqrt{4x-1}}+(x+2)(2x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2x-1)(x+1)}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}-\frac{2(2x-1)}{1+\sqrt{4x-1}}+(x+2)(2x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)\left[\frac{2x+1}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}+x+2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=0 \\ \frac{2x+1}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}+x+2=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}\ (tm) \\ \frac{2x+1}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}+x+2-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}=0\ \ (*) \end{array}\right.$$

Với $x\ge \frac{1}{4}\Rightarrow \sqrt{4x-1}+1\ge 1\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}\le 2$

$$\Rightarrow 2-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}\ge 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{\sqrt{4x^2+2x+2}+2}+x+2-\frac{2}{\sqrt{4x-1}+1}>0\ \forall x\ge \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow (*)$ vô nghiệm.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{2}$.

2) Cho các số thực dương a, b, c ***thỏa mãn:*** $ab+bc+ca=3$.

Chứng minh: $\dfrac{a^3}{b+2c}+\dfrac{b^3}{c+2a}+\dfrac{c^3}{a+2b}\ge 1.$

Sưu tầm: Facebook.

Đặt $P=\dfrac{a^3}{b+2c}+\dfrac{b^3}{c+2a}+\dfrac{c^3}{a+2b}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\dfrac{9a^3}{b+2c}$; $(b+2c)a$ ta có: $\dfrac{9a^2}{b+2c}+(b+2c)a\ge 6a^2$

Tương tự ta có: $\begin{cases}\dfrac{9b^3}{c+2a}+(c+2a)b\ge 6b^2\\ \dfrac{9c^3}{a+2b}+(a+2b)c\ge 6c^2\end{cases}$

Cộng vế với vế ba bất đẳng thức cùng chiều ta có:

$$9\left(\frac{a^3}{b+2c}+\frac{b^3}{c+2a}+\frac{c^3}{a+2b}\right)+(b+2c)a+(c+2a)b+(a+2b)c\ge 6a^2+6b^2+6c^2$$

$\Leftrightarrow 9P+3(ab+bc+ca)\ge 6\left(a^2+b^2+c^2\right)$

$\Leftrightarrow 9P+9\ge 6\left(a^2+b^2+c^2\right)$

$\Leftrightarrow 3P+3\ge 2\left(a^2+b^2+c^2\right)$

Lại có: $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca=3$

$\Rightarrow 3P\ge 2.3-3=3$

$\Leftrightarrow P\ge 1.$

Vậy $\dfrac{a^3}{b+2c}+\dfrac{b^3}{c+2a}+\dfrac{c^3}{a+2b}\ge 1.$

---------------HẾT---------------